

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-  
педагогічної роботи  
Олександр ГОЛОВКО



\_\_\_\_\_ 2022 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Вища математика (математичний аналіз)

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
галузь знань	10 «Природничі науки»
спеціальність	105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
освітня програма	«Прикладна фізика», «Біомедичні нанотехнології»
спеціалізація	
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	ННІ «Фізико-технічний факультет»

2022/2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету (інституту, центру)  
 “26” серпня 2022 року, протокол №8

Розробники програми: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади) доцент  
 кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера,  
 кандидат фіз.-мат. наук Леонов Олександр Сергійович

Програму схвалено на засіданні кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера  
 Протокол від “26” серпня 2022 року, протокол № 13

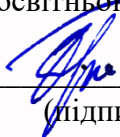
Завідувач кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера



\_\_\_\_\_ Микола ШУЛЬГА  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна фізика  
 (назва освітньої програми)

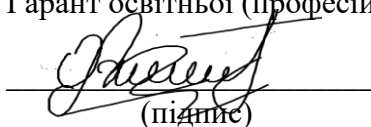
Гарант освітньої (професійної) програми



\_\_\_\_\_ Ігор ГІРКА  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми  
Біомедичні нанотехнології  
 (назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



\_\_\_\_\_ Ольга ЖИТНЯКІВСЬКА  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією ННІ «Фізико-технічний факультет»  
 (назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна)

Протокол від “30” серпня 2022 року, протокол №11

Голова методичної комісії фізико-технічного факультету



\_\_\_\_\_ Микола ЮНАКОВ  
 (підпис) (прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програму навчальної дисципліни “вища математика (математичний аналіз)” складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – “Природничі науки”. Спеціальність: 105 – “Прикладна фізика та наноматеріали”. Освітня програма: «Прикладна фізика», «Медична фізика», «Біомедичні нанотехнології». При розробці Програми враховані вимоги Стандарту вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, галузі знань 10 – «Природничі науки», спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали», затвердженого наказом МОН України № 804 від 16.06.2020 р.

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Вища математика є базовою дисципліною в професійній освіті фахівців із будь яких природничих наук, зокрема сучасної фізики. Отже, вища математика і, зокрема, математичний аналіз входить у основу освіти майбутнього спеціаліста у галузі медичної фізики, нанофізики, ядерної фізики, фізики плазми, фізичного матеріалознавства та наукоємних фізичних технологій. Математичний аналіз вивчають у першому році навчання. Метою викладання навчальної дисципліни є засвоєння сучасної мови математики, теоретичних основ та основних методів розв’язку задач диференціального та інтегрального числення; сформувати у студентів загальну та предметну компетентність.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є закладання основ математичного апарату теорії диференціального та інтегрального числення, та сформувати у студентів навички володіння цим апаратом.

Загальні компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення математичного аналізу:

- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; **(ЗК-1)**
- здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел; **(ЗК-7)**
- здатність працювати автономно; **(ЗК-9)**

Фахові компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення механіки:

- здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем; **(СК-6)**
- здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності; **(СК-7)**
- здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних задач і моделювання фізичних систем; **(СК-10)**

#### 1.3. Кількість кредитів – 18

#### 1.4. Загальна кількість годин – 540

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
<b>Обов'язкова / за вибором</b>	
Денна форма навчання	
Рік підготовки	
1-й	1-й
Семестр	
1-й	2-й
Лекції	
80 год.	80 год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	64 год.
Самостійна робота	
126 год.	126 год.
Індивідуальні завдання	
2	2

### 1.6. Заплановані результати навчання.

полягають у тому, що внаслідок опанування курсу математичного аналізу студенти мають засвоїти мову математики, основні поняття, означення та теореми диференціального та інтегрального числення, навчитися розв'язувати різні задачі із застосуванням методів теорії границь, теорії диференціального та інтегрального числення.

Згідно з освітньо-професійною програмою «Прикладна фізика» спеціальність 105 – «прикладна фізика та наноматеріали» студенти мають досягти таких результатів навчання:

- знати цілі сталого розвитку та можливості своєї професійної сфери для їх досягнення, в тому числі в Україні; (Зн-2)
- розуміти закономірності розвитку прикладної фізики, її місце в розвитку техніки, технологій і суспільства, у тому числі в розв'язанні екологічних проблем; (Зн-3)
- застосовувати сучасні математичні методи для побудови та аналізу математичних моделей фізичних процесів; (Ум-1)
- застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій; (Ум-3)
- оцінювати фінансові, матеріальні та інші витрати, пов'язані з реалізацією проектів у сфері прикладної фізики, соціальні, екологічні та інші потенційні наслідки реалізації проектів. (Ком-4)

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Частина I (1-й семестр)

*Вступ.* Структура курсу “Математичний аналіз”. Короткий огляд навчальної літератури за тематикою лекцій. Структура лекцій з математичного аналізу та особливості основних складових курсу, який пропонується. Коротка історія предмету та природничі задачі, які розв'язуються за допомогою методів математичного аналізу. Задачі математичного аналізу та їх зв'язок з фізичними і технічними задачами.

