

Харківський
національний
університет
імені В.Н. Каразіна



МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ
У ЗАПОРОШЕНІЙ
ГАЗОРОЗРЯДНІЙ
ПЛАЗМІ

МОНОГРАФІЯ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені В. Н. КАРАЗІНА

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ У ЗАПОРОШЕНІЙ
ГАЗОРОЗРЯДНІЙ ПЛАЗМІ**

Монографія

Харків – 2021

УДК 533.9
М 74

Рецензенти:

І. О. Анісімов – професор, доктор фізико-математичних наук, заслужений діяч науки і техніки України, завідувач кафедри радіотехніки та радіоелектронних систем факультету радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

Ю. В. Слюсаренко – професор, доктор фізико-математичних наук, академік НАН України, начальник відділу статистичної фізики і квантової теорії поля Інституту теоретичної фізики ім. О. І. Ахієзера ННЦ ХФТІ;

О. К. Черемних – професор, доктор фізико-математичних наук, член-кореспондент НАН України, заступник директора з наукової роботи в Інституті космічних досліджень НАН України та Державному космічному агентстві України (м. Київ).

*Затверджено до друку рішенням Вченої ради
Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна
(протокол № 10 від 27.09.2021 р.)*

Моделивання процесів у запорозеній газорозрядній плазмі : монографія /
М 74 М. О. Азаренков, І. Б. Денисенко, А. Г. Загородній, А. І. Момот. – Харків : ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2021. – 244 с.

ISBN 978-966-285-736-8

Описано різні підходи для обчислення заряду пилових частинок (які ще називають порошинками) у плазмі та для знаходження потенціалу навколо порошинок. Представлено теоретичні та числові моделі для опису властивостей плазми з високою густиною заряду порошинок, а саме для знаходження концентрацій електронів та іонів, ефективної температури електронів, функції розподілу електронів за енергією, заряду порошинок, втрат електронів та іонів у розряді та втрат енергії електронів у різних процесах. Дослідження проведено в гідродинамічному та кінетичному наближеннях. Розглянуто квазістаціонарну запорозену плазму та нестаціонарну запорозену плазму у режимі післясвітіння.

Для студентів магістерської підготовки, аспірантів та науковців, які спеціалізуються в галузі фізики плазми, фізики газового розряду та теоретичної фізики.

УДК 533.9

ISBN ISBN 978-966-285-736-8

© Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2021
© Азаренков М. О., Денисенко І. Б., Загородній А. Г., Момот А. І., 2021
© Чорна О. Д., макет обкладинки, 2021

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
Розділ 1. Запорошена плазма як об'єкт досліджень. Властивості та методи описання запорошеної плазми	10
1.1. Параметри запорошеної плазми	10
1.2. Заряджання порошинок у плазмі.....	12
1.2.1. Модель обмеженого орбітального руху	12
1.2.2. Дрейфово-дифузійне наближення	15
1.3. Модель точкових стоків у дрейфово-дифузійному наближенні.....	17
1.3.1. Стаціонарний випадок.....	19
1.3.2. Динамічне екранування.....	19
1.4. Неідеальність запорошеної плазми і фазові переходи	21
1.5. Кінетична теорія плазми як складова теорії запорошеної плазми.....	23
1.5.1. Кінетичне рівняння.....	23
1.5.2. Функція діелектричного відгуку для плазми без зіткнень.....	27
1.5.3. Вплив зіткнень на діелектричні характеристики плазми (модельний опис)	31
1.6. Мікроскопічна теорія запорошеної плазми	34
1.6.1. Кінетичне рівняння для мікроскопічної фазової густини	34
1.6.2. Кінетичні рівняння для запорошеної плазми.....	39
Розділ 2. Ефективний потенціал зарядженої макрочастинки	45
2.1. Ефективний заряд макрочастинки в моделі Пуассона – Больцмана ..	46
2.1.1. Постановка задачі	46
2.1.2. Ізотермічна плазма	49
2.1.3. Неізотермічна плазма	51
2.1.4. Висновки	54
2.2. Ефективний потенціал порошинки у сильнозіткненній плазмі.....	55
2.2.1. Постановка задачі і основні рівняння	55
2.2.2. Ефективний потенціал.....	57
2.2.3. Висновки	66
2.3. Кінетична теорія ефективного потенціалу порошинки.....	66
2.3.1. Модель точкових стоків	68
2.3.2. Вплив зіткнень на ефективний потенціал	77
2.3.3. Висновки	84
2.4. Порошинка у сильнозіткненній плазмі у зовнішньому магнітному полі	84
2.4.1. Постановка задачі	84
2.4.2. Порошинка у плазмі із замагніченими електронами і незамагніченими іонами	89
2.4.3. Висновки	96
Розділ 3. Дослідження запорошеної газорозрядної плазми у гідродинамічному наближенні	97
3.1. Вплив порошинок на просторові параметри ємнісного розряду.....	98

3.2. Просторові розподіли параметрів плазми в електронегативному газовому розряді з порошинками субмікронного розміру.....	110
3.3. Властивості електронегативної плазми з порошинками радіусом 5-10 нм.....	123
3.4. Висновки до третього розділу.....	134
Розділ 4. Дослідження аргонової плазми, яка містить порошинки субмікронного розміру, у кінетичному наближенні	136
4.1. Обґрунтування моделей запоорошеної плазми.....	137
4.2. Просторово-усереднені параметри запоорошеної аргонової плазми... ..	142
4.3. Одновимірні моделі запоорошеної аргонової плазми.....	153
4.4. Просторовий розподіл температури електронів у неоднорідній запоорошеній плазмі ємнісних та індукційних розрядів.....	161
4.5. Вплив дрейфу електронів до стінок розрядної камери на функцію розподілу електронів за енергією.....	168
4.6. Аналітичні вирази, які описують функцію розподілу електронів за енергією у запоорошеній плазмі, що підтримується зовнішнім електричним полем.....	173
4.6.1. Наближений аналітичний розв'язок однорідного рівняння Больцмана у випадку запоорошеної плазми.....	174
4.6.2. Залежність ФРЕЕ від концентрації порошинок та їх радіуса і порівняння результатів розрахунків, отриманих із аналітичної моделі, з результатами числових розрахунків.....	177
4.7. Висновки до четвертого розділу.....	185
Розділ 5. Дослідження запоорошеної плазми, що є у фазі післясвітіння.....	188
5.1. Результати числового моделювання запоорошеної плазми, що є у фазі післясвітіння, за допомогою просторово-усередненої моделі.....	189
5.1.1. Модель.....	190
5.1.2. Результати числових розрахунків.....	196
5.2. Функція розподілу електронів за енергією у запоорошеній плазмі післясвітіння.....	207
5.2.1. Теоретична модель та основні припущення.....	208
5.2.2. Частота пружних електрон-атомних зіткнень залежить від енергії електронів.....	210
5.2.3. Частота пружних електрон-атомних зіткнень незалежна від енергії електронів.....	214
5.2.4. Функція розподілу електронів за енергією за різних зовнішніх умов.....	217
5.3. Висновки до п'ятого розділу.....	223
Післямова.....	227
Список використаних джерел.....	230

