

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор навчально-наукового інституту

«Фізико-технічний факультет»

(вказати назву структурного підрозділу)

Кузнєцов Ч.Е.

(вказати П.І.В керівника)



2023 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Методи наближених розрахунків

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти	1 рівень (бакалаврський)
галузь знань	10 «Природничі науки»
спеціальність	105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
освітня програма	Прикладна фізика, Біомедичні нанотехнології
спеціалізація	
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	ННІ «Фізико-технічний факультет»

2023/2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою Навчально наукового інституту «Фізико-технічний факультет»

“25” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)  
**Олексій ГОЛУБОВ** доктор фізико-математичних наук, професор кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера

Програму схвалено на засіданні кафедри фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера  
 Протокол від “16” червня 2023 року № 10

Завідувач кафедри фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

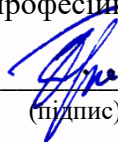


(підпис)

Микола ШУЛЬГА  
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна фізика  
 (назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми

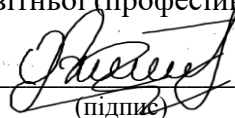


(підпис)

Ігор ГІРКА  
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми  
Біомедичні нанотехнології  
 (назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



(підпис)

Ольга ЖИТНЯКІВСЬКА  
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією ННІ «Фізико-технічний факультет»  
 (назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна)

Протокол від “14” серпня 2023 року № 11

Голова науково-методичної комісії ННІ «Фізико-технічний факультет»



(підпис)

Микола ЮНАКОВ  
 (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програму навчальної дисципліни “Методи наближених розрахунків” складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – “Природничі науки”. Спеціальність: 105 – “Прикладна фізика та наноматеріали”. Освітня програма: «Прикладна фізика», «Медична фізика», «Біомедичні нанотехнології». При розробці Програми враховані вимоги Стандарту вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, галузі знань 10 – «Природничі науки», спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали», затвердженого наказом МОН України № 804 від 16.06.2020 р.

## 1. Опис навчальної дисципліни

### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Курс з наближених методів обчислень покликаний дати уявлення про деякі аспекти застосування математичних методів до моделювання, дослідження і аналізу різних процесів і явищ; розширити і систематизувати знання з окремих питань алгебри, математичного аналізу та геометрії, лінійного програмування та статистичної обробки результатів.

### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення студентів з базовими методами наближень, з основними підходами в області апроксимації функцій, чисельного диференціювання, інтегрування тощо. Предметом вивчення навчальної дисципліни є теорія класичних ортогональних поліномів, асимптотичні методи оцінки інтегралів, метод ВКБ, методи розв’язання інтегральних рівнянь.

Загальні компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення дисципліни «Методи наближених розрахунків»:

- Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні. **(ЗК-6)**
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. **(ЗК-7)**
- Здатність працювати автономно. **(ЗК-9)**

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення дисципліни «Методи наближених розрахунків»:

- Здатність брати участь у плануванні та виконанні наукових та науково-технічних проєктів. **(СК-1)**
- Здатність брати участь у плануванні і виконанні експериментів та лабораторних досліджень властивостей фізичних систем, фізичних явищ і процесів, обробленні й презентації їхніх результатів. **(СК-2)**
- Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладної фізики, інженерії та комп’ютерних технологій. **(СК-5)**
- Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем. **(СК-6)**
- Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності. **(СК-7)**
- Здатність працювати із науковим обладнанням та вимірювальними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень. **(СК-9)**
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних задач і моделювання фізичних систем. **(СК-10)**

**1.3. Кількість кредитів**

5

**1.4 Загальна кількість годин**

150

**1.5. Характеристика навчальної дисципліни**

Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
5-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
48 год.	
Лабораторні заняття	
0 год.	
Самостійна робота	
67 год.	
Індивідуальні завдання	
3 год	

**1.6. Заплановані результати навчання**

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати:** теорію лінійної інтерполяції, формули Лагранжа, Ньютона, ітераційні методи, сплайн-інтерполяцію. Методи чисельного інтегрування звичайних диференціальних рівнянь та рівнянь в частинних похідних. Середньоквадратичне наближення. Квадратурну формулу Гауса. Методи чисельного розв'язання інтегральних рівнянь.

