

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

“ЗАТВЕРДЖУЮ”



Проректор з науково-  
педагогічної роботи  
Олександр ГОЛОВКО

\_\_\_\_\_ 2022 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Методи математичної фізики

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
галузь знань	10 «Природничі науки»
спеціальність	105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
освітня програма спеціалізація	«Прикладна фізика»
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	ННІ «Фізико-технічний факультет»

2022/2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету (інституту, центру)  
“26” серпня 2022 року, протокол № 8

Розробники програми: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)  
доцент кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера,  
кандидат фіз.-мат. наук Голубов Олексій Андрійович

Програму схвалено на засіданні кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І.  
Ахієзера

Протокол від “26” серпня 2022 року, протокол № 13

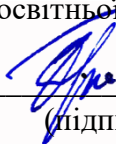
Завідувач кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера



\_\_\_\_\_  
(підпис) Микола ШУЛЬГА  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна фізика  
(назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



\_\_\_\_\_  
(підпис) Ігор ГІРКА  
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією ННІ «Фізико-технічний факультет»  
(назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна)

Протокол від “30” серпня 2022 року, протокол №11

Голова методичної комісії фізико-технічного факультету



\_\_\_\_\_  
(підпис) Микола ЮНАКОВ  
(прізвище та ініціали)

## ВСТУП

Програму навчальної дисципліни «Методи математичної фізики» складено відповідно до освітньо- професійної програми підготовки першого рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 — “Природничі науки”. Спеціальність: 105 - «Прикладна фізика та наноматеріали». Освітня програма: “Прикладна фізика”, “Медична фізика”, “Біомедичні нанотехнології”. При розробці Програми враховані вимоги Стандарту вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, галузі знань 10 - “Природничі науки”, спеціальності 105 - “Прикладна фізика та наноматеріали”, затвердженого наказом МОН України № 804 від 16.06.2020 р.

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1 Мета викладання навчальної дисципліни

Засвоїти теоретичні основи курсу та отримати практичні навички розв’язання задач. Створити практичну основу для розуміння студентами математичного апарату теоретичної фізики. Сформувати у студентів загальну та предметну компетентність.

#### 1.2 Основні завдання вивчення дисципліни

Курс «Методи математичної фізики» є органічною частиною базової підготовки з вищої математики для студентів фізико- технічних спеціальностей університету. Він закладає теоретичну та практичні основи для постановки фізичних задач, розв’язання яких зводиться до диференціальних рівнянь з частинними похідними. Окрім того він закладає основу математичного апарату майбутнього фізика, зокрема визначальну роль крайових та початкових умов при розв’язанні рівнянь математичної фізики. Курс лекцій з методів математичної фізики розраховано на два навчальні семестри (четвертий та п’ятий). Протягом першого семестру студенти знайомляться з теорією функцій комплексної змінної, конформними відображеннями, рядами Лорана та теорією лишків. У другому семестрі пропонується класифікація диференціальних рівнянь з частинними похідними, типів крайових умов, вивчення методу розділення змінних, методу власних функцій та методу редукції з отриманням практичних навичок розв’язання типових задач.

Загальні компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення методів математичної фізики:

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. **(ЗК-1)**
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. **(ЗК-7)**
- Здатність працювати автономно. **(ЗК-9)**

Фахові компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення вищої математики (вищої алгебри):

- Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем. **(СК-6)**
- Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності. **(СК-7)**
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних задач і моделювання фізичних систем **(СК-10)**

1.3 Кількість кредитів: **9**.

1.4 Загальна кількість годин: **270**.

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов'язкова / За вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	3-й
Семестр	
4-ий	5-й
Лекції	
32год.	48 год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	32 год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
56 год.	70 год.
Індивідуальні завдання	
4	3

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Структура курсу “Методи математичної фізики” та її органічний зв'язок з курсами “Аналітична геометрія” та “Математичний аналіз”. Короткий огляд навчальної літератури за тематикою лекцій. Зв'язок абстрактних математичних об'єктів з властивостями реальних фізичних тіл та методами дослідження фізичних явищ. Класична структура лекцій з методів математичної фізики та особливості основних складових курсу, який пропонується. Задачі з методів математичної фізики як практичне засвоєння теоретичного матеріалу та опанування математичним апаратом розв'язування фізичних задач. Знати основні визначення, теореми та методи математичної фізики, методи розв'язання задач. Вміти застосовувати теореми та методи математичної фізики при розв'язанні типових задач.