ПЕРЕДМОВА

Дану книгу написано за результатами теоретичних досліджень, що виконувалися авторами протягом останніх сімнадцяти років. У ній описано різні підходи для обчислення заряду пилових частинок (які ще називають порошинками) у плазмі та для знаходження потенціалу навколо порошинок. Представлено теоретичні та числові моделі для опису властивостей плазми з високою концентрацією заряду порошинок, а саме для знаходження концентрацій електронів та іонів, ефективної температури електронів, функції розподілу електронів за енергією, заряду порошинок, втрат електронів та іонів у розряді та втрат енергії електронів у різних процесах. Дослідження проведено в гідродинамічному та кінетичному наближеннях. Розглянуто квазістаціонарну заповнену плазму та нестаціонарну заповнену плазму у режимі післясвітіння (у випадку, коли введення енергії від високочастотного генератора у розряд призупинено). Крім викладення оригінальних результатів з вивчення властивостей заповненої плазми за різних умов, авторами детально описано теоретичні та числові моделі та підходи, які вони використовували у своїх дослідженнях заповненої плазми. Тому матеріал, що представлено в цій книзі, буде корисний як студентам магістратури та аспірантам, що спеціалізуються у галузі фізики плазми та газового розряду, так і фахівцям, які займаються проблемами фізики заповненої плазми.

Інтерес до фізики заповненої плазми, що спостерігається протягом останніх тридцяти років [1–17], обумовлено перш за все плазовими технологіями, космічними дослідженнями та дослідженнями в галузі керованого термоядерного синтезу. Заповнена плазма часто зустрічається у природі й активно вивчається лабораторно. Заряджені порошинки відіграють важливу роль у космічній плазмі міжзоряного простору, хвостах комет, планетарних кільцях та іоносферах планет [12, 16, 17]. Порошинки виявлено поблизу штучних супутників Землі і космічних апаратів. У земних умовах порошинки з'являються у різного роду газових розрядах, в які вони можуть потрапляти в результаті хімічних процесів у плазовому об'ємі, ерозії електродів чи стінок. Заповнена плазма виникає під час плазової обробки поверхонь: нанесенні тонких плівок, щавленні (травленні), зокрема при виготовленні мікрочіпів [18]. Також порошинки були виявлені в установках для керованого термоядерного синтезу з магнітним утриманням [19]. Вони з'являються внаслідок руйнування внутрішньої поверхні камери і ростуть в результаті агломерації та поглинання частинок плазми у пристінковій області. Великі порошинки можуть прискорюватись електричним полем і зіштовхуватись зі стінкою камери, внаслідок чого виникають

ще бїльшї пошкодження. Це є прикладна проблема фізики керованого термоядерного синтезу.

Дослїдження заповишеної плазми становить і фундаментальний інтерес [10–12]. Порошинки у плазмі можуть утворювати підсистему із сильним зв'язком (потенціальна енергія взаємодїї порошинок бїльша за їхню кїнетичну енергію). В цьому разї вони поводять себе як рїдинна чи кристалїчна система, у другому випадку говорять про формування плазмових кристалїв. Процеси у конденсованїй підсистемї порошинок, в тому числї фазовї переходи і поширення хвиль, можна вивчати на мїкроскопїчному рївнї, тобто спостерїгати за рухом окремих порошинок, якї є структурними елементами дослїджуваної системи. Не менш цїкавими є результати експериментїв із заповишеною плазмою в умовах мїкрогравїтацїї, де порошинки теж формують впорядкованї структури, але їншого виду. Зокрема у плазмі утворюється область, яка вїльна від порошинок і має чїткї границї (void). Очевидно, що колективна поведїнка порошинок визначається взаємодїєю мїж ними. Оскїльки порошинки взаємодїють через плазмове оточення, то говорять про ефективну взаємодїю та ефективний потенцїал. Отже, вивчення ефективних потенцїалїв окремих порошинок, в тому числї в зовнїшнїх полях, є актуальною задачею теорїї заповишеної плазми.

Зазначимо, що визначення зарядїв порошинок у плазмі не є простою задачею. Заряди порошинок не є заданими, а визначаються струмами частинок з плазми, якї у свою чергу залежать від зарядїв порошинок. Цей взаємозв'язок призводить до реакцїї зарядїв порошинок на хвилї і флуктуацїї у плазмі і спричиняє модифїкацїю спектрїв флуктуацїї, а також впливає на властивостї плазми та на поширення хвиль у плазмі.

Заповишена плазма вивчалася та продовжує дослїджуватися у провїдних наукових центрах рїзних країн свїту, таких як США, Нїмеччина, Францїя, Англія, Японїя, Австралїя, Росїя, Китай, Індїя та Україна. Результати цих дослїжень опублїковано у багатьох оглядах, монографїях та статтях [1 - 27]. У бїльшостї цих робїт представлено результати, що стосуються заряджання порошинок, сил, що дїють на порошинки у плазмі, поширення хвиль у заповишенїй плазмі та формування пилових структур (пилових кристалїв, порожнин, шарїв та вихорїв). Мїж тим, в їснуючих оглядах та монографїях в галузї заповишеної плазми результати впливу порошинок на властивостї плазмового середовища детально не описано, як і не достатньо описано теоретичнї моделї, що можуть застосовуватися для вивчення цього впливу. Тому значну частину цїєї монографїї присвячено опису впливу порошинок, що знаходяться в об'ємї газорозряднїй плазми, на плазмове середовище. Зазначимо, що значна кїлькїсть результатїв в цїй монографїї є загальними для плазмових середовищ, тому, на нашу думку, ця книга буде корисна не тїльки для спецїалїстїв, що працю-

ють в галузі запышеної плазми, а також в різних галузях фізики плазми та газового розряду [28].