### *Розділ 1. Мова математики, теорія границь, неперервність функцій.*

#### *Тема 1. Елементи математичної логіки та теорії множин.*

Операції математичної логіки та їх властивості. Квантори. Множини, класифікатор. Основні відносини та операції над множинами та їх властивості. Аксиоматика множини дійсних чисел  $\mathbf{R}$ : аксіоми поля, упорядкованість, повнота. Визначення верхньої і нижньої та точної верхньої і нижньої грані множини. Теореми про їх існування. Відображення та функції, відповідності між множинами. Потужності множин: скінчені, злічені множини і множини континуальної потужності. Проміжки в  $\mathbf{R}$ , відкриті, замкнені множини, околи. Відносини між точкою та множиною (внутрішня, гранична, зовнішня, ізольована). Приклади.

### *Тема 2. Теорія границь.*

Визначення границі числової функції і послідовності. Критерій Коші існування границі числової послідовності. Теорема про часткові границі. Зв'язок часткових меж з межею функції. Верхня і нижня границі послідовності і їх зв'язок з границею послідовності. Визначення границі функції по Коші і по Гейне їх еквівалентність. Теорема Вейерштрасса про існування границі монотонної обмеженої послідовності і його зв'язок із гранню множини елементів послідовності. Перша та друга визначні границі, число  $\epsilon$ , та інші границі з ними пов'язані. Еквівалентності, що впливають з визначних границь. Символи асимптотичного порівняння. Теорема Штольца.

### *Тема 3. Неперервність функцій.*

Визначення неперервності функції у точці і на множині. Класифікація точок розриву функції.

Коливання функції на множині й у точці. Фінальне коливання в точці.

Теорема про скінчене покриття. Теорема про вкладені проміжки. Теорема про граничну точку.

Визначення рівномірної неперервності функції на множині. Теорема Кантора про рівномірну неперервність.

Теорема про проміжне значення неперервної функції.

Функціональні рівняння для лінійної, експоненціальної, логарифмічної та степеневих функцій.

Теорема про неперервність зворотної функції. Зв'язок прямих і зворотних тригонометричних і гіперболічних функцій.

## **Розрахункова робота.**

### **Розділ 2. Диференційне числення та теореми пов'язані з диференційованими функціями.**

#### *Тема 1. Похідна та диференціал функції.*

Визначення похідної функції в точці, її геометричний і фізичний зміст. Правила диференціювання. Визначення диференціала функції. Його геометричний зміст.

Таблиця похідних. Теорема про зворотну функцію. Монотонність, неперервність та диференційованість зворотної функції.

#### *Тема 2. Похідні та диференціали вищих порядків.*

Визначення похідних та диференціалів порядку, більшому ніж перший. Правила їх обчислення. Формули обчислення  $1^{oi}$  і  $2^{oi}$  похідної зворотної функції. Формули обчислення  $1^{oi}$  і  $2^{oi}$  похідної функції, заданої параметрично. Формули обчислення  $1^{oi}$  і

2<sup>ої</sup> похідної складної функції. Формула  $n^{\text{ої}}$  похідної для функцій: а)  $a^x$ ; б)  $\sin x$ ; в)  $\cos x$ ; г)  $x^m$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ); д)  $\ln x$ ; е)  $\frac{1}{x}$ .

*Тема 3. Основні теореми про диференційовані функції.*

Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Формула скінчених приростів. Теорема Коші. Теорема Дарбу.

*Тема 4. Формули Лейбниція та Тейлора і їх застосування.*

Формула Лейбниція для  $(uv)^{(n)}$ . Формула Лейбниція для  $d^n(uv)$ . Формула Тейлора в околі  $x_0 = 0$  із залишковим членом у формі Лагранжа для функцій: а)  $e^x$ ; б)  $\sin x$ ; в)  $\cos x$ ; г)  $\ln(1+x)$ ; д)  $(1+x)^\alpha$ . Правило Лопіталя розкриття невизначеностей виду: а)  $\frac{0}{0}$ ; б)  $\frac{\infty}{\infty}$ .

**Розрахункова робота.**

**Розділ 3. Застосування диференціального числення до вивчення властивостей функцій та побудови графіків функцій.**

*Тема 1. Монотонність та екстремуми функцій.*

Необхідна і достатня ознака строгої монотонності диференційованої функції. Необхідна умова екстремуму диференційованої функції. Достатня умова екстремуму диференційованої функції. Достатня умова екстремуму двічі диференційованої функції.

*Тема 2. Опуклість функції та її асимптоти.*

Достатні умови опуклості функції. Достатні умови перегину графіка функції. Необхідні і достатні умови існування у функції похилих асимптот. Основні типи невизначеностей. Дослідження та побудова графіка функції.

**Контрольна робота (колоквіум)**

**Розділ 4. Комплексні числа. Неозначений інтеграл.**

*Тема 1. Комплексні числа.*

Три форми запису комплексного числа  $z$ . Формули переходу від алгебраїчної до тригонометричної і показової форми запису комплексного числа. Правила множення і ділення двох комплексних чисел, заданих у тригонометричній формі. Формула Муавра. Знаходження кореня  $n^{\text{го}}$ -ступеня з комплексного числа. Формули Ейлера зв'язку між  $\sin z$ ,  $\cos z$  і  $e^z$ . Формула для обчислення логарифма  $\text{Ln } z$  комплексного числа. Формула піднесення комплексного числа до комплексного ступеня  $z_1^{z_2}$ . Основна теорема алгебри. Теорема Безу. Розкладання многочлена на незвідні множники над полем комплексних та дійсних чисел.

*Тема 2. Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.*

Взаємозв'язок диференціювання й інтегрування.