Згідно з освітньо-професійною програмою «Прикладна фізика», спеціальність 105 – «прикладна фізика та наноматеріали» студенти мають досягти таких результатів навчання:

- Знати цілі сталого розвитку та можливості своєї професійної сфери для їх досягнення, в тому числі в Україні. **(Зн-2)**
- Розуміти закономірності розвитку прикладної фізики, її місце в розвитку техніки, технологій і суспільства, у тому числі в розв'язанні екологічних проблем. **(Зн-3)**
- Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів. **(Ум-1)**
- Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій. **(Ум-3)**
- Оцінювати фінансові, матеріальні та інші витрати, пов'язані з реалізацією проектів у сфері прикладної фізики, соціальні, екологічні та інші потенційні наслідки реалізації проектів. **(Ком-4)**

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Рівняння математичної фізики.

*Тема 1.* Загальна форма диференційних рівнянь. Характеристичне рівняння. Характеристики. Приведення рівнянь до канонічної форми.

*Тема 2.* Класифікація рівнянь. Рівняння гіперболічного (хвильового) типу, канонічна форма. Рівняння параболічного типу, канонічна форма. Рівняння еліптичного типу, канонічна форма. Рівняння з постійними коефіцієнтами.

### **Розділ 2. Типи крайових задач.**

*Тема 3.* Розподіл задач за типами крайових умов. Перша крайова задача. Приклади з фізики. Фізична інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.

### **Розділ 3. Методи розв'язання задач.**

*Тема 4.* Спрощені задачі. Задача Коши та її розв'язання. Метод характеристик, формула Даламбера. Задача для напівструни. Задача для необмеженої струни. Задача без початкових умов.

*Тема 5.* Основні засади методу розділення змінних. Розділення розв'язку на просторовий та часовий множники. Важлива роль однорідних крайових умов. Задача на власні функції та власні значення просторового диференційного оператора.

### **Розділ 4. Однорідні задачі.**

*Тема 6.* Однорідні крайові умови. Перша крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.

*Тема 7.* Неоднорідні крайові умови. Перша крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.

*Тема 8.* Метод власних функцій. Обґрунтування методу. Приклади розв'язання задач методом власних функцій.

*Тема 9.* Неоднорідні рівняння. Стаціонарна неоднорідність. Специфічна неоднорідність. Загальна неоднорідність. Загальна крайова задача.

### **Розділ 5. Задачі з прямокутною симетрією.**

*Тема 10.* Задачі на площині. Задачі з однорідними крайовими умовами. Задачі з неоднорідними крайовими умовами.

*Тема 11.* Просторові задачі. Задачі з однорідними крайовими умовами. Задачі з неоднорідними крайовими умовами.

### **Розділ 6. Задачі з циліндричною симетрією.**

*Тема 12.* Однорідні крайові умови. Загальна задача. Розділення змінних. Рівняння Бесселя, функції Бесселя, їх властивості. Циліндричні функції.

*Тема 13.* Одновимірні задачі з однорідними крайовими умовами. Перша крайова задача для нескінченного циліндра. Власні функції оператора Лапласа, їх ортогональність та норма. Друга крайова задача для нескінченного циліндра.

*Тема 14.* Властивості функцій Бесселя. Рекурентні співвідношення. Інтеграл з функціями Бесселя. Неоднорідні крайові умови. Перша крайова задача для нескінченного циліндра. Друга крайова задача для нескінченного циліндра. Метод власних функцій.

*Тема 15.* Неоднорідні рівняння. Стаціонарна неоднорідність. Специфічна неоднорідність. Загальна неоднорідність. Залежність від кутової змінної  $\varphi$ . Залежність початкових умов від  $\varphi$ . Обґрунтування вибору форми розв'язку. Залежність від  $\varphi$  у початкових та крайових умовах.