У першому розділі даної книги описано основні параметри запышеної плазми та теоретичні підходи до її опису, а також ключові аспекти кінетичної теорії звичайної плазми, які є складовою теорії запышеної плазми.

У розділі 2 на основі кінетичного рівняння Батнагара – Гросса – Крука (БГК) розвинуто новий підхід до вивчення ефективного потенціалу порошинки у слабоіонізованій плазмі. Центральним місцем цього підходу є описання поглинання електронів та іонів порошинкою шляхом введення ефективних точкових стоків у кінетичні рівняння для плазмових частинок. На основі запропонованого підходу отримано явні вирази для ефективного потенціалу з урахуванням зіткнень електронів та іонів з нейтральними частинками буферного газу, в тому числі в присутності зовнішнього магнітного поля. Детально проаналізовано розв'язки задачі про ефективні потенціали порошинки. Розрахунки виконано з урахуванням залежності іонного перерізу заряджання від швидкості іонів. Отримано прості аналітичні вирази для потенціалу порошинок при довільних значеннях довжини вільного пробігу іонів. Показано, що аналітичні наближення узгоджуються з проведеними нами числовими розрахунками, та встановлено області застосування таких аналітичних наближень.

Чисельно розв'язано задачу про екранування порошинки у випадку слабоіонізованої плазми з частими зіткненнями за присутності постійного зовнішнього магнітного поля. При цьому динаміка плазми описувалась в рамках дрейфово-дифузійного наближення. Також вивчено просторовий розподіл ефективного потенціалу порошинки і виконано порівняння з аналітичними виразами. Показано, що такий потенціал має кулонівську асимптотику з ефективним зарядом, який залежить від кута між радіус-вектором та напрямком магнітного поля. У результаті числових розрахунків встановлено, що в напрямку, паралельному зовнішньому магнітному полю, ефективний потенціал може мати немонотонну поведінку. Досліджено залежність струмів заряджання і стаціонарного заряду порошинки від параметра замагніченості електронів. Числовими методами в рамках дрейфово-дифузійного наближення досліджено розподіл електростатичного потенціалу навколо зарядженої порошинки, яка знаходиться у слабоіонізованій плазмі і поглинає електрони та іони. Показано, що ефективний потенціал, із точністю до декількох відсотків, можна описати сумою кулонівського потенціалу і потенціалу Дебая з масштабованою довжиною екранування, яка у декілька разів більша за радіус Дебая і залежить від розміру порошинки та неізотермічності плазми. Збільшення довжини екранування пов'язане із суттєвим зменшенням концентрації

електронів та іонів поблизу порошинки. Ефективний заряд у кулонівській частині потенціалу зростає зі зменшенням радіуса порошинки і може перевищувати екранований заряд.

В рамках моделі Пуассона – Больцмана обчислено розподіл потенціалу навколо зарядженої сферичної частинки у неізотермічному плазمو-подібному середовищі. Розглянуто частинку, яка не обмінюється зарядами із середовищем (колоїдна частинка). Досліджено залежність ефективного заряду макрочастинки від відношення електронної та іонної температур, розміру макрочастинки та величини реального заряду. Показано, що у неізотермічному випадку має місце немонотонна залежність ефективного заряду частинки від реального заряду.

У третьому розділі представлено одновимірну гідродинамічну модель ємнісного $\text{Ar-C}_2\text{H}_2$ розряду з пиловими частинками. Використовуючи цю модель, показано, як пилові частинки впливають на поглинання енергії у розряді (враховуючи омичне нагрівання у розряді та стохастичне нагрівання у шарах просторового заряду біля електродів), на просторовий розподіл інтенсивності випромінювання збуджених атомів аргону на довжині хвилі 660.45 нм, на концентрацію та температуру електронів, на розмір шарів просторового заряду, на радіочастотне електричне поле, а також на енергію іонів, з якою вони бомбардують електроди. Результати розрахунків порівняно з експериментальними даними науковців Рурського університету [29, 30]. У цьому ж розділі представлено гідродинамічну модель SiH_4 плазми, яка містить пилові частинки субмікронного розміру або радіусом 5-10 нм. За допомогою цієї моделі досліджено вплив пилових частинок на просторові розподіли концентрації електронів та іонів, температуру електронів, частоту іонізації та частоту осадження електронів на порошинки. З'ясовано, як властивості електронегативної пилової плазми залежать від потужності, що поглинається у розряді, тиску робочого газу, розмірів розрядної камери, розміру та концентрації пилових частинок, а також просторового розподілу пилових частинок. У цьому і наступному розділах значну увагу приділено ємнісним розрядам, що містять порошинки. Це зроблено тому, що у багатьох експериментах в галузі запоорошеної плазми використовувалися саме ємнісні розряди, як за лабораторних умов, та і за умов мікрогравітації [5, 9, 10, 29 – 33]. Крім того, в ємнісних розрядах, що оперують у сумішах аргону з хімічно-активними газами, такими як SiH_4 та C_2H_2 , може відбуватися формування порошинок [10–12, 18, 29–33].

У четвертому розділі представлено кінетичні моделі обмеженої аргонної плазми, що містить пилові частинки. За допомогою цих моделей досліджено вплив пилових частинок на функцію розподілу електронів за енергією (ФРЕЕ), концентрації електронів та іонів, ефективну температуру електронів та ВЧ електричне поле, що підтримує плазму. ФРЕЕ

отримано з рівняння Больцмана з використанням підходу Лоренца. З'ясовано, як параметри пилової аргонної плазми залежать від просторового розподілу концентрації пилових частинок та їх розміру, а також потужності, що поглинається у розряді. Додатково теоретично досліджено вплив просторового дрейфу електронів до стінок розрядної камери на ФРЕЕ у пиловій обмеженій плазмі. У цьому розділі також представлено аналітичні вирази для функції розподілу електронів за енергією для за-порошеної плазми, що підтримується зовнішнім електричним полем. Використовуючи ці вирази, розраховано ФРЕЕ, ефективну температуру електронів, заряд порошинок та поверхневий потенціал порошинок для різних концентрацій порошинок, їх радіусів, частот та амплітуд електричного поля і концентрацій електронів.