Визначення первісної функції і неозначеного інтеграла від заданої функції. Основні властивості неозначеного інтеграла. Таблиця найпростіших інтегралів.

Обчислення неозначених інтегралів методами введення нового аргументу та заміною змінної. Формула інтегрування частинами. Приклади.

### *Тема 3. Інтегрування раціональних функцій.*

Розкладання дробу на найпростіші. Інтегрування найпростіших дробів.

Метод Остроградського виділення раціональної частини інтеграла.

Алгоритм Евкліда знаходження НСД двох багаточленів.

### *Тема 4. Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.*

Дрібно-лінійні ірраціональності.

Підстановки для інтегрування диференціального бінома:  $x^m(a + bx^n)^p dx$ .

Підстановки Ейлера інтегрування квадратичних ірраціональностей виду  $\sqrt{ax^2 + bx + c}$ .

Обчислення інтегралів виду  $\int \frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$  і  $\int \frac{dx}{(x - \lambda)^n \sqrt{ax^2 + bx + c}}$ . Підстановка Абея.

### *Тема 5. Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.*

Тригонометричні підстановки інтегрування  $R(\sin x, \cos x)$ . Універсальна тригонометрична підстановка. Гіперболічні підстановки інтегрування  $R(\operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x)$ . Універсальна гіперболічна підстановка. Підстановка для  $R(\exp(x))$ .

Інтеграли виду  $\int \sin^p x \cdot \cos^s x dx$ . Інтеграли виду  $\int \sin \alpha x \cdot \cos \beta x dx$ .

### *Тема 6. Інтеграли, які не можна виразити через елементарні функції.*

Інтеграли, що «не беруться». Еліптичні інтеграли. Інтегральна експонента, інтегральний логарифм. Інтеграл Гауса-Пуасона, інтегральна функція похибки. Інтегральні синус та косинус. Інтеграли Френеля.

## **Розрахункова робота.**

### *Частина II (2-й семестр)*

#### *Розділ 5. Означений інтеграл і пов'язані з ним задачі.*

##### *Тема 1. Означений інтеграл, його визначення.*

Ідея розв'язку задачі про знаходження орієнтованої площі криволінійної трапеції. Визначення означеного інтеграла мовою границі інтегральних сум. Властивості розбиттів і розбиттів з виділеними точками. Визначення означеного інтеграла мовою  $\varepsilon - \delta$ .

Необхідна умова інтегровності функції. Суми й інтеграли Дарбу та їх властивості.

Критерії Дарбу та Лебега інтегровності функцій за Ріманом.

##### *Тема 2. Властивості означеного інтеграла.*

Основні властивості означеного інтеграла: нормування, лінійність, монотонність, адитивність. Інтегрування нерівностей.

Перша та друга теорема про середнє для означеного інтегралу, їх геометрична інтерпретація.

Формула Ньютона-Лейбніця. Формули заміни змінної і введення нової змінної в означеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.

Формула Тейлора з залишковим членом в інтегральній формі.

*Тема 3. Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.*

Застосування означеного інтегралу для обчислення площ обмежених плоскими кривими. Застосування означеного інтегралу для обчислення довжин дуг кривих при різних способах завдання кривих. Теорема Гульдіна.

Застосування означеного інтегралу для обчислення роботи, статичних моментів і моментів інерції. Знаходження координат центрів ваги кривих, плоских областей і просторових тіл.

**Розрахункова робота.**

**Розділ 6. Невласні інтеграли, ряди, нескінченні добутки. Застосування.**

*Тема 1. Невласні інтеграли.*

Дві причини незастосовності ідеї означеного інтеграла.

Визначення невластного інтеграла. Збіжність і розбіжність невластних інтегралів.

Основні властивості невластного інтеграла: лінійність, монотонність, адитивність.

Формула Ньютона-Лейбниція для невластних інтегралів.

Формули заміни змінних і інтегрування по частинах для невластних інтегралів.

Необхідна умова існування невластного інтеграла.

Критерій Коші збіжності невластних інтегралів.

Мажорантна ознака збіжності й ознаки одночасної збіжності-розбіжності невластних інтегралів. Абсолютна й умовна збіжність інтегралів від знакозмінних функцій, зв'язок між ними. Приклади абсолютно й умовно збіжних інтегралів.

Ознаки Абеля і Дирихле збіжності інтегралів від знакозмінних функцій.

Головне значення за Коші розбіжного інтеграла .

*Тема 2. Числові та функціональні ряди.*

Визначення ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Критерій Коші збіжності ряду. Необхідна умова збіжності.

Мажорантна ознака збіжності й ознаки одночасної збіжності-розбіжності рядів.

Ознаки Коші, Даламбера, Раабе і Куммера збіжності знакопостійних рядів. Ознака Гаусса збіжності ряду.

Абсолютна й умовна збіжність рядів, зв'язок між ними. Ознака Лейбниція умовної збіжності знакочергуючогося ряду. Ознаки Абеля і Дирихле умовної збіжності знакочергуючихся рядів.

Функціональні ряди, область збіжності функціонального ряду.

Степеневі ряди, коло і радіус збіжності степеневого ряду. Формула Коші-Адамара для радіуса збіжності степеневого ряду. Області збіжності рядів Маклорена для основних елементарних функцій.

*Тема 3. Нескінченні добутки. Гама- та Вета-функції.*

Нескінченні добутки, постановка задачі і визначення. Необхідна умова збіжності нескінченного добутку. Зв'язок між рядами і нескінченними добутками.