- Знати і розуміти сучасну фізику на рівні, достатньому для розв'язання складних спеціалізованих задач і прак-тичних проблем прикладної фізики. **(Зн-1)**

**вміти:** обирати і застосовувати необхідний метод для чисельного розв'язання різних задач сучасної теоретичної фізики.

- Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів. **(Ум-1)**
- Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій. **(Ум-3)**
- Вибирати ефективні методи та інструментальні засоби проведення досліджень у галузі прикладної фізики. **(Ум-4)**
- Відшукувати необхідну науково-технічну інформацію в науковій літературі, електронних базах, інших джерелах, оцінювати надійність та релевантність інформації. **(Ум-5)**
- Класифікувати, аналізувати та інтерпретувати науково-технічну інформацію в галузі прикладної фізики. **(Ум-6)**

- Мати навички роботи із сучасною обчислювальною технікою, вміти використовувати стандартні пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для реалізації чисельних методів розв'язування фізичних задач, комп'ютерного моделювання фізичних явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів. (УМ-7)

Мати базові навички проведення теоретичних та/або експериментальних наукових досліджень з окремих спеціальних розділів фізики, що виконуються індивідуально (автономно) та/або у складі наукової групи. (АіВ-1)

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Теорія інтерполяції

Лінійна інтерполяція, системи Чебишева. Поліноміальна інтерполяція. Інтерполяційна формула Лагранжа. Ітераційні методи, алгоритм Невілла. Метод Ейткена. Розділені різниці, формула Ньютона. Похибка поліноміальної інтерполяції. Феномен Рунге. Вибір вузлів інтерполяції. Чисельне диференціювання. Тригонометрична інтерполяція. Фазові поліноми. Дискретне перетворення Фур'є. Швидке перетворення Фур'є. Ряди та інтеграли Фур'є. Інтерполяція Ерміта. Узагальнені поліноми Лагранжа. Сплайн-інтерполяція. Кубічні сплайни. Сплайн як рішення варіаційної задачі. Варіації граничних умов. Помилка кубічної сплайн-інтерполяції. Кусочно-кубічна інтерполяція зі згладжуванням. Гладкі заповнення.

### Розділ 2. Диференційні рівняння

Звичайні диференціальні рівняння. Завдання Коші. Однокрокові методи. Методи Ейлера і Адамса. Методи Рунге Кутта. RK4. Рішення систем ОДУ. Формула Рунге для локальної похибки. Загальна характеристика однокрокових методів. Завдання Коші. Методи прогнозу та корекції. Багатокрокові методи. Метод Мілна. Метод Адамса Башфорта. Загальна характеристика і вибір алгоритму. Крайові задачі. Методи стрільби. Скінченно-різницеві методи. Метод прогонки. Диференціальні рівняння в частинних похідних. Різницеві методи. Різницева апроксимація. Сітка. Завдання Коші для рівнянь гіперболічного типу. Крайові задачі для рівнянь гіперболічного типу. Метод невизначених коефіцієнтів. Приклад: квадратна ґратка, 5 вузлів. Підвищення точності. Про апроксимації граничних умов.

### Розділ 3. Ортогональні поліноми й чисельне інтегрування

Функціональні простори. Група і поле. Лінійні простори. Евклідів простір. Метричний простір. Банахов простір. Ряди Фур'є. Сепарабельність і замкнуті системи. Гільбертів простір. Теорема Вейерштрасса. Простір  $L^2$ . Ортогональні поліноми. Екстремальна задача в  $L^2$ . Рекурентні співвідношення. Властивості нулів. Класичні ортогональні поліноми. Формула Родріґа. Ортогональність. Поліноми Ерміта, Лагерра, Якобі. Поліноми Чебишева. Середньоквадратичне наближення. Наближення функцій, заданих таблично. Елемент найкращого наближення. Наближення в  $L^2$ . Наближення в гільбертовому просторі. Оцінка точності. Варіанти постановки завдання. Чисельне інтегрування. Рівновіддалені вузли. Формули Ньютона-Котса. Залишкові члени на прикладі  $n = 0,1$ . Квадратурна формула Гауса. Вузли та ваги. Ваги і дискретна ортогональність. Залишковий член. Формула Гауса Лежандра. Формула Гауса Чебишева. Інші квадратурні формули.