У п'ятому розділі монографії досліджено властивості за-порошеної плазми, що є у режимі післясвітіння. Представлено просторово-усереднену модель цієї плазми. За допомогою цієї моделі проаналізовано властивості за-порошеної плазми післясвітіння (концентрації електронів та метастабільних атомів, температуру електронів, заряд порошинок, частоти, що характеризують втрати електронів та іонів та втрати енергії електронів) за експериментальних умов робіт [31 – 33]. Крім того, проведено дослідження впливу різних механізмів генерації електронів на концентрацію електронів у плазмі, що перебуває у фазі післясвітіння. У цьому ж розділі отримано аналітичні вирази для ФРЕЕ у за-порошеній плазмі післясвітіння. Ці вирази було отримано у припущенні, що частота пружних електрон-нейтральних зіткнень є степеневою функцією енергії електронів, а також коли ця частота не залежить від енергії електронів. Представлено результати досліджень функції розподілу електронів за енергією у плазмі, що є у режимі післясвітіння, для різних концентрацій та радіусів порошинок.

Автори вдячні співавторам наукових робіт, результати яких увійшли до цієї книги, а також рецензентам, що взяли на себе великий тягар з ознайомлення з монографією, обговорення здобутих результатів, а також надали корисні поради, що дозволило покращити викладання матеріалу.

Розділ 1

ЗАПОРОШЕНА ПЛАЗМА ЯК ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕНЬ. ВЛАСТИВОСТІ ТА МЕТОДИ ОПИСАННЯ ЗАПОРОШЕНОЇ ПЛАЗМИ

У кінці 1980-х років виник новий розділ плазмової науки – фізика запырошеної плазми [1-17]. Його поява була спричинена, з одного боку, поступом в експериментальних дослідженнях лабораторної та космічної плазми, а з іншого – численними практичними застосуваннями об'єктів і систем (зокрема в плазмових технологіях), що являють собою запырошену плазму, тобто плазму з дрібнодисперсною домішкою конденсованої речовини.

Коли електрон або іон стикається з пырошинкою, він залишається на її поверхні. Оскільки теплова швидкість електронів у плазмі набагато більша за теплову швидкість іонів, то початково нейтральна пырошинка починає заряджатися від'ємно. Зменшення концентрації плазмових частинок поблизу пырошинки призводить до появи їх потоків, які спрямовані до поверхні пырошинки. Збільшення від'ємного заряду пырошинки призводить до збільшення іонного потоку і зменшення електронного. Заряд пырошинки зростає доти, доки потоки плазмових частинок не стають рівними і сумарний струм через поверхню пырошинки стає рівним нулю. Описаний спосіб заряджання пырошинок є основним для газорозрядної плазми, і саме йому буде приділена основна увага в даній монографії. Також пырошинки можуть заряджатися за рахунок емісії електронів, наприклад, в результаті зіткнень іонів та атомів/молекул робочого газу, що знаходяться у збудженому стані, з пырошинками.

Електронна фотоемісія є важливою для заряджання пырошинок у космічній запырошеній плазмі, а термоемісія та вторинна електронна емісія – для певних видів лабораторної запырошеної плазми.

1.1. Параметри запырошеної плазми

Запырошена плазма характеризується складом та просторово-часовими розподілами параметрів. Щодо складу плазми, то її складовими є вільні електрони, іони (в загальному випадку іони можуть бути кількох сортів), нейтральні атоми і молекули, а також пырошинки. Надалі сорт частинок будемо позначати індексом α (e – електрон, i – іон, n – нейтральна частинка, d – пырошинка (dust particle)).

Плазма самоорганізується таким чином, що в основному об'ємі вона є квазінейтральною, тобто виконується умова

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} = 0, \quad (1.1)$$

де e_{α} – заряд, а $n_{\alpha} = N_{\alpha} / V$ – середня концентрація частинок сорту α .

У низькотемпературній плазмі іони, як правило, є однозарядними ($e_i = e$, $e_e = -e$, де e – елементарний заряд), тоді умова квазінейтральності (1.1), для випадку порошинок одного сорту, набуває вигляду

$$e_e n_e + e_i n_i + e_d n_d = 0. \quad (1.2)$$

Щоб визначити, наскільки сильно порошинки впливають на процеси у запорошеній плазмі, вводять так званий параметр Хавнеса

$$P = \frac{|e_d| n_d}{e_i n_i} = \frac{e_d n_d}{e_e n_i}, \quad (1.3)$$

який є відношенням заряду порошинок до заряду іонів в одиниці об'єму і показує, яка частина електронного заряду знаходиться на порошинках. Очевидно, що $0 \leq P < 1$. У цьому випадку відношення концентрації іонів до концентрації електронів дорівнює

$$\frac{n_e}{n_i} = 1 - P. \quad (1.4)$$

Слід зазначити, що в літературі часто зустрічається й інше означення параметра Хавнеса, а саме $P = n_d e_d / (n_e e_e)$. В цьому разі так само $0 \leq P$, але P може бути більшим за одиницю.

Разом з концентрацією частинок важливим параметром плазми є температура її компонентів T_{α} . У цій монографії, якщо це додатково не вказується, вона вимірюється в енергетичних одиницях (електрон-вольтах). Температура, як і концентрація, має індекс; це означає, що температури іонів, електронів, нейтральних частинок і порошинок можуть бути різними. Оскільки маса електрона значно менша за масу іона чи нейтральної частинки, то в результаті зіткнень обмін енергією електронної підсистеми з іонною та нейтральною відбувається повільно. В плазмі газового розряду електричне поле прискорює електрони значно ефективніше, ніж іони, тому температура електронів буде вищою, ніж іонів, тобто $T_e \gg T_i, T_n$. Плазму,

в якій $T_e = T_i$, називають ізотермічною, в іншому разі – неізотермічною. Відношення температур T_e / T_i називають параметром неізотермічності, ми будемо позначати його τ .