Абсолютна й умовна збіжність нескінченних добутків.

Розкладання синуса і косинуса в нескінченні добутки. Формула Валліса. Формула Стірлінга.

Бета-функція, основні властивості і рекурентні співвідношення . Зв'язок з Гама-функцією.

Різні способи визначення Гама-функції. Формули зниження і доповнення для Гама-функції.



## **Розрахункова робота.**

### *Розділ 7. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.*

#### *Тема 1. Функції багатьох змінних. Поняття пов'язані з їх неперервністю.*

Норма і метрика в евклідовому просторі. Околиці. Внутрішні і граничні точки множин. Відкриті, замкнуті і зв'язні множини. Границя послідовності в евклідовому просторі.

Фундаментальні послідовності. Критерій Коші збіжності послідовності.

Теорема Больцано-Вейерштрасса про виділення підпослідовності, що збігається, з нескінченної обмеженої послідовності.

Функції багатьох змінних: визначення, термінологія, приклади. Границя функції багатьох перемінних. Повторні границі.

Неперервні функції багатьох перемінних. Неперервність складної функції.

Властивості функцій неперервних в області. Теорема Больцано-Коші.

Теореми Вейерштрасса про найбільші і найменші значення функцій, неперервних у замкнутій області.

Рівномірна неперервність функції на множині. Теорема Кантора про рівномірну неперервність функції на обмеженій замкнутій множині.

Компактні множини в евклідовому просторі. Теорема Бореля про скінченне покриття замкнутого обмеженої множини.

#### *Тема 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.*

Часткові похідні і часткові диференціали функцій багатьох змінних.

Визначення й умови існування диференціала функції багатьох змінних.

Похідна складної функції. Формула скінчених приростів для функції багатьох змінних.

Похідна функції за напрямком. Градієнт функції.

Теорема про змішані похідні. Приклад який показує, що змішані похідні не завжди співпадають.

Визначення диференціала більш високого порядку, ніж перший. Умови існування і формули для обчислення. Інваріантність форми першого і не інваріантність форми старших диференціалів щодо заміни змінних.

Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа для функції багатьох змінних.

Екстремуми функції багатьох змінних. Необхідні умови екстремуму диференційованої функції. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Критерій Сильвестра додатньої та відємної визначеності другого диференціала функції.

Умовні екстремуми функцій багатьох змінних. Метод невизначених множників Лагранжа.

## **Контрольна/розрахункова робота.**

### *Розділ 8. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля.*

#### *Тема 1. Подвійні, потрійні та багатократні інтеграли.*

Проміжки в евклідових просторах. Міра проміжку і її властивості. Діаметр проміжку і його зв'язок з мірою. Розбиття проміжку і розбиття з відзначеними точками. Відношення «дрібніше» для розбиттів. Інтегральні суми для функцій багатьох змінних. Визначення кратного інтеграла. Необхідна умова інтегровності функції багатьох змінних.

Верхні і нижні інтегральні суми Дарбу. Критерій Дарбу інтегровності функції.

Властивості кратних інтегралів: умова нормування, лінійність, адитивність.

Властивості кратних інтегралів: монотонність, інтегрування нерівностей, теорема про середнє. Теорема Фубіні про перехід у кратних інтегралах до повторного. Заміна змінних у кратному інтегралі. Якобіани переходу від декартової системи координат до полярної, циліндричної і сферичної систем координат.

*Тема 2. Криволінійні інтеграли першого та другого роду.*

Криволінійний інтеграл першого роду, визначення, властивості і його фізичний зміст. Обчислення елемента довжини дуги кривої при різних способах задання кривої. Визначення і властивості криволінійного інтеграла другого роду. Формула Гріна для криволінійного інтеграла другого роду по плоскому замкненому контуру. Умова незалежності криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування. Рішення задачі про знаходження первісної для функції багатьох змінних. Приклад.

*Тема 3. Поверхневі інтеграли першого та другого роду.*

Визначення поверхні в просторі. Координатні лінії поверхні. Нормаль до поверхні. Рівняння дотичної площини і нормальної прямої в заданій точці поверхні. Орієнтація поверхні і замкненого контуру на поверхні, взаємний зв'язок орієнтацій поверхні і контуру на ній. Односторонні і двосторонні поверхні. Задача про знаходження площі поверхні. Чобіт Шварца. Скалярний і векторний елементи площі поверхні. Перша квадратична форма поверхні і її зв'язок з елементом площі поверхні. Поверхневий інтеграл першого роду, його властивості і фізичний зміст. Поверхневий інтеграл другого роду, його властивості і фізичний зміст.

*Тема 4. Елементи теорії поля.*

Скалярне поле і його характеристики. Лінії рівня скалярного поля. Похідна поля за напрямком, градієнт скалярного поля. Інваріантне щодо системи координат визначення градієнта скалярного поля. Векторне поле і його характеристики. Векторні лінії векторного поля і їх диференціальне рівняння. Теорема Гауса-Остроградського про зв'язок між поверхневим інтегралом по замкненій поверхні й інтегралом по об'єму, обмеженому даною поверхнею. Координатне визначення дивергенції векторного поля. Інваріантне щодо системи координат визначення дивергенції векторного поля. Фізичний зміст дивергенції векторного поля. Формула Гауса-Остроградського з використанням поняття дивергенції. Фізичний зміст формули Гауса-Остроградського. Теорема Стокса про зв'язок між криволінійним інтегралом по замкненому контуру й інтегралом по поверхні, натягнутій на даний контур. Координатне визначення ротора векторного поля. Інваріантне щодо системи координат визначення ротора векторного поля. Фізичний зміст ротора векторного поля. Формула Стокса з використанням поняття ротора. Фізичний зміст формули Стокса. Потенційні поля. Умови потенційності векторного поля. Рішення задачі про знаходження потенціалу поля. Оператор Гамільтона. Запис градієнта, дивергенції і ротора за допомогою оператора Гамільтона.

