

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Директор навчально-наукового інституту

«Фізико-технічний факультет»

(вказати назву структурного підрозділу)

Кузнецов П.І.

(вказати П.І.Б керівника)

“ 28 ” *Серпень* 2023 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Вища математика (диференційні рівняння)

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти	1 рівень (бакалаврський)
галузь знань	10 «Природничі науки»
спеціальність	105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
освітня програма	Прикладна фізика, Біомедичні нанотехнології
спеціалізація	
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	ННІ «Фізико-технічний факультет»

2023/2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою Навчально наукового інституту «Фізико-технічний факультет»

“25” серпня 2023 року, протокол № 8

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)  
**Гах Андрій Генадійович** кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера,

Програму схвалено на засіданні кафедри фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

Протокол від “ 16 ” червня 2023 року № 10

Завідувач кафедри фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

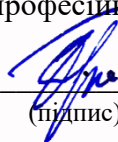


(підпис)

Микола ШУЛЬГА  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна фізика  
(назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



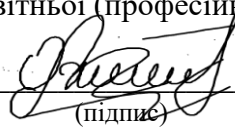
(підпис)

Ігор ГІРКА  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми

Біомедичні нанотехнології  
(назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



(підпис)

Ольга ЖИТНЯКІВСЬКА  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено науково-методичною комісією ННІ «Фізико-технічний факультет»  
(назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна)

Протокол від “ 14 ” серпня 2023 року № 11

Голова науково-методичної комісії ННІ «Фізико-технічний факультет»



(підпис)

Микола ЮНАКОВ  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програму навчальної дисципліни “Диференційні рівняння” складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – “Природничі науки”. Спеціальність: 105 – “Прикладна фізика та наноматеріали”. Освітня програма: «Прикладна фізика», «Медична фізика», «Біомедичні нанотехнології». При розробці Програми враховані вимоги Стандарту вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, галузі знань 10 – «Природничі науки», спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали», затвердженого наказом МОН України № 804 від 16.06.2020 р.

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є оволодіння основними поняттями, фактами і методами сучасної теорії диференціальних рівнянь, а також дати знання про застосування диференціальних рівнянь в математичному моделюванні і аналізі динамічних об’єктів та систем.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є засвоєння математичного апарату, необхідного для розв’язання та дослідження диференціальних рівнянь. Навчити студентів інтегрувати основні типи диференціальних рівнянь першого та другого порядків, розв’язувати лінійні системи диференціальних рівнянь, досліджувати особливі точки лінійних систем другого порядку, досліджувати стійкість розв’язків систем диференціальних рівнянь.

Загальні компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення вища математика (диференційні рівняння):

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. **(ЗК-1)**
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. **(ЗК-7)**
- Здатність працювати автономно. **(ЗК-9)**

Фахові компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення вища математика (диференційні рівняння):

- Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем. **(СК-6)**
- Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності. **(СК-7)**
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних задач і моделювання фізичних систем **(СК-10)**

#### 1.3. Кількість кредитів **6**

## 1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни <b>Диференційні рівняння</b>	
Обов'язкова	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	
Семестр	
3-й	
Лекції	
64 год.	-
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	-
Лабораторні заняття	
-	-
Самостійна робота,	
84 год.	-
у тому числі індивідуальні завдання	
6	-

## 1.6. Заплановані результати навчання

полягають у тому, що внаслідок опанування курсу диференційні рівняння студенти мають **знати**: основні типи інтегрованих диференціальних рівнянь, методи їх інтегрування, методи побудови загального розв'язку звичайних лінійних диференціальних рівнянь та систем, рівнянь в частинних похідних першого порядку.

**Вміти**: знаходити розв'язки диференціальних рівнянь першого порядку, понижувати порядок рівнянь, будувати загальні розв'язки лінійних рівнянь і систем, рівнянь в частинних похідних першого порядку, досліджувати особливі точки диференціальних рівнянь та їх систем.

Згідно з освітньо-професійною програмою «Прикладна фізика» спеціальність 105 – «прикладна фізика та наноматеріали» студенти мають досягти таких результатів навчання:

- Знати цілі сталого розвитку та можливості своєї професійної сфери для їх досягнення, в тому числі в Україні. **(Зн-2)**
- Розуміти закономірності розвитку прикладної фізики, її місце в розвитку техніки, технологій і суспільства, у тому числі в розв'язанні екологічних проблем. **(Зн-3)**
- Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів. **(Ум-1)**
- Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій. **(Ум-3)**

- Оцінювати фінансові, матеріальні та інші витрати, пов'язані з реалізацією проектів у сфері прикладної фізики, соціальні, екологічні та інші потенційні наслідки реалізації проектів. (Ком-4)

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

**Вступ.** Коротка історія предмету та природничі задачі, які розв'язуються за допомогою диференційних рівнянь Структура сучасного курсу теорії диференційних рівнянь та огляд основних складових курсу, що пропонується. Задачі теорії диференційних рівнянь та її зв'язок з фізичними і технічними задачами.