1.2. Зарядження порошинок у плазмі

Як зазначалося вище, у випадку газорозрядної плазми домінуючим є механізм зарядження порошинок плазмовими струмами. Потрапивши у плазму, порошинка починає поглинати електрони й іони з плазмового оточення, і оскільки потік електронів до поверхні нейтральної порошинки інтенсивніший за іонний (через різницю теплових швидкостей), то порошинка починає заряджатися від'ємно. Це призводить до поступового зменшення електронного потоку і збільшення іонного (електрони відштовхуються, а іони притягуються до від'ємно зарядженої порошинки). Зрештою електронний та іонний потоки вирівнюються. Це і є умова для визначення стаціонарного значення заряду порошинки. Очевидно, що струми зарядження мають розраховуватися самоузгоджено з урахуванням особливостей і складу плазмового оточення, зокрема впливу зіткнень плазмових частинок із нейтральними. Нижче розглянуто кілька підходів до таких розрахунків.

1.2.1. Модель обмеженого орбітального руху

Для опису процесу зарядження порошинок у плазмі без зіткнень часто використовується так звана модель обмеженого орбітального руху (orbit motion limited (OML) approximation) [1-18], яка була запозичена з теорії плазмових зондів. Ця модель дає можливість отримати переріз поглинання плазмових частинок сферичною порошинкою чи зондом лише із законів збереження моменту імпульсу й енергії. Вважається, що коли прицільний параметр плазмової частинки менший чи дорівнює критичному, то вона поглинається порошинкою. Критичний прицільний параметр b відповідає ситуації, коли траєкторія плазмової частинки є дотичною до поверхні порошинки (рис. 1.1). Закон збереження моменту імпульсу для критичної траєкторії має вигляд

$$bm_a v_0 = a_d m_a v_s, \quad (1.5)$$

де v_0 – швидкість плазмової частинки на великій відстані від порошинки, a_d – радіус порошинки, v_s – швидкість у момент зіткнення з поверхнею порошинки.

Закон збереження енергії відповідно записується як

$$\frac{m_\alpha v_0^2}{2} + e_\alpha \varphi_0 = \frac{m_\alpha v_s^2}{2} + e_\alpha \varphi_s, \quad (1.6)$$

де φ_0 – потенціал на великій відстані від порошинки, φ_s – потенціал на поверхні порошинки.



Рис. 1.1. Критична траєкторія іона

Записуючи рівняння (1.5) і (1.6), ми вважаємо, що частинка, яка знаходиться на великій відстані від порошинки, може досягнути її поверхні без зіткнень, тобто модель обмеженого орбітального руху можна використовувати, коли $a_d \ll \lambda_\alpha$, де λ_α – довжина вільного пробігу плазмової частинки. Якщо у плазмі багато порошинок, то ця модель застосовна, коли можна вважати, що інші порошинки не впливають на рух електронів та іонів поблизу порошинки, яка розглядається (відстань між ними набагато більша за довжину Дебая λ_D і за λ_α).

Якщо порошинка заряджена від'ємно, то $\varphi_s < 0$, і електрони зі швидкостями $v < \sqrt{2e_e \varphi_s / m_e}$ не досягають поверхні порошинки. Отже, для від'ємно зарядженої порошинки з рівнянь (1.5), (1.6) легко отримати перерізи поглинання:

$$\sigma_e(v) = \begin{cases} \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2e_e \varphi_s}{m_e v^2} \right), & v^2 \geq \frac{2e_e \varphi_s}{m_e}, \\ 0, & v^2 < \frac{2e_e \varphi_s}{m_e}, \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\sigma_i(v) = \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2e_i \varphi_s}{m_i v^2} \right).$$

Інтеграл за швидкістю від одностинкової функції розподілу $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ з відповідним перерізом поглинання (1.7) дає значення електронного (іонного) струму на поверхню порошинки:

$$I_\alpha(\mathbf{r}, t) = e_\alpha n_\alpha \int f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \sigma_\alpha(v) v d\mathbf{v}. \quad (1.8)$$

Функція розподілу нормована на об'єм $\iint f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} d\mathbf{r} = V$.

Якщо вважати, що у стаціонарному стані функція розподілу є максвеллівською

$$f_{0\alpha}(v) = \left(\frac{m_\alpha}{2\pi T_\alpha} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_\alpha v^2}{2T_\alpha} \right), \quad (1.9)$$

то інтегрування в (1.8) дає наступний результат:

$$I_i = e_i n_i a_d^2 2\sqrt{2\pi} v_{Ti} (1 - e_i \phi_s / T_i), \quad (1.10)$$

$$I_e = e_e n_e a_d^2 2\sqrt{2\pi} v_{Te} \exp(-e_e \phi_s / T_e), \quad (1.11)$$

де $v_{T\alpha} = \sqrt{T_\alpha / m_\alpha}$ – теплова швидкість.

Величина $\phi_s = e_e \phi_s / T_e$, яка входить до (1.10) і (1.11), є безрозмірним поверхневим потенціалом. У стаціонарному стані повний струм на поверхню порошинки дорівнює нулю, тобто

$$I_{\text{tot}} = I_e + I_i = 0. \quad (1.12)$$

Для однозарядних іонів підстановка (1.10) та (1.11) в (1.12) дає рівняння

$$\frac{n_e}{n_i} e^{-\phi_s} \sqrt{\tau \frac{m_i}{m_e}} = 1 + \phi_s \tau. \quad (1.13)$$

Приклади залежності ϕ_s від τ для різних типів плазми показано на рис. 1.2.

Якщо припустити, що потенціал на поверхні порошинки $\phi_s = q / a_d$, що справедливо при $a_d \ll \lambda_D$, то

$$\phi_s = z_d = \frac{qe_e}{a_d T_e}, \tag{1.14}$$

де q – заряд порошинки. Величина z_d є безрозмірним зарядом порошинки. Відношення n_e / n_i в (1.13) визначається з умови квазінейтральності (1.1), і для низької концентрації порошинок його можна вважати рівним одиниці. Коли в плазмі багато порошинок, тоді відношення концентрації електронів до концентрації іонів визначається співвідношенням (1.4). Зменшення електронної концентрації порівняно з іонною у запорошеній плазмі призводить до зменшення безрозмірного поверхневого потенціалу ϕ_s (безрозмірного заряду порошинки z_d).