**Розрахункова робота.**

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1.</b> Мова математики, теорія границь, неперервність функцій.												
Разом за розділом 1	67	20	16			31	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 2.</b> Диференційне числення та теореми пов'язані з диференційованими функціями.												
Разом за розділом 2	67	20	16			31	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 3.</b> Застосування диференціального числення до вивчення властивостей функцій та побудови графіків функцій.												
Разом за розділом 3	67	20	16			31	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 4.</b> Комплексні числа. Неозначений інтеграл.												
Разом за розділом 4	67	20	16			31	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 5.</b> Означений інтеграл і пов'язані з ним задачі.												
Разом за розділом 5	68	16	16			36	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 6.</b> Невласні інтеграли, ряди, нескінченні добутки. Застосування.												
Разом за розділом 6	68	16	16			36	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 7.</b> Диференціальне числення функцій багатьох змінних.												
Разом за розділом 7	68	16	16			36	-	-	-	-	-	-
<b>Розділ 8.</b> Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля.												
Разом за розділом 8	68	16	16			36	-	-	-	-	-	-
<b>Усього годин</b>	540	144	128			268	-	-	-	-	-	-

## 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи математичної логіки та теорії множин	4
2	Теорія границь	8
3	Неперервність функцій	4
4	Похідна та диференціал функції	8
5	Похідні та диференціали вищих порядків	6
6	Основні теореми про диференційовані функції	2
7	Формула Тейлора та її застосування	8
8	Монотонність та екстремуми, опуклість функцій та їх асимптоти	8
9	Комплексні числа	7
10	Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування	2
11	Інтегрування раціональних функцій	3
12	Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю	2
13	Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій	2
14	Означений інтеграл, його визначення	2
15	Властивості означеного інтеграла	6
16	Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла	8
17	Невласні інтеграли	5
18	Числові та функціональні ряди	7
19	Нескінченні добутки. Гама- та Вета-функції	4
20	Функції багатьох змінних. Поняття пов'язані з їх неперервністю	1
21	Диференціальне числення функцій багатьох змінних	15
22	Подвійні, потрійні та багатократні інтеграли	6
23	Криволінійні інтеграли першого та другого роду	3
24	Поверхневі інтеграли першого та другого роду	3
25	Елементи теорії поля	4
	Разом	128

## Література:

**Б1:** Беляев Н. Р. «Методические указания по курсу: Математический анализ. Первый семестр».

**Б2:** Беляев Н. Р. «Методические указания по курсу: Математический анализ. Второй семестр».

**В:** Волковысский, Луц, Араманович «Сборник задач по теории функций комплексного переменного».

**Д:** Демидович «Сборник задач и упражнений по математическому анализу».

**Б.Т.:** Батыгин, Топтыгин. «Сборник задач по электродинамике».

**К. :** Кудрявцев. «Сборник задач и упражнений по математическому анализу». Т.1, 2.

**Розділ 1. Мова математики, теорія границь, неперервність функцій.**

*Тема 1.* Елементи математичної логіки та теорії множин.

**№1.** Б1. Стр. 2.3. 1\*, 2\*, ..., 11\*.

**№2.** Б1. Стр. 4. 1\*, 2\*.

*Тема 2.* Теорія границь.

**№1.** Д. 389, 401\*, , 407, 418\*, 419, 420, 425\*, 436, 446, 448, 457, 458, 466\*, 503, 505, 507, 508, 519, 531, 532, 533, 561(а, б), 562, 563, 1324, 1325, 1349, 1398, 1399, 1400, 1401, 1402, 1406.1, 646, 651, 653, 655, 658.

**Б1.** Стр. 8,9. \*, \*.

*Тема 3.* Неперервність функцій.

**Д.** : 688, 689, 690, 692, 694, 700. **Б1.** Стр. 8,9. 1\*, 2\*, 3\*, 4\*, 5\*, 6.

**Розділ 2.** Диференційне числення та теореми пов'язані з диференційованими функціями.

*Тема 1.* Похідна та диференціал функції.

**Д.** 846, 850, 854, 871, 881, 895, 985(а, б), 986(а, б, в, г), 999(а, б, в, г), 1036(а, б, в, г), 10(39,41,48,86,87,88,89,92,94), \*, 1100(а, б).

**Б1.** Стр. 13. 1\*, 2\*, 3\*, 4\*, 5\*, 6\*, 7\*, 8\*, 9\*,10\*, 11\*,12\*, 13\*. Стр. 14. \*.

*Тема 2.* Похідні та диференціали вищих порядків.

**Д.** 11(15,25,41,56,59,61,62,65,90).

**Б1.** Стр. 15. \*.

*Тема 3.* Основні теореми про диференційовані функції.

**Розділ 3.** Застосування диференціального числення до вивчення властивостей функцій та побудови графіків функцій.

*Тема 1.* Формула Тейлора та її застосування.