### Розділ 1. Звичайні диференційні рівняння.

#### Тема 1. Звичайні диференційні рівняння першого порядку.

Звичайні диференційні рівняння. Загальні поняття. Задача Коші. Диференційні рівняння першого порядку. Теорема існування та єдності розв'язку. Ізокліни. Загальний інтеграл диференційного рівняння першого порядку. Диференційні рівняння із змінними, які розділяються. Задача Коші. Неєдинність розв'язку задачі Коші для диференційних рівнянь із змінними, які розділяються. Найпростіші типи рівнянь, які приводяться по рівнянь із змінними, які розділяються.

Лінійні диференційні рівняння 1-го порядку та їх загальні властивості. Розв'язок лінійних диференційних рівнянь 1-го порядку методом варіації довільної сталої. Метод Бернуллі. Рівняння Бернуллі. Рівняння Рікати та його властивості. Рівняння у повних диференціалах. Інтегруючий множник. Рівняння першого порядку не розв'язані відносно похідної. Загальний метод введення параметрів. Рівняння Лагранжа і Клеро. Особливі розв'язки. Особливі точки розв'язків диференційних рівнянь першого порядку. Рівняння для знаходження кутового коефіцієнта.

#### Тема 2. Звичайні диференційні рівняння n-го порядку.

Диференційні рівняння вищих порядків. Диференційні рівняння n-го порядку, розв'язані у квадратурах. Формула Коші зведення n-кратного інтегралу до інтегралу, що містить одне інтегрування. Проміжні інтеграли. Рівняння, які припускають зниження порядку. Лінійні однорідні диференційні рівняння n-го порядку. Визначник Веронського та його властивості. Формула Остроградського-Ліувілля. Властивості розв'язків лінійного однорідного диференційного рівняння n-го порядку. Лінійні однорідні диференційні рівняння n-го порядку з сталими коефіцієнтами та їх розв'язки. Розв'язок однорідного диференційного рівняння Ейлера. Лінійні неоднорідні диференційні рівняння n-го порядку та їх загальні розв'язки. Властивості розв'язків. Метод варіації довільної сталої. Неоднорідні диференційні рівняння з сталими коефіцієнтами. Побудова частинних розв'язків рівнянь з сталими коефіцієнтами і стандартною правою частиною. Операторний метод розв'язку рівнянь з сталими коефіцієнтами. Властивості операторів  $D$  и  $D^{-1}$ . Метод Коші знаходження частинного розв'язку. Функція Коші. Крайові задачі. Існування та єдинність розв'язків крайових задач. Функція Гріна. Наближені та ітераційні методи розв'язку диференційних рівнянь.

**Розділ 2.** Системи звичайних диференціальних рівнянь, теорія стійкості та варіаційне числення.

**Тема 3.** Системи звичайних диференціальних рівнянь.

Системи диференціальних рівнянь. Інтегрування системи рівнянь шляхом зведення до одного диференціального рівняння більш високого порядку. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь. Неоднорідні системи лінійних диференціальних рівнянь. Метод варіації довільних сталих. Системи диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами. Рівняння з частинними похідними 1-го порядку. Побудова загального розв'язку. Диференціального рівняння 1-го порядку у частинних похідних. Розв'язок задачі Коші однорідного та квазіоднорідного диференціального рівняння 1-го порядку у частинних похідних.

**Тема 4.** Теорія стійкості.

Критерій стійкості по Ляпунову. Дослідження стійкості по першому наближенню. Критерій стійкості по першому наближенню. Найпростіші типи точок покою. Другий метод Ляпунова. Функція Ляпунова.

**Тема 5.** Елементи варіаційного числення.

Задача варіаційного числення. Функціонал та варіація функціоналу. Рівняння Ейлера. Основна лема варіаційного числення. Задача про брахістохрону. Найпростіші випадки інтегрованості рівняння Ейлера. Площа поверхні обертання. Функціонали, залежні від похідних більш високого порядку. Рівняння Ейлера-Пуасона.

**3. Структура навчальної дисципліни**

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Звичайні диференціальні рівняння</b>												
Тема 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	52	18	10			24						
Тема 2. Звичайні диференціальні рівняння n-го порядку	46	16	8			22						
Разом за розділом 1	98	34	18			46						
<b>Розділ 2. Системи звичайних диференціальних рівнянь, теорія стійкості та варіаційне числення</b>												
Тема 3. Системи звичайних диференціальних рівнянь	44	16	8			20						
Тема 4. Теорія стійкості	22	8	4			10						
Тема 5. Елементи	16	6	2			8						

варіаційного числення												
Разом за розділом 2	82	30	14			38						
<b>Усього годин</b>	180	64	32			84						

#### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Звичайні диференційні рівняння першого порядку	10
2	Звичайні диференційні рівняння n-го порядку	8
3	Системи звичайних диференційних рівнянь	8
4	Теорія стійкості	4
5	Елементи варіаційного числення	2
	Разом за семестр	32