### **Розділ 7. Задачі зі сферичною симетрією.**

*Тема 16.* Поліноми Лежандра. Рівняння Лежандра, функції та поліноми Лежандра. Умови ортогональності та норма поліномів Лежандра. Рівняння для приєднаних поліномів Лежандра. Приєднані поліноми Лежандра, умова їх ортогональності та квадрат норми.

*Тема 17.* Задачі зі сферичною симетрією. Стаціонарні задачі. Розділення змінних. Сферичні функції, ортогональність та норма.

Тема 18. Шарові функції. Приклади розв'язання задач за допомогою шарових функцій.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усьог о	у тому числі					усьог о	у тому числі				
Л		П	лаб	інд	с. р.	Л		п	лаб	інд	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Рівняння математичної фізики</b>												
Тема 1. Загальна форма диференціальних рівнянь. Характеристичне рівняння. Характеристики. Приведення рівнянь до канонічної форми.	10	2	1			4						
Тема 2. Класифікація рівнянь. Рівняння гіперболічного (хвильового) типу, канонічна форма. Рівняння параболічного типу, канонічна форма. Рівняння еліптичного типу, канонічна форма. Рівняння з постійними коефіцієнтами.	10	2	1			4						
Разом за розділом 1	20	4	2			8						
<b>Розділ 2. Типи крайових задач.</b>												
Тема 3. Розподіл задач за типами крайових умов. Перша крайова задача. Приклади з фізики. Фізична інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізична інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.	10	2	2			4						
Разом за розділом 2	10	2	2			4						
<b>Розділ 3. Методи розв'язання задач.</b>												
Тема 4. Спрощені задачі. Задача Коши	10	2	1			4						

та її розв'язання. Метод характеристик, формула Даламбера. Задача для напівструни. Задача для необмеженої струни. Задача без початкових умов.												
Тема 5. Основні засади методу розділення змінних. Розділення розв'язку на просторовий та часовий множники. Важлива роль однорідних крайових умов. Задача на власні функції та власні значення просторового диференційного оператора.	10	2	1			4						
Разом за розділом 3	20	4	2			8						
<b>Розділ 4. Однорідні задачі.</b>												
Тема 6. Однорідні крайові умови. Перша крайова задача, фізич-на інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізич-на інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.	10	2	2			4						
Тема 7. Неоднорідні крайові умови. Перша крайова задача, фізич-на інтерпретація крайових умов. Друга крайова задача, фізич-на інтерпретація крайових умов. Третя крайова задача.	10	3	2			4						
Тема 8. Метод власних функцій. Обґрунтування методу. Приклади розв'язання задач методом власних функцій.	10	3	2			4						
Тема 9. Неоднорідні	10	3	2			4						

рівняння. Стационарна неоднорідність. Спе- цифічна неоднорід- ність. Загальна неод- норідність. Загальна крайова задача.												
Разом за розділом 4	40	1 1	8			16						
<b>Розділ 5. Задачі з прямокутною симетрією.</b>												
Тема 10. Задачі на площині. Задачі з од- норідними крайовими умовами. Задачі з не- однорідними крайо- вими умовами.	10	3	2			4						
Тема 11. Просторові задачі. Задачі з одно- рідними крайовими умовами. Задачі з неоднорідними крайовими умовами.	10	3	2			4						
Разом за розділом 5	20	6	4			8						
<b>Розділ 6. Задачі з циліндричною симетрією.</b>												
Тема 12. Однорідні крайові умови. За- гальна задача. Розді- лення змінних. Рів- няння Бесселя, функ- ції Бесселя, їх влас- тивості. Циліндричні функції.	10	3	2			4						
Тема 13. Одновимірні задачі з однорідними крайовими умовами. Перша крайова задача для нескінченного циліндра. Власні функції оператора Лапласа, їх ортого- нальність та норма. Друга крайова задача для нескінченного циліндра.	10	3	2			4						
Тема 14. Властивості функцій Бесселя. Ре- курентні співвідно- шення. Інтеграл з функціями Бесселя. Неоднорідні крайові умови. Перша кра- йова задача для	10	3	2			4						



