**Розв’язки задач ІІІ (обласного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики**

**2018/2019 навчальний рік**

**Харківська область**

**10 клас**

**1.** Ідеально гладка і важка платформа, нахилена під кутом $45 °$ до горизонту, рухається рівномірно горизонтально зі швидкістю $v$. Матеріальна точка падає вертикально вниз на платформу зі швидкістю $u$. Знайти на скільки матеріальна точка зміститися по горизонталі після пружного зіткнення з платформою. Відстань від точки зіткнення до площини підлоги $h$.

**Розв’язок**

Посчитаем с какой скоростью будет двигаться тело после соударения с платформой. Для этого перейдем в СО связанную с платформой. Разложим скорости на нормальную и перпендикулярную составляющие. Найдем скорость до соударения:



$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(u-v\right);\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-u-v\right)\right)$$

После:
$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\left(u-v\right);\frac{\sqrt{2}}{2}\left(u+v\right)\right)$$

Теперь перейдём обратно в лабораторную СО: $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}u;\frac{\sqrt{2}}{2}\left(u+2v\right)\right)$

Перейдем теперь в более удобную систему координат, так что оси горизонтальны и вертикальны.

$u^{'}=(u+v;v)$

Как видим, платформа никогда не догонит шарик. Тогда можем легко рассчитать дальность полета тела.

$$\left\{\begin{array}{c}x=\left(v+u\right)t\\y=h+vt-\frac{g}{2}t^{2}\end{array}\right.$$

Время полёта: $τ=\frac{v+\sqrt{v^{2}+2gh}}{g}$.

Дальность полёта: $l=\frac{v+u}{g}\left(v+\sqrt{v^{2}+2gh}\right)$.

**2.** Дві збиральні лінзи з фокусною відстанню $F$ розташовані так, що їхні оптичні осі збігаються. Відстань між лінзами $2F$. Між лінзами рівно посередині розташована скляна призма з малим кутом при вершині φ і показником заломлення $n$. Крапка, що світиться, знаходиться над фокусом лінзи на відстані $h$, як показано на малюнку. Знайти зображення точки, що світиться. Вважаємо що якщо значення α - мале, то $⁡\sin(α)≈α$.



**Розв’язок**

После преломления в первой линзе пучок лучей выйдет параллельным под углом к главной оптической оси тангенс которого равен $\frac{h}{F}$ (поскольку луч, проходя через оптический центр линзы, не преломится).

**

Угол падения на призму равен $\frac{φ}{2}-α$. Считая $α$ и $φ$ малыми, можем заключить, что угол преломления в призме будет равен $γ=\frac{1}{n}\left(\frac{φ}{2}-α\right)$ (по закону Снеллиуса). Угол падения в призме будет равен $φ-γ$. Тогда угол преломления в воздух равен $n\left(φ-γ\right)=\left(n-\frac{1}{2}\right)φ+α$. Угол выходящего луча с горизонтом будет равен $β=\left(n-1\right)φ+α$.

Пучок лучей после преломления в призме останется параллельным, так как $β$ не зависит от координаты. Тогда он соберётся в фокусе второй линзы.

Расстояние до главной оптической оси будет равно $F∙tg\left(\left(n-1\right)φ+arctg\left(\frac{h}{F}\right)\right)$. И будет снизу от главной оптической оси.

****

**3.** Яку мінімальну енергію витратить космічний апарат маси 40кг і середньої густини $500 кг/м^{3}$, щоб дістатися до дна озера, розташованого на астероїді кулястої форми, параметри яких дано на малюнку? Густина рідини і самого астероїда . Апарат знаходиться на поверхні озера і має нульову швидкість.

**Розв’язок**

На аппарат действует две силы – сила Архимеда и сила тяготения, они противонаправленны. Сила Архимеда в два раза больше, тогда их векторная сумма будет направлена вертикально вверх. Она равна по модулю

$F=\left(ρ\_{ж}-ρ\_{т}\right)Vg$.

Для того чтоб найти ускорение свободного падения нужно заметить что плотность астероида равна плотности жидкости в озере. Наружный слой сферически симметричной поверхности относительно центра астероида проходящей через точку, в которой в данный момент находиться аппарат, не взаимодействует с ним. В это легко убедиться:

Проведём конус с малым углом между образующими и сечением окружность, относительно любой точки внутри сферы плотности $ρ$. Проведём симметричное сечение через сферу, как показано на рисунке.