#### 5. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	Форма контролю
1	Звичайні диференційні рівняння першого порядку	24	Перевірка домашнього завдання, опитування
2	Звичайні диференційні рівняння n-го порядку	22	Перевірка домашнього завдання, опитування
3	Системи звичайних диференційних рівнянь	20	Перевірка домашнього завдання, опитування
4	Теорія стійкості	10	Перевірка домашнього завдання, опитування
5	Елементи варіаційного числення	8	Перевірка домашнього завдання, опитування
	Разом	84	

#### 6. Індивідуальні завдання

Передбачено 4 розрахунково-графічні роботи, кожна з яких складається з 20 завдань.

№ з/п	Розрахунково-графічна робота
1	52, 53, 57, 62, 63, 65, 103, 109, 116, 118, 126, 129, 138, 142, 150, 153, 156, 170, 187, 192.
2	196, 199, 203, 210, 252, 259, 269, 270, 275, 276, 284, 288, 289, 297, 292, 299, 421, 423, 424, 429.
3	463, 466, 515, 520, 524, 535, 536, 537, 595, 596, 675, 679, 685, 687, 696, 4.4, 4.7, 4.13, 4.18, 4.21 – з підручника [5].
4	751, 753, 756, 765, 767, 782, 786, 789, 792, 830, 834, 844, 917, 919, 923, 929, 935, 936, 972, 973.

Номера завдань з підручника [4].

## 7. Методи навчання

При викладанні курсу використовують словесні, наочні, практичні та дискусійні методи навчання. Лекційні заняття проводяться методом лекції та розповіді-бесіди. Практичні заняття проводяться шляхом розв'язання окремими студентами задач перед загальною аудиторією. Основною метою практичних занять є розвиток навичок практичного застосування методів інтегрування диференціальних рівнянь і закріплення теоретичного матеріалу.

## 8. Методи контролю

Система рейтингових балів та критерії оцінювання:

1. Поточні контрольні роботи (загальний ваговий бал - 40) проводяться з метою перевірки якості роботи студента на практичних заняттях в аудиторії. Тривалість контрольної роботи 15-20 хвилин. Кожна контрольна робота включає 2 простих завдання, за кожен правильну відповідь студент отримує 2 бали. Відсутність студента на занятті або невиконання експрес-контролю приносить студенту 0 балів.

2. Розрахунково-графічні роботи (загальний ваговий бал - 20) у обсязі 4 робіт по 20 завдань. Критерії оцінювання **розрахунково-графічної роботи**. Максимальна кількість балів за кожен розрахунково-графічну роботу складає 5 балів. Кожна незахищена задача знижує кількість балів на 0,25 бала.

3. Екзаменаційна робота (ваговий бал - 40). Необхідною умовою допуску студента до екзамену з дисципліни є позитивний рейтинг з усіх форм семестрової атестації (не менше 30 балів).

Екзаменаційний білет містить одне теоретичне питання і дві задачі.

Критерії оцінювання:

- Теоретичне питання оцінюється в 10 балів; при неповній або частково помилковій відповіді – 5 балів, а при відсутності відповіді – 0 балів.

- Повністю розв'язана задача оцінюється в 15 балів кожна;

- Задача розв'язана з несуттєвими помилками оцінюється в 12 балів (незначні помилки в арифметичних розрахунках);

- Частково розв'язана задача оцінюється в 9 балів (правильно обрана логіка рішення та формули але грубі помилки в розрахунках);

- Часткове розв'язана задача оцінюється в 6 балів (правильно обрана логіка рішення, зовсім відсутні розрахунки);

- Нерозв'язана задача оцінюється в 0 балів.

Форма підсумкового контролю знань – екзамен.

## 9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1		Розділ 2			60	40	100
T1	T2	T3	T4	T5			
18	14	14	10	4			

T1, T2 ... T5 – теми розділів.



Для допуску до складання підсумкового контролю (екзамену) здобувач вищої освіти повинен набрати не менше 15 балів з навчальної дисципліни під час поточного контролю, самостійної роботи, індивідуального завдання.

#### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

#### 10. Рекомендоване методичне забезпечення

##### Базова література

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння: Підручник. – 3-тє вид., перероб. і доп. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2010. – 527 с.
2. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння: Підручник. К.: Либідь, 2004. – 408 с.
3. Перестюк М.О., Свіщуук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навч. Посібник – К.: ТВиМС, 2004. – 221 с.
4. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах. - К.: Либідь, 2003.– 504 с.

##### Допоміжна література

1. Шкіль М.І., Сотніченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. К.: Вища шк., 1992. – 303 с.
2. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Навч. посібник. Івано-Франківськ: Прикарпатський нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2010. – 339 с.

##### Інформаційні ресурси

1. Веб-ресурси кафедри, мережа інтернет.
2. Бібліотека ХНУ імені В.Н. Каразіна.