нескінченного циліндра. Друга крайова задача для нескінченного циліндра. Метод власних функцій.												
Тема 15. Неоднорідні рівняння. Стаціонарна неоднорідність. Специфічна неоднорідність. Загальна неоднорідність. Залежність від кутової змінної $\varphi$ . Залежність початкових умов від $\varphi$ . Обґрунтування вибору форми розв'язку. Залежність від $\varphi$ у початкових та крайових умовах.	10	3	2			4						
Разом за розділом 6	40	1 2	8			16						
<b>Розділ 7. Задачі зі сферичною симетрією.</b>												
Тема 16. Поліноми Лежандра. Рівняння Лежандра, функції та поліноми Лежандра. Умови ортогональності та норма поліномів Лежандра. Рівняння для приєднаних поліномів Лежандра. Приєднані поліноми Лежандра, умова їх ортогональності та квадрат норми.	10	3	2			4						
Тема 17. Задачі зі сферичною симетрією. Стаціонарні задачі. Розділення змінних. Сферичні функції, ортогональність та норма.	10	3	2			3						
Тема 18. Шарові функції. Приклади розв'язання задач за допомогою шарових функцій.	10	3	2			3						

Разом за розділом 7	30	9	6			10						
<b>Усього годин</b>	150	4	3			70						
		8	2									

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Приведення рівнянь до канонічної форми.	1
2	Рівняння з постійними коефіцієнтами.	1
3	Перша крайова задача.	1
4	Друга крайова задача.	1
5	Третя крайова задача.	2
6	Метод характеристик, формула Даламбера.	2
7	Метод розділення змінних.	2
8	Однорідні крайові умови.	2
9	Неоднорідні крайові умови.	2
10	Метод власних функцій.	2
11	Неоднорідні рівняння.	2
12	Задачі на площині.	2
13	Просторові задачі.	2
14	Рівняння Бесселя. Циліндричні функції.	2
15	Власні функції оператора Лапласа, їх ортогональність та норма.	2
16	Неоднорідні рівняння на циліндричні функції.	2
17	Рівняння Лежандра, функції та поліноми Лежандра.	2
18	Сферичні функції. Шарові функції.	2
	Разом за 5 семестр	32

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість Годин	Форма контролю
1	Приведення рівнянь до канонічної форми.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
2	Рівняння з постійними коефіцієнтами.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
3	Перша крайова задача.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
4	Друга крайова задача.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
5	Третя крайова задача.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
6	Метод характеристик, формула Даламбера.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
7	Метод розділення змінних.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
8	Однорідні крайові умови.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
9	Неоднорідні крайові умови.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
10	Метод власних функцій.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
11	Неоднорідні рівняння.	4	Перевірка домашнього

			завдання, опитування.
12	Задачі на площині.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
13	Просторові задачі.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
14	Рівняння Бесселя. Циліндричні функції.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
15	Власні функції оператора Лапласа, їх ортогональність та норма.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
16	Неоднорідні рівняння на циліндричні функції.	4	Перевірка домашнього завдання, опитування.
17	Рівняння Лежандра, функції та поліноми Лежандра.	3	Перевірка домашнього завдання, опитування.
18	Сферичні функції. Шарові функції.	3	Перевірка домашнього завдання, опитування.
	Разом	70	

## 6. Індивідуальні завдання

## 7. Методи навчання

При викладанні методів математичної фізики використовують словесні, наочні, практичні та дискусійні методи навчання. На лекціях використовують найчастіше словесний, наочний та дискусійний методи. На практичних заняттях найчастіше використовують практичний та дискусійний методи. Під час самостійної роботи знаходять застосування всі згадані методи навчання.

## 8. Методи контролю

Навчальним планом передбачені наступні методи контролю:

- Поточний контроль передбачає одну контрольну роботу.
- Підсумковий семестровий контроль – це іспит у комбінованій формі.

## 9. Схема нарахування балів

Лекційні заняття	10
Практичні заняття	20
Контрольна робота	30
Іспит	40
Сума	100

## Критерії оцінювання навчальних досягнень

**Критерії оцінювання контрольної роботи.** Контрольна робота містить одне теоретичне питання та одну задачу. Контрольна робота виконується в аудиторії.