Введём обозначения как показано на рисунке. $σ\_{1}$ и $σ\_{2}$ – площади перпендикулярные конусу. Углы между $S\_{1}$ и $σ\_{1}$ и между $S\_{2}$ и $σ\_{2}$ одинаковы. Тогда $S\_{1}=Aσ\_{1},S\_{2}=Aσ\_{2}$

$S\_{1}=Aσ\_{1}=\tilde{A}r\_{1}^{2}α$.

Поле которое создаёт площадь $S\_{1}$ равно $E\_{1}=G\frac{ρ\tilde{A}r\_{1}^{2}α}{r\_{1}^{2}}=Gρ\tilde{A}α$. $E\_{2}$ равно тому же, тогда поле этих площадей в вершине будет нулевым. Если разбить всю сферу на такие конусы тогда поле относительно всей сферы будет нулевым.

Что и требовалось доказать. Тогда $g\left(r\right)=G\frac{ρ\_{ж}∙\frac{4}{3}πr^{3}}{r^{2}}=\frac{4}{3}πGρ\_{ж} $.

$F=\frac{4}{3}πGρ\_{ж}\left(ρ\_{ж}-ρ\_{т}\right)\frac{m}{ρ\_{т}} r$.

График $F(r)$, на котором нарисована искомая энергия.

Пусть $r\_{1}=10км, r\_{2}=11км$

$∆E=\frac{1}{2}\left(F\left(r\_{2}\right)+F\left(r\_{1}\right)\right)\left(r\_{2}-r\_{1}\right)=$

$$=\frac{2}{3}πGρ\_{ж}\left(ρ\_{ж}-ρ\_{т}\right)\frac{m}{ρ\_{т}}\left(r\_{2}+r\_{1}\right)\left(r\_{2}-r\_{1}\right)=$$

$$=\frac{2}{3}πG\frac{ρ\_{ж}}{ρ\_{т}}\left(ρ\_{ж}-ρ\_{т}\right)m\left(r\_{2}^{2}-r\_{1}^{2}\right)$$

**4.** Дві однакові матеріальні точки масою m, з'єднані невагомим і нерозтяжним стрижнем довжини $l$, лежать на гладкій горизонтальній площині. У якийсь момент швидкість однієї з них була спрямована перпендикулярно до стрижня і мала величину v, при цьому конструкція мала кутову швидкість ω. На скільки зміститися центр мас системи, коли тіло вчинило 5 повних оборотів.

**Розв’язок**

На систему не действуют внешние силы, значит цетр масс будет иметь нулевое ускорение и угловая скорость будет постоянна.

Найдём моментальный центр вращения в начальный момент. Поскольку скорость в верхней точки перпендикулярна стержню, тогда моментальный центр ускорения будет находиться на прямой содержащей стержень. Расстояние от верхней точки до центра вращения $r=\frac{v}{w}$. Тогда скорость центра масс - $v\_{ц}=\left|\frac{l}{2}\pm r\right|w=\left|\frac{l}{2}\pm \frac{v}{w}\right|w=\left|\frac{1}{2}lw\pm v\right|$. Время за которое тело совершило 5 полных оборотов равно:$t=\frac{10π}{w}$. Тогда центр масс сместится на расстояние

$$\frac{10π}{w}\left|\frac{1}{2}lw\pm v\right| $$

**5.** Коли горіла лампочка потужністю 12 Вт, на проводах з'єднання виділялася потужність 2 мВт. Скільки потужності буде виділятися на проводах, якщо вищеописану лампочку викрутити і вкрутити лампочку потужністю 7Вт? Напруга на лампочці дорівнює напрузі в мережі.

**Розв’язок**

Пусть сопротивление роводов соединения $r$, сопротивление лампочки $R$, напряжение в сети $U$.

****

По условию $r\ll R$, тогда падением напряжения на проводах соединения можно принебречь по сравнению с падением напряжения на лампочке.

Ток в цепи равен $I=\frac{U}{R}$. Мощьность на лампочке и на проводах соединения:

$P\_{R}=\frac{U^{2}}{R}$, $P\_{r}=I^{2}r=\frac{U^{2}}{R^{2}}r=\frac{r}{U^{2}}P\_{R}^{2}\~P\_{R}^{2}$.

Тогда мощьность на лампочке будет равно $2\frac{7^{2}}{12^{2}}мВт=0.68Вт$.