### Розділ 4. Інтегральні рівняння

Постановка завдання і термінологія. Метод квадратур. Деякі прийоми боротьби з особливостями. Інтегральні рівняння як операторні в  $L^2$ . Інтегральний оператор Фредгольма. Лінійні оператори в  $L^2$ . Вироджені оператори. Заміна ядра на вироджені. Компактність і компактні оператори. Компактні ермітових операторів. Теореми Фредгольма. Метод заміни ядра на вироджені. Метод послідовних наближень. Метод моментів. Метод найменших квадратів. Рівняння Вольтерра. Варіаційні методи. Варіаційні задачі. Метод Гальоркіна. Метод Рітца. Варіаційно-різницеви́й варіант методу Рітца.

### Розділ 5. Додатки

Завдання власних значень. Метод Данілевського розкриття характеристичного рівняння. Межі власних значень. Найбільше власне значення. Міра та інтеграл Лебега. Вимірні функції. Компактні оператори в  $L^2$ . Компактність. Компактні множини в скінченновимірних та нескінченновимірних просторах. Компактні оператори. Оператор Фредгольма.

## 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі					
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Розділ 1. Теорія інтерполяції		6	10			12							
Розділ 2. Диференційні рівняння		8	12		1	17							
Розділ 3. Ортогональні поліноми й чисельне інтегрування		8	12		1	17							
Розділ 4. Інтегральні рівняння		6	10		1	11							
Розділ 5. Додатки		4	4			10							
<b>Усього годин</b>	150	32	48		3	67							

## 4. Темы аудиторних практичних занять

**Тема 1.** Лінійна інтерполяція, системи Чебишева. Поліноміальна інтерполяція. Інтерполяційна формула Лагранжа.

**Тема 2.** Методи Рунге Кутта. Формула Рунге для локальної похибки. Загальна характеристика однокрокових методів. Завдання Коші. Методи прогнозу та корекції

**Тема 3.** Багатокрокові методи. Метод Мілна. Метод Адамса Башфорта. Загальна характеристика і вибір алгоритму.

**Тема 4.** Ряди Фур'є. Сепарабельність і замкнуті системи. Гільбертів простір. Теорема Вейєрштрасса

**Тема 5.** Наближення в гільбертовому просторі. Оцінка точності. Варіанти постановки завдання. Чисельне інтегрування.

**Тема 6** Залишковий член. Формула Гауса Лежандра. Формула Гауса Чебишева.

**Тема 7.** Метод квадратур. Деякі прийоми боротьби з особливостями. Інтегральні рівняння як операторні;

**Тема 8.** Метод заміни ядра на вироджені. Метод послідовних наближень. Метод моментів.

**Тема 9.** Метод найменших квадратів. Рівняння Вольтерра. Варіаційні методи. Варіаційні задачі. Метод Гальоркіна. Метод Рітца..

**Тема 10.** Межі власних значень. Міра та інтеграл Лебега. Вимірні функції. Компактність. Компактні множини в скінченновимірних та нескінченновимірних просторах. Оператор Фредгольма.

## 5. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Форма контролю
1	Теорія інтерполяції	12	Перевірка домашнього завдання, опитування
2	Диференційні рівняння	17	
3	Ортогональні поліноми й чисельне інтегрування	17	
4	Інтегральні рівняння	11	
5	Додатки	10	
6	<i>Разом</i>	<b>67</b>	

## 6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання передбачено у вигляді поточної контрольної роботи за розділами 2,3,4 , що містять задачі зі збірника [3].

## 7. Методи навчання

Лекційні заняття проводяться методом лекції та розповіді–бесіди. Практичні заняття проходять в комп'ютерному класі відповідно до списку тем практичних занять. Задаються домашні завдання з розв'язування задач та розрахунково графічні роботи.