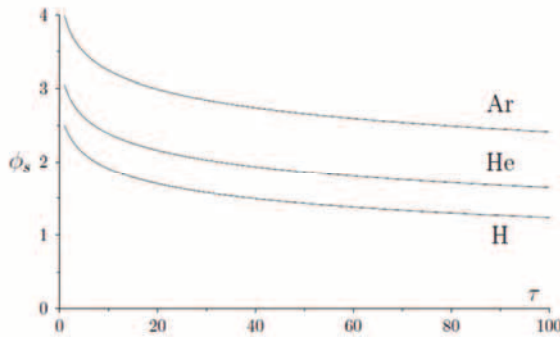


Рис. 1.2. Залежність безрозмірного поверхневого потенціалу $\phi_s = e_e \varphi_s / T_e$ від τ , для різних типів плазми (H, He, Ar), ϕ_s знайдено з рівняння (1.13) з $n_e / n_i = 1$

1.2.2. Дрейфово-дифузійне наближення

За умови $\lambda_\alpha \ll \lambda_D$ наближення обмеженого орбітального руху втрачає свою застосовність. Такий випадок відповідає сильнотіткненній запорошеній плазмі, яка має місце у деяких експериментах. Зарядження порошинок у такій плазмі можна описати у дрейфово-дифузійному наближенні. Вираз для густини потоку плазмових частинок при цьому має вигляд [34]

$$\Gamma_\alpha = n_\alpha \mu_\alpha \mathbf{E} - D_\alpha \nabla n_\alpha. \tag{1.15}$$

Перший доданок в (1.15) описує дрейфовий потік, другий – дифузійний. Тут μ_α – рухливість електронів чи іонів, \mathbf{E} – напруженість електричного поля, D_α – коефіцієнт дифузії (коефіцієнт дифузії електронів зазвичай значно більший, ніж іонів).

Рухливість – це коефіцієнт пропорційності між дрейфовою швидкістю частинки і електричним полем, яке спричиняє цей дрейф. Рухливість і коефіцієнт дифузії пов'язані співвідношенням Айнштайна:

$$\frac{D_\alpha}{\mu_\alpha} = \frac{T_\alpha}{e_\alpha}. \quad (1.16)$$

Враховуючи попередню формулу і співвідношення $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$, (1.15) можна переписати у вигляді

$$\Gamma_\alpha = -D_\alpha \left(\frac{e_\alpha}{T_\alpha} n_\alpha \nabla\varphi + \nabla n_\alpha \right). \quad (1.17)$$

Густина потоку (1.17) входить у рівняння неперервності, яке для плазми можна записати у вигляді:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \Gamma_\alpha = I + k_{\text{іон}} n_e n_n - \beta n_e n_i, \quad (1.18)$$

де I – інтенсивність об'ємної іонізації плазми зовнішніми джерелами, $k_{\text{іон}}$ – константа швидкості іонізації газу власними електронами плазми, n_n – концентрація нейтральних частинок, β – коефіцієнт електрон-іонної рекомбінації.

Електростатичний потенціал задовольняє рівнянню Пуассона

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}). \quad (1.19)$$

У випадку плазми густина заряду має вигляд

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_\alpha \rho_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha(\mathbf{r}).$$

Систему рівнянь (1.18), (1.19) необхідно доповнити крайовими умовами для потенціалу та концентрацій плазмових частинок на поверхні порошинок та на великій відстані від них. Умови для n_α повинні враховувати поглинання електронів та іонів поверхнею порошинки. Ця система не розв'язується аналітично, приклади її числового розв'язання можна

знайти в [35]. А приклад наближеного аналітичного розв'язку наведено у наступному підрозділі.

1.3. Модель точкових стоків у дрейфово-дифузійному наближенні

Щоб уникнути використання крайових умов для концентрацій плазмових частинок і при цьому врахувати їх поглинання порошинкою, можна використати модель точкових стоків. В рамках цієї моделі рівняння неперервності (1.18) без урахування об'ємних джерел іонізації та рекомбінації має вигляд

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_\alpha = -S_\alpha \delta(\mathbf{r}). \quad (1.20)$$

Права частина у (1.20) описує поглинання плазми точковим стоком, $S_\alpha(t)$ – інтенсивність стоку, яка вважається заданою, $\delta(\mathbf{r})$ – дельта-функція, $n_\alpha = n_\alpha(\mathbf{r}, t)$. Задача полягає в тому, щоб знайти розподіл потенціалу і густини плазми поблизу порошинки.

Рівняння Пуассона (1.19) при цьому має вигляд

$$\Delta \varphi = -4\pi \sum_{\alpha=e,i} e_\alpha n_\alpha - 4\pi q(t) \delta(\mathbf{r}), \quad (1.21)$$

де потенціал $\varphi = \varphi(\mathbf{r}, t)$ залежить як від координати, так і від часу, а заряд порошинки $q(t)$ лише від часу. Оскільки умовою застосовності дрейфово-дифузійного наближення є умова $a_d \gg \lambda_\alpha$, то сформульована система рівнянь може давати неправильну поведінку потенціалу і розподілу густини заряду на відстанях від точкового стоку ближчих, ніж декілька λ_α .

Заряд порошинки та інтенсивності стоку плазмових частинок не є незалежними, а пов'язані співвідношенням

$$\frac{dq}{dt} = e_i S_i(t) + e_e S_e(t). \quad (1.22)$$

Ці величини не визначаються у рамках даного підходу, але їх можна знайти шляхом порівняння з результатами числового моделювання.

Після підстановки (1.17) в (1.20) і лінеаризації рівняння (1.20) та (1.21) набувають вигляду

$$\frac{\partial \delta n_\alpha}{\partial t} - D_\alpha \frac{e_\alpha n_0}{T_\alpha} \Delta \varphi - D_\alpha \Delta \delta n_\alpha = -S_\alpha \delta(\mathbf{r}), \quad (1.23)$$

$$\Delta \varphi = -4\pi e(\delta n_i - \delta n_e) - 4\pi q \delta(\mathbf{r}), \quad (1.24)$$

де $\delta n_\alpha(\mathbf{r}, t) = n_\alpha(\mathbf{r}, t) - n_0$ – збурення концентрації плазмових частинок, пов'язане з присутністю порошинки, $e_e = -e$, $e_i = e$.