**Б1.** Стр 17,18. 1\*, 2\*, ..., 13\*.

*Тема 2.* Монотонність та екстремуми, опуклість функцій та їх асимптоти.

**Д.** 14(29, 32, 37, 45, 47, 52, 76, 79, \*), 15(34, 35, 47)

**Б1.** Стр 18. \*.

**Розділ 4.** Комплексні числа та неозначений інтеграл і задачі з цим пов'язані.

*Тема 1.* Комплексні числа.

**Б1.** Стр. 20,21. 1\*, 2\*, ..., 9\*.

*Тема 2.* Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.

**Д.** 16(28, 36, 43, 49, 58, 62, 65), 17(05, 15\*, 27, 33, 48, 68, 77).

*Тема 3.* Інтегрування раціональних функцій.

*Тема 4.* Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.

*Тема 5.* Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.

*Тема 6.* Інтегралі, які не можна виразити через елементарні функції.

**Д.** 17(92, 97), 18(51, 57, 59, 64, 67), 19(14, 20, 28, 33, 38, 50, 52, 68, 71).

**Д.** , 20(12, 22, 35, 72, 80, 84, 98), 21(66, 69, 74).

**Розділ 5.** Означений інтеграл.

*Тема 1.* Означений інтеграл, його визначення.

**Д.** 22(07,09,11), 2185, 22(20,31,51,92).

*Тема 2.* Властивості означеного інтеграла.

**Д.** 23(05,17,\*, \*,98).

*Тема 3.* Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.

Д. 24(01,11,\*,15,21,34,63), 25(02,10).

**Розділ 6. Невласні інтеграли, ряди, нескінченні добутки.**

*Тема 1. Невласні інтеграли.*

Д.23(35,42,58,62,63,69,70,72,79,80,80.1,80.2).

*Тема 2. Числові та функціональні ряди.*

Д. 25(78,79,80,84,86,89.2), 26(26,33,34,38,42,67, 69,71,73.1), 27(17,18,21,23,25,28).

*Тема 3. Нескінченні добутки. Гама- та Вета-функції.*

Д. 30(51,56,60,66,70,74,89,95), 3118, 38(43, 45, 46, 47, 49, 51, 52, 55, 56,58, 59, 60, 68, 70).

**Розділ 7. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.**

*Тема 1. Функції багатьох змінних. Поняття пов'язані з їх неперервністю.*

*Тема 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.*

Д. \*,3307, 32(83,85), 33(22,25), 32(36,40,90,98), \*, 33(55,95), 34(02,\*,07.2,\*,83,89),  
35(13,\*,\*,82,86, 876,94,96), 36(24,27,45\*,57.1,78)

**Розділ 8. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. Елементи теорії поля.**

*Тема 1. Подвійні, потрійні та багатократні інтеграли.*

Д. 39(06,07,16,17,18,21,24,25,48,57,64,85,87,96), 40(07,09,13,36,37,52,73,77,78,82,93),  
41(02,03,06,10,31,34,35,43,58).

*Тема 2. Криволінійні інтеграли першого та другого роду.*

Д. 42 (21, 23, 26, 31, 37, 50, 52, 59\*), 42(72\*, 74\*, 84\*).

*Тема 3. Поверхневі інтеграли першого та другого роду.*

Д. 43( 44, 45, 64, 66,72,73,77, 88).

*Тема 4. Елементи теорії поля.*

Д. 44 ( 02, 31, 36, 38, 39, 41, 44, 45, 52.1, 52.2 ).

Б.Т. 39 а, б, в, 40 а, в, д, 50(1), 51(1).

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Елементи математичної логіки та теорії множин	6
2	Теорія границь	14
3	Неперервність функцій	10
4	Похідна та диференціал функції	14
5	Похідні та диференціали вищих порядків	10
6	Основні теореми про диференційовані функції	6
7	Формула Тейлора та її застосування	12
8	Монотонність та екстремуми, опуклість функцій та їх асимптоти	12
9	Комплексні числа	10
10	Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування	6
11	Інтегрування раціональних функцій	8
12	Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю	8
13	Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій	8
14	Означений інтеграл, його визначення	10
15	Властивості означеного інтеграла	10
16	Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла	15
17	Невласні інтеграли	13
18	Числові та функціональні ряди	15
19	Нескінченні добутки. Гама- та Вета-функції	10
20	Функції багатьох змінних. Поняття пов'язані з їх неперервністю	10
21	Диференціальне числення функцій багатьох змінних	18
22	Подвійні, потрійні та багатократні інтеграли	10
23	Криволінійні інтеграли першого та другого роду	11
24	Поверхневі інтеграли першого та другого роду	11
25	Елементи теорії поля	11
	Разом	268

#### Розділ 1.

Тема 1. Елементи математичної логіки та теорії множин.

**№1. Б.** Стр. 4,5. 1\*, 2\*, ..., 11\*.

Тема 2. Теорія границь.

**№2.** Д. 390, 391, 412, 416, 423, 424.1, 437, 440, 461, 469, 474, 475, 476, 484, 495, 499, 514, 523, 525.

**№3.** Д. 535, 540.1, 544, 545.3, 567, 571, 579, 650, 652, 656, 657, 1320, 1326, 1331, 1332, 1333, 1354, 1363.3, 1404, 1405

Тема 3. Неперервність функцій.

**№4.** Д. 687, 702, 717, 720, 723, 725, 760, 762

#### Розділ 2.

Тема 1. Похідна та диференціал функції.

