**10 класс. РЕШЕНИЕ задач**

1. Доказать, что при абсолютно упругом столкновении двух шариков одинаковой массы, если это столкновение не является лобовым, угол между направлениями скоростей шариков после столкновения составляет 90º.

Решение:

Закон сохранения импульса:

$m\vec{v} = m\vec{v}_1' + m\vec{v}_2'$;

$\vec{v} = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$;

Возведём в квадрат:

$v^2 = {v_1'}^2 + 2\vec{v}_1'\vec{v}_2' + {v_2'}^2$. (1)

Закон сохранения энергии:

$\frac{mv^2}{2} = \frac{m{v_1'}^2}{2} + \frac{m{v_2'}^2}{2}$;

$v^2 = {v_1'}^2 + {v_2'}^2$. (2)

Из (1) и (2) следует, что $\vec{v}_1'\vec{v}_2' = 0$. Скалярное произведение двух (ненулевых) векторов равно нулю в том случае, когда угол между этими векторами равен 90º.

---

2. Какую минимальную скорость на горизонтальном участке дороги должен иметь полноприводный автомобиль с равным распределением нагрузки по осям, чтобы преодолеть подъём длиной $l$ = 50 метров? Угол наклона дороги на подъёме относительно горизонта составляет $\alpha$ = 15º, нагрузка на колесо $m$ = 300 кг, крутящий момент на нём $M$ = 90 Н·м, коэффициент трения шин о дорогу $\mu = 0{,}2$.

Решение:

Так как все колеса автомобиля ведущие и распределение нагрузки на них равное, то можем рассмотреть задачу для одного колеса.

Сумма кинетической энергии перед въездом на подъём и работы силы трения при движении на подъёме равна приросту потенциальной энергии поднятия на высоту подъёма.

$\frac{mv_0^2}{2} + F_{TP}l = mgh$;

$\frac{mv_0^2}{2} = mgl\sin\alpha - \mu mgl\cos\alpha$;

$v_0^2 = 2gl(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$; $(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \approx 0{,}0656$;

$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 50 \cdot 0{,}0656} \approx \sqrt{64{,}288} \approx 8{,}01$ (м/с)

---

3. В теплоизолированном сосуде при температуре $T$ находятся $N$ молекул одноатомного газа А и $n$ молекул двухатомного газа $B_2$ ($N > n/2$). Между веществами происходит химическая экзотермическая реакция $A + 2B_2 \rightarrow AB_4 + q$ ($q$ - выделяемая в единичном акте реакции теплота). Когда химическая реакция закончилась, давление в сосуде оказалось равным начальному. Определите $q$.

Решение:

Давление смеси идеальных газов определяется суммой парциальных давлений входящих в смесь газов. Энергия смеси идеальных газов определяется суммой энергий составляющих смеси.

Давление смеси вначале равно $P_0 = \frac{(N+n)kT}{V}$, где $V$ - объём сосуда, $\frac{(N+n)}{V}$ - суммарная концентрация всех газов вначале.

По окончании реакции в системе осталось $N-\frac{n}{2}$ молекул газа А, а все $n$ молекул газа $B_2$ прореагировали и образовалось $\frac{n}{2}$ молекул газа $AB_4$. Суммарная концентрация всех газов стала равна $\frac{N}{V}$, а давление смеси $P^*=\frac{NkT^*}{V}$, где $T^*$ - установившаяся температура.

Приравнивая давления вначале и в конце, получим $T^*=\frac{N+n}{N}T$.

Теперь рассмотрим баланс энергий. Вначале энергия одноатомного газа А была равна $\frac{3}{2}NkT$, а энергия двухатомного газа $B_2$ была равна $\frac{5}{2}nkT$. По окончании реакции энергия газа $A_1$ уменьшилась и стала равна $\frac{3}{2}\left(N-\frac{n}{2}\right)kT^*$, а энергия многоатомного газа $AB_4$ стала равна $3\left(\frac{n}{2}\right)kT^*$. Дополнительно в системе выделилось тепло $q\frac{n}{2}$, так как имело место $\frac{n}{2}$ актов реакции. Итого, баланс тепла имеет вид:

$$\frac{3}{2}NkT+\frac{5}{2}nkT+q\frac{n}{2}=\frac{3}{2}\left(N-\frac{n}{2}\right)kT^*+\frac{3}{2}nkT^*.$$

Подставляя сюда $T^*$ и выражая $q$, получим ответ:

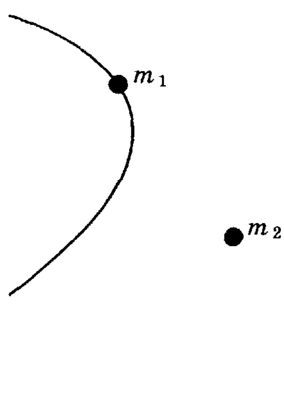
$$q=kT\frac{3n-N}{2N}.$$

4. Ящик в форме куба перемещают на некоторое расстояние $L$ один раз волоком, а другой – кантованием (т. е. опрокидыванием через ребро). Коэффициент трения ящика о пол при скольжении равен $\mu$; трением при кантовании можно пренебречь. При каком значении $\mu$ работы при перемещении волоком и кантованием одинаковы?

Решение:

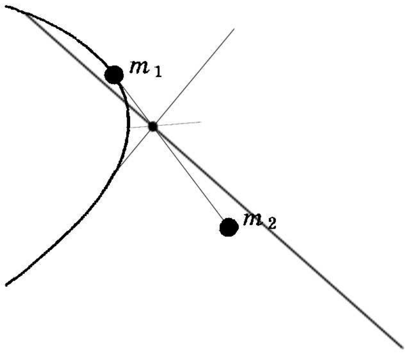
При волочении работа равна $A_1=mg\mu L$, где $m$ - масса ящика. При кантовании ящик приходится опрокидывать $n=\frac{L}{a}$ раз ($a$ - ребро ящика). Работа при одном опрокидывании равна разности потенциальных энергий ящика в положении неустойчивого равновесия (на ребре) и исходном положении: $mga\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2}\right)=0{,}207mga$. При $n$ опрокидываниях работа равна $A_2=0{,}207mgL$. Тогда, $A_1=A_2$ при $\mu=0{,}207$.

5. Два точечных тела составляют замкнутую систему, центр масс которой покоится. Отношение масс тел $\frac{m_1}{m_2}=2$. На рисунке показаны положения обоих тел в некоторый момент времени и траектория тела массой $m_1$, являющаяся плоской кривой. Постройте по точкам траекторию тела массой $m_2$.



Решение:

Графически находим центр масс. Проводим отрезок, соединяющий $m_1$ и $m_2$. Делим его в соотношении 2:1, короткая часть со стороны тела с большей массой ($m_1$).




После этого проводим прямую, проходящую через точку центра масс и пересекающую траекторию тела массой $m_1$. Находим длину отрезка между точкой пересечения прямой с траекторией и точкой центра масс. Вдоль прямой от точки центра масс, в другую сторону откладываем отрезок удвоенной длины. Таким образом, получаем точку, принадлежащую траектории тела массой $m_2$. Повторяем процедуру и находим ещё насколько точек искомой траектории.