У $k\omega$ -представленні рівняння (1.23) і (1.24) мають вигляд

$$-i \frac{\omega}{D_\alpha} \delta n_{\alpha k\omega} + \frac{e_\alpha n_0}{T_\alpha} k^2 \varphi_{k\omega} + k^2 \delta n_{\alpha k\omega} = -\tilde{S}_{\alpha\omega} / e, \quad (1.25)$$

$$k^2 \varphi_{k\omega} = 4\pi e(\delta n_{ik\omega} - \delta n_{ek\omega}) + 4\pi q_\omega, \quad (1.26)$$

де $\tilde{S}_{\alpha\omega} = eS_{\alpha\omega} / D_\alpha$,

$$\delta n_{\alpha k\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} \delta n_\alpha(\mathbf{r}, t).$$

Підстановка (1.26) у (1.25) дає систему двох рівнянь відносно $\delta n_{ik\omega}$, $\delta n_{ek\omega}$, розв'язками цієї системи є

$$\delta n_{ik\omega} = \frac{1}{e\Delta_\omega} ((i\omega / D_e - k^2)(\tilde{S}_{i\omega} + k_{Di}^2 q_\omega) - \tilde{S}_{i\omega} k_{De}^2 - \tilde{S}_{e\omega} k_{Di}^2), \quad (1.27)$$

$$\delta n_{ek\omega} = \frac{1}{e\Delta_\omega} ((i\omega / D_i - k^2)(\tilde{S}_{e\omega} - k_{De}^2 q_\omega) - \tilde{S}_{i\omega} k_{De}^2 - \tilde{S}_{e\omega} k_{Di}^2), \quad (1.28)$$

де

$$\Delta_\omega = -\frac{\omega^2}{D_i D_e} - i \frac{\omega}{D_e} (k_{Di}^2 + k^2) - i \frac{\omega}{D_i} (k_{De}^2 + k^2) + k^2 (k^2 + k_D^2),$$

$$k_{D\alpha}^2 = \frac{4\pi e_\alpha^2 n_\alpha}{T_\alpha}, \quad k_D^2 = k_{Di}^2 + k_{De}^2.$$

Підстановка (1.27) і (1.28) у (1.26) дає фур'є-образ потенціалу

$$\varphi_{k\omega} = \frac{4\pi q_\omega}{k^2} + \frac{4\pi}{k^2 \Delta_\omega} \left(i\omega q_\omega \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) + \right. \\ \left. + i\omega e \frac{S_{i\omega} - S_{e\omega}}{D_i D_e} - k^2 (q_\omega k_D^2 + \tilde{S}_{i\omega} - \tilde{S}_{e\omega}) \right). \quad (1.29)$$

Як видно, потенціал складається з власного потенціалу точкової порошинки (перший доданок) та індукованої частини, що зумовлена відгуком системи як на електричне поле порошинки, так і наявністю стоків.

1.3.1. Стаціонарний випадок

Розглянемо стаціонарну задачу. У цьому випадку заряд порошинки не змінюється з часом, з чого випливає (див. (1.22)), що потоки електронів та іонів на порошинку рівні $S_i = S_e = S$. Формула (1.29) при цьому спрощується і потенціал має вигляд

$$\varphi_k = \frac{4\pi(q + \tilde{S})}{k^2 + k_D^2} - \frac{4\pi\tilde{S}}{k^2}, \quad (1.30)$$

де

$$\tilde{S} = \frac{eS}{k_D^2} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e} \right). \quad (1.31)$$

Ця величина має розмірність заряду і є додатною, оскільки $D_e > D_i$. В координатному представленні відповідно маємо

$$\varphi(r) = (q + \tilde{S}) \frac{e^{-k_D r}}{r} - \frac{\tilde{S}}{r}. \quad (1.32)$$

Потенціал є суперпозицією дебаївського і кулонівського потенціалів з ефективними зарядами. Як видно з (1.32), $-\tilde{S}$ можна трактувати як ефективний заряд у неекранованій частині потенціалу. Ця величина може бути пов'язана з зарядом порошинки наступним чином: $\tilde{S} = -\alpha q$, де коефіцієнт пропорційності α можна взяти з числового розв'язку задачі [35, 36]. Значення α залежить від радіуса порошинки і у ізотермічній плазмі змінюється у межах від $\alpha \ll 1$ для великих порошинок і прямує до значення 0.5, коли радіус порошинки прямує до нуля.

1.3.2. Динамічне екранування

Розглянемо ще один частинний випадок розв'язків (1.27)–(1.29), а саме екранування порошинки, що рухається поступально з постійною швидкістю v . Коли порошинка рухається рівномірно і прямолінійно, її заряд q не змінюється з часом, отже, $S_\alpha(t) = S$. Для описання такої системи останній доданок в рівнянні неперервності (1.20) $S_\alpha(t)\delta(\mathbf{r})$ необхідно

замінити на $S\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ і також у рівнянні Пуассона (1.21) вираз $4\pi q(t)\delta(\mathbf{r})$ замінити на $4\pi q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$. Тоді

$$(S_\alpha(t)\delta(\mathbf{r}))_{\mathbf{k}\omega} = S_{\alpha\omega}$$

заміняється на

$$(S\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t))_{\mathbf{k}\omega} = 2\pi S\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}).$$

Отже, у формули (1.27)–(1.29) підставляємо

$$\begin{aligned} q_\omega &= 2\pi q\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}), \\ S_{\alpha\omega} &= 2\pi S\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}) \end{aligned}$$

і остаточно маємо

$$\varphi_{\mathbf{k}\omega} = \frac{8\pi^2\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}{k^2\Delta_\omega^{(2)}} \left(i\omega q \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) - k^2 k_D^2 (q + \tilde{S}) \right) + \frac{8\pi^2 q\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}{k^2}, \quad (1.33)$$

де

$$\Delta_\omega^{(2)} = -\frac{\omega^2}{D_i D_e} - i\omega \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) - i\omega k^2 \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{D_i} \right) + k^4 + k^2 k_D^2.$$

Останній доданок в (1.33) – це потенціал самої частинки, а перший є індукованим потенціалом. Виконуючи зворотнє перетворення Фур’є

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \varphi_{\mathbf{k}\omega},$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)} \times \\ &\times \left(q + \frac{i\mathbf{k}\mathbf{v}q \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) - k^2 k_D^2 (q + \tilde{S})}{-\frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})^2}{D_i D_e} - i\mathbf{k}\mathbf{v} \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) - i\mathbf{k}\mathbf{v}k^2 \left(\frac{1}{D_e} + \frac{1}{D_i} \right) + k^4 + k^2 k_D^2} \right). \quad (1.34) \end{aligned}$$

При $S=0$ це співвідношення описує екранування точкової частинки, що рухається з постійною швидкістю у слабоіонізованій плазмі.