**№5.** Д. : 852, 855, 908, 911, 934, 979, 984, 1004, 1040,

1044, 1051, 1054, 1090, 1093, 1096(г, д), 1102, 1103, 1105.

*Тема 2.* Похідні та диференціали вищих порядків.

*Тема 3.* Основні теореми про диференційовані функції.

**№ 6.** Д. : 1114, 1119, 1122, 1126, 1128, 1132, 1133, 1142, 1144, 1148, 1157, 1158, 1164, 1166, 1169, 1173, 1189, 1203, 1207.

### Розділ 3.

*Тема 1.* Формула Тейлора та її застосування.

**№6.** Д. 12(88, 89 в, г), 13(80, 84, 86, 94 в, г, 95, 97 в, г), 1410.

*Тема 2.* Монотонність та екстремуми, опуклість функцій та їх асимптоти.

**№7.** Д. 14(14, 19, 31, 38, 46, 53, 54, 62, 73, 77, 91, 97, 98), 15(07, 09.1, 31, 34, 36, 41, 47).

### Розділ 4.

*Тема 1.* Комплексні числа.

**В. №7** 1(3, 4), 2(5,6), 3, 4(4 – 8), 7, 8, 26, 28, 30, 32, 34, 35, 59, 60, 61, 62(1, 2), 64(1, 2), 68(1, 2), 71, 74.

*Тема 2.* Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.

**№8.** Д. 16(29, 35, 40, 46, 48, 56, 59, 63, 68, 77, 81, 82, 86), 17(09, 23).

*Тема 3.* Інтегрування раціональних функцій.

*Тема 4.* Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.

*Тема 5.* Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.

*Тема 6.* Інтеграл, які не можна виразити через елементарні функції.

**№8.** Д. 17( 29, 37, 47, 49, 74, 99), 18(08, 11, 19, 28, 37, 43, 53).

**№ 9.** Д. 18(66, 69, 72, 78, 82, 92, 93, 96), 19(04, 07).

**№ 10.** Д. 19(31, 35, 41, 48, 54, 77, 81, 87, 95), 2076, 21(67, 68, 71, 73).

### Розділ 5.

*Тема 1.* Означений інтеграл, його визначення.

**№1** Д. 22(13, 21, 23,33,42,52,53,57,64,66,86,91).

*Тема 2.* Властивості означеного інтеграла.

**№2** Д. 23(04,06,09,10,16,18,21),23(24,25,26.1,28,29).

*Тема 3.* Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.

**№3.** Д. 24(03,16,20,42,62,65,97) 25(03,13,23,25,28).

### Розділ 6.

*Тема 1.* Невласні інтеграли.

**№4.** Д. 23(38,46,48,50,53,59,60,61,68,74,78,80,81,84,92).

*Тема 2.* Числові та функціональні ряди.

**№5.** Д. 25(74,76,83,87), 26(32,38,68,75,83), 27(16, 20, 22,26,31).

*Тема 3.* Нескінченні добутки. Гама- та Вета-функції.

**№6.** Д. 30(52,57,58,61,73,84,90,93), 3106, 31(13,14), 38(44, 48, 50, 53, 54, 57, 61, 75).



**Розділ 7.**

*Тема 1.* Функції багатьох змінних. Поняття пов'язані з їх неперервністю.

*Тема 2.* Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

**№7.** Д. 31(59,88,89), 32(28,37,45,71,75,88,95), 33(13, 21,26,58,85,96), 34(01,07.1).

**№8.** Д. 34(72,82,95), 35(15,88,95), 36(02,25,33,48,51, 54,55,77).

**Розділ 8.**

*Тема 1.* Подвійні, потрійні та багатократні інтеграли.

**№9.** Д. 39(08, 13, 19, 27, 30, 31, 37, 40, 51, 62, 67, 69, 71, 74, 84, 97), 40(18, 21, 31, 46),

Д. 40(83, 87, 90, 91, 92), 41(01, 07, 33, 37, 48, 59).

*Тема 2.* Криволінійні інтеграли першого та другого роду.

**№10.** Д. 42(32,38,64,71.83,99) .

*Тема 3.* Поверхневі інтеграли першого та другого роду.

**№10.** Д. 43(43,52,62,68,70,76,87).

*Тема 4.* Елементи теорії поля.

**№11.** Д. 44(22.1, 36.1, 42, 45.1, 52, 54, 55, 57).

**Б.Т.** (39 г, д, е, 42, 43,50(г), 51(2,3)).

**6. Індивідуальні завдання**

Варіанти розрахункових робіт.

**7. Методи навчання**

При викладанні механіки використовують словесні, наочні, практичні та дискусійні методи навчання. На лекціях використовують найчастіше словесний, наочний та дискусійний методи. На практичних заняттях найчастіше використовують практичний та дискусійний методи. Під час самостійної роботи знаходять застосування всі згадані методи навчання.

**8. Методи контролю**

Поточне тестування, контрольні та розрахункові роботи, колоквіум, захист домашніх завдань, семестрові екзамени.

**9. Схема нарахування балів**

Частина I (1-й семестр)

Поточний контроль та самостійна робота													Підсумковий екзамен	Сума	
Розділ 1			Розділ 2			Розділ 3		Розділ 4						40	100
T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T1	T2	T3	T4	T5	T6		
4	4	5	4	4	5	4	5	4	4	4	4	4	5		

T1, T2 ... T12 – теми розділів.