**Критерії оцінювання теоретичних питань:**

Повна розгорнута відповідь - 10 балів.

Повна, але не розгорнута відповідь - 9 балів.

Повна, але не розгорнута відповідь, яка містить незначну помилку чи суперечність, - 8 балів, за кожен наступну незначну помилку чи суперечність знімається 1 бал.

Неповна відповідь, яка не містить критичних помилок чи суперечностей, - 7 балів, за кожен наступну незначну помилку чи суперечність знімається 1 бал.

Відповідь, що містить критичну помилку чи неточність, або відсутність відповіді оцінюється в 0 балів.

#### Критерії оцінювання розв'язання задачі:

Студент отримав загальний розв'язок і правильно вирахував числове значення відповіді - 20 балів.

Студент отримав загальний розв'язок і неправильно вирахував числове значення відповіді - 17 балів.

Студент отримав загальний розв'язок, але помилився в одиницях вимірювання - 13 балів.

Студент правильно виписав необхідні для розв'язання закони та рівняння, але не зміг отримати загальний розв'язок - 8 балів.

Студент не повністю виписав необхідні для розв'язання закони та рівняння - 2 бали.

Студент не правильно виписав необхідні для розв'язку закони та рівняння, чи розв'язок взагалі відсутній 0 балів.

**Критерії оцінювання підсумкового контролю знань.** Підсумковий контроль знань відбуваються у вигляді письмового екзамену з навчальної дисципліни. Кожен білет має два теоретичних питання та задачу що потребує розв'язання:

Перше питання до 10 балів.

Друге питання до 10 балів.

Розв'язання задачі до 20 балів.

#### Критерії оцінювання теоретичних питань:

Повна розгорнута відповідь - 10 балів.

Повна, але не розгорнута відповідь - 9 балів.

Повна, але не розгорнута відповідь, яка містить незначну помилку чи суперечність, - 8 балів, за кожен наступну незначну помилку чи суперечність знімається 1 бал.

Неповна відповідь, яка не містить критичних помилок чи суперечностей, - 7 балів, за кожен наступну незначну помилку чи суперечність знімається 1 бал.

Відповідь, що містить критичну помилку чи неточність, або відсутність відповіді оцінюється в 0 балів.

#### Критерії оцінювання розв'язання задачі:

Студент отримав загальний розв'язок і правильно вирахував числове значення відповіді - 20 балів.

Студент отримав загальний розв'язок і неправильно вирахував числове значення відповіді - 17 балів.

Студент отримав загальний розв'язок, але помилився в одиницях вимірювання - 13 балів.

Студент правильно виписав необхідні для розв'язання закони та рівняння, але не зміг отримати загальний розв'язок - 8 балів.

Студент не повністю виписав необхідні для розв'язання закони та рівняння - 2 бали.

Студент не правильно вписав необхідні для розв'язку закони та рівняння, чи розв'язок взагалі відсутній 0 балів.

- 90 - 100 балів – *відмінно*;  
 70 - 89 балів – *добре*;  
 50 - 69 балів – *задовільно*;  
 1 - 49 балів – *незадовільно*.

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. Mathematical Physics - 4Th Edn B.D. Gupta. Vikas Publication House Pvt Ltd (January 1, 2009)
2. Methods of Mathematical Physics. Volume 2: Partial Differential Equations (v. 2) 1st Edition, by Richard Courant, David Hilbert. Interscience Publishers; 1st Edition (January 1, 1962) 830 pages
3. Mathematics for the Physical Sciences by Leslie Copley. Sciendo; Digital original edition (December 15, 2014). 446 pages

### Допоміжна література

- A Course on Partial Differential Equations (Graduate Studies in Mathematics) by Walter Craig. American Mathematical Society (December 12, 2018) 205 pages

## 11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Студентам надається доступ до курсу “Методи математичної фізики” в Google Classroom, де знаходяться електронні підручники та задачники, список екзаменаційних теоретичних питань, список задач для роботи на практичних заняттях та для самостійної роботи, розклад консультацій за курсом.