## 8. Методи контролю

**Поточний контроль** складається з:

- 1) Розв'язання задач на аудиторних заняттях – до 1 балу за заняття (ваговий бал – 15);
- 2) Виконання домашніх завдань – до 1 балу за заняття (ваговий бал – 15);
- 3) Захист розрахунково-графічних робіт – до 5 балів за кожну (ваговий бал - 10);
- 4) Контрольна робота (ваговий бал – 20);

**Підсумковий контроль** проводиться в формі заліку (ваговий бал – 40). До складання заліку допускають студентів, які набрали протягом семестру не менше 10 балів.

Залікове завдання: білет містить два теоретичних питання (ваговий бал – 20) та одну задачу (ваговий бал – 10).

Число балів, які студент отримав на заліку, є сумою балів, що були отримані за кожне завдання з залікового білету плюс бали за додаткові запитання (ваговий бал – 10).

**Кінцева оцінка** виставляється за сумою балів поточного та підсумкового контролю за шкалою що наведена нижче.

Для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 15 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 9. Запитання до екзамену

1. Етапи розв'язування задач на ЕОМ.
2. Джерела і класифікація похибок. Похибки наближених чисел. Запис наближених чисел. Правила округлення.
3. Пряма задача теорії похибок.
4. Обернена задача теорії похибок.
5. Метод границь.
6. Задача відокремлення коренів нелінійного рівняння.
7. Розв'язування нелінійного рівняння методом хорд.
8. Розв'язування нелінійного рівняння методом простої ітерації. Збіжність методу простої ітерації.
9. Розв'язування нелінійного рівняння методом Ньютона, його збіжність.
10. Розв'язування нелінійного рівняння методом поділу проміжку навпіл.
11. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом головних елементів та ітерацій.
12. Метод квадратного кореня розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
13. Метод прогонки розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
14. Розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь методом ітерацій.
15. Розв'язування систем нелінійних алгебраїчних рівнянь методом Ньютона.
16. Розв'язування задачі про власні значення та власні вектори методом безпосереднього розгортання визначника.
17. Розв'язування задачі про власні значення та власні вектори методом обертань.
18. Задача наближення функцій. Інтерполяційний многочлен Лагранжа.
19. Оцінка похибки інтерполяції за допомогою інтерполяційного многочлена Лагранжа.
20. Інтерполяційні многочлени Ньютона.
21. Інтерполяції сплайнами.
22. Апроксимація функцій. Метод найменших квадратів.
23. Чисельне інтегрування. Квадратурні формули Ньютона-Котеса.



24. Формула трапецій. 25. Оцінка похибки формули трапецій. 26. Формула Сімпсона. 27. Оцінка похибки формули Сімпсона. 28. Чисельне інтегрування у випадку кратних інтегралів. Кубатурні формули типу Сімпсона. 29. Квадратурна формула Гауса. 30. Чисельне диференціювання. 31. Постановка задачі Коші. Розв'язування задачі Коші методами Ейлера. 32. Розв'язування задачі Коші методами типу Рунге-Кутта. 33. Розв'язування задачі Коші методом Адамса. 34. Розв'язування диференціальних рівнянь другого порядку методом скінчених різниць. 35. Класифікація диференціальних рівнянь у частинних похідних. 36. Скінченорізницева апроксимація диференціальних рівнянь у частинних похідних. 37. Апроксимація та розв'язування еліптичних диференціальних рівнянь в частинних похідних. Вплив криволінійних крайових умов

## **10. Рекомендоване методичне забезпечення**

### **Базова література**

1. Жалдак М.И., Рамский Ю.С. Чисельні методи математики. – Київ: Рад.шк., 1984.
2. Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. – Житомир: Вид-во ЖДУ, 2014. – 228 с.
3. Лященко М.Я., Головань М.С. Чисельні методи. – К.: Либідь, 1996. – 288 с.

### **Допоміжна література**

- Григоренко Я.М., Панкратова Н.Д. Обчислювальні методи в задачах прикладної математики: Навч. Пос. К.: «Либідь», 1995. 280 с.

### **Інформаційні ресурси**

1. Веб-ресурси кафедри, мережа інтернет.
2. Бібліотека ХНУ імені В.Н. Каразіна.