## Частина II (2-й семестр)

Поточний контроль та самостійна робота											Підсумковий екзамен	Сума	
Розділ 5			Розділ 6			Розділ 7		Розділ 8				40	100
T1	T2	T3	T1	T2	T3	T1	T2	T1	T2	T3	T4		
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		

T1, T2 ... T12 – теми розділів.

### Критерії оцінювання навчальних досягнень

#### Поточне оцінювання – 60 балів.

Протягом I семестру студент отримує бали за наступні види діяльності:

1. Аудиторна робота (лекції): 5 балів.
2. Аудиторна робота (на практичних заняттях): 15 балів.
3. Розрахункові та контрольна робота: 40 балів.

Зазначені бали нараховуються за наступними критеріями:

1. Студент уважно слідує за викладанням теоретичного матеріалу, веде повний конспект лекцій, аналізує та орієнтується у матеріалі (помічає помилки, задає змістовні питання, відповідає на питання лектора) – 5 балів. Якщо студент систематично запізнюється без поважної причини, не веде конспект лекцій відволікається або відволікає інших, не може відповісти на прості запитання стосовно матеріалу за яким має слідувати, то з 5 балів стягуються бали пропорційно кількості зроблених зауважень, запізньень або пропуску матеріалу у конспекті продовж усього семестру.
2. Студент уважно слідує за методами розв'язку задач, веде повний конспект практичних занять, аналізує та орієнтується у матеріалі (помічає помилки, задає змістовні питання, відповідає на питання викладача) – 5 балів. Якщо студент систематично запізнюється без поважної причини, не веде конспект практичних занять відволікається або відволікає інших, не може відповісти на прості запитання стосовно матеріалу за яким має слідувати, то з 5 балів стягуються бали пропорційно кількості зроблених зауважень, запізньень або пропуску матеріалу у конспекті продовж усього семестру.  
Ще 10 балів студент заробляє за розв'язок аудиторних задач протягом семестру по 1 балу за кожну задачу біля дошки або самостійно у зошиті.
3. Протягом семестру у якості самостійної роботи студент виконує 10 домашніх завдань за які отримує по 1 балу за кожне за умови виконання. У контрольних та розрахункових роботах бали розподілено рівномірно, тобто 30 поділити на кількість задач. За частковий розв'язок задач бали нараховуються пропорційно частині розв'язку.  
Якщо виявлено, що студент списував, використовував недозволені матеріали йому ставиться 0 балів.

#### Схема нарахування балів на іспиті (40 балів):

Екзаменаційний білет складається із 4 завдань, з них

- Перше та друге завдання - це теоретичні питання;
- Третє та четверте завдання – це практичні задачі.

Також викладачем можуть бути задані додаткові теоретичні або практичні завдання, що дають змогу уточнити бали.

Бали на всі завдання розподіляються рівномірно. За відсутністю частини відповіді на питання, у тому числі приклада або доведення (якщо зазначені у питанні) бали знімаються

пропорційно; неправильна відповідь на частину питання рахується як відсутня частина; за незначні помилки або неточності у відповіді знімається 1 бал.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

**Методичне забезпечення.** Опорні конспекти лекцій, комплекс навчально-методичного забезпечення дисципліни; варіанти контрольних та розрахункових завдань.

### Основна література

1. Леонов О.С., Гах А.Г. «Математичний аналіз. Теоретичні відомості, збірник задач із прикладами розв'язання у двох частинах. Частина 1», Навчальний посібник – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2019. – 153 с.
2. В.Г. Зима, М.Р. Беляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиків та інженерів. Книга 1. Теоретичні відомості.» – К.: Майстер-клас, 2006. – 448 с.
3. В.Г. Зима, М.Р. Беляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиків та інженерів. Книга 2. Залачі, розв'язання, вказівки.» – К.: Майстер-клас, 2007. – 336с.
4. О. С. Леонов, А.Г. Гах «Математичний аналіз. Теоретичні відомості, збірник задач із прикладами розв'язання у двох частинах. Частина 1» навчальний посібник – Х. : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2019. – 158 с.

### Допоміжна література

- George Pedrick, A first course in analysis, Springer-Verlag (1994).
- Walter Rudin, Principles of mathematical analysis, McGraw-Hill (1953)
- Edwin Hewitt and Karl Stromberg, Real and Abstract Analysis, Springer-Verlag (1965).
- Walter Rudin, Real and complex analysis McGraw-Hill (1970)

## 8. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

<https://www.coursera.org/learn/introduction-to-calculus;>

<https://www.coursera.org/learn/single-variable-calculus;>

<http://mathhelpplanet.com/static.php>;

<http://library.vspu.edu.ua/repozitarij/repozit/texti/navchalni/Matanaliz.pdf>;

<https://learn.ztu.edu.ua/course/view.php?id=1895>;

[http://sites.znu.edu.ua/bank/public\\_files/2009/10/matanaliz/05\\_metod\\_SAM\\_rab.htm](http://sites.znu.edu.ua/bank/public_files/2009/10/matanaliz/05_metod_SAM_rab.htm);

<http://moodle.ipo.kpi.ua/moodle/course/view.php?id=65>;

<http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/wp/wp-content/uploads/2016/12/posibnyk2014.pdf>;

[https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fmib/8abramchuk\\_vstup\\_matemat\\_analizu\\_diferen\\_chislennyha/page1.htm](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fmib/8abramchuk_vstup_matemat_analizu_diferen_chislennyha/page1.htm)