1.4. Неідеальність запорошеної плазми і фазові переходи

Умови, які можуть реалізуватися в запорошеній плазмі, характеризуються широким розмаїттям параметрів. Одним з основних параметрів системи з кулонівською взаємодією є параметр неідеальності, який означають як відношення кулонівської енергії між сусідніми частинками із зарядами q до їхньої середньої кінетичної енергії [37, п. 16.6]:

$$\Gamma = \frac{q^2}{T\Delta}, \quad (1.35)$$

де $\Delta = n^{-1/3}$ – характерна середня відстань між частинками, T і n – їхня температура і концентрація. Для електронів та іонів

$$\Gamma_\alpha = \frac{e_\alpha^2 n_\alpha^{1/3}}{T_\alpha}, \alpha = e, i. \quad (1.36)$$

Систему називають неідеальною, якщо $\Gamma \gtrsim 1$. Як відомо, заряди в плазмі екрануються. Тому у випадку запорошеної плазми поряд з міжчастинковою відстанню існує ще один просторовий масштаб – радіус екранування λ_D , окрім того, розмір порошинки. Для умов більшості експериментів із запорошеною плазмою число електронів та іонів у дебаївській сфері, як правило, велике, тобто електронна та іонна підсистеми є ідеальними: $n_\alpha \lambda_D^3 \gg 1$ ($\alpha = e, i$), а $\Gamma_\alpha \sim (n_\alpha \lambda_D)^{-2/3} \ll 1$.

Ситуація може змінитися у випадку підсистеми порошинок. Якщо $n_d \lambda_D^3 \gg 1$, то запорошена плазма залишається ідеальною. При цьому порошинки відіграють роль додаткової плазмової компоненти і беруть участь в екрануванні зарядів у плазмі:

$$\lambda_D^{-2} = \sum_{\alpha=e,i,d} \frac{4\pi e_\alpha^2 n_\alpha}{T_\alpha}. \quad (1.37)$$

У протилежному випадку ($n_d \lambda_D^3 \ll 1$) підсистема порошинок не завжди неідеальна, оскільки екранування може визначатися електронами та іонами, тобто відстань між частинками $\Delta = n_d^{-1/3}$ може бути меншою за λ_D , але якщо порошинки екрануються лише іонами і електронами, то запорошена плазма залишається ідеальною.

На сьогодні більшість теорій, що використовуються для описання фазових переходів у запорошеній плазмі, пов'язані з моделлю одноком-

понентної плазми (ОКП), частинки якої взаємодіють з потенціалом Дебая (Юкави). Енергія взаємодії частинок має вигляд

$$U(r) = \frac{q^2}{r} e^{-r/\lambda_D}. \quad (1.38)$$

Тут λ_D – довжина екранування заряду плазовими частинками (електронами та іонами). При цьому припускається, що існує компенсувальний фон, який забезпечує електронейтральність системи. Вже та обставина, що ефективний потенціал порошинки далеко не завжди можна розглядати як екранований (див. п. 1.3.1), свідчить про те, що модель ОКП з енергією взаємодії (1.38) часто не є адекватною. Але з її допомогою вдалося описати низку експериментів, а отже, вона розглядається як основа для розробки більш реалістичних моделей.

Зауважимо, що окрім запорошеної плазми системи із взаємодією (1.38) вивчались у багатьох розділах фізики – від колоїдних розчинів до фізики елементарних частинок. Саме цьому вивченню фазових діаграм таких систем методами Монте-Карло та молекулярної динаміки приділяється значна увага.

У випадку, що розглядається, статистичні властивості дебаївських систем повністю характеризуються двома параметрами. Одним з них може бути константа зв'язку порошинок (dust grains): $\Gamma_g = q^2 / T_d \Delta$, а другим – структурний параметр (параметр ґратки):

$$\varkappa = \frac{\Delta}{\lambda_D}. \quad (1.39)$$

При цьому границя $\varkappa \rightarrow 0$ буде відповідати однокомпонентній моделі з кулонівською взаємодією.

На рис. 1.3 зображена фазова діаграма дебаївської системи в площині (\varkappa, Γ_g) . Ця діаграма була побудована в [11] на основі числового моделювання, виконаного в [38-42].

Моделювання свідчить про існування трьох фаз. Якщо позначити через Γ_M величину Γ_g на лінії плавлення, то в області сильної неідеальності $\Gamma_g > \Gamma_M$ можуть існувати кристалічні об'ємноцентрована кубічна (ОЦК) та ґранецентрована кубічна (ґЦК) ґратки, а при $\Gamma_g < \Gamma_M$ існує рідинна фаза. ОЦК-фаза стабільна за малих значень \varkappa , а за великих значень структурного параметра \varkappa стабільною є ґЦК-фаза. Трикритичній точці відповідають $\varkappa \simeq 6.9$, а $\Gamma_g = 3.47 \cdot 10^3$ [38].

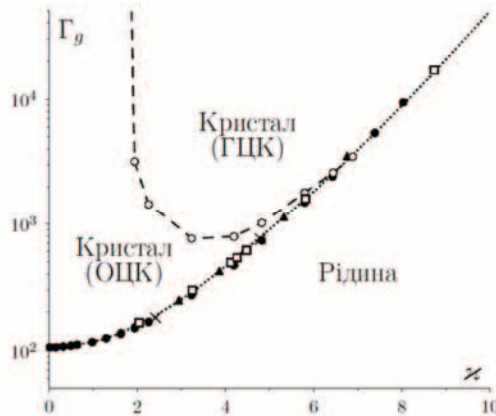


Рис. 1.3. Фазова діаграма дебаївських систем, отримана за допомогою числового моделювання. Світлим кружками позначена межа між кристалічними ОЦК-та ГЦК-фазами [38]. Межі рідина–кристал відповідають трикутники – [39], квадрати – [40], темні кружки – [38]. Хрестики відповідають стрибку константи дифузії при моделюванні дисипативних дебаївських систем [41, 42]. Штрихова крива проведена наближено за числовими результатами

У випадку ОКП з кулонівською взаємодією кристалізація відбувається при $\Gamma_g = \Gamma_{ОКП} \simeq 106$ (або 172 при використанні радіуса Вігнера – Зейтца $(4\pi n_d / 3)^{-1/3}$ як одиниці довжини замість $\Delta = n_d^{-1/3}$).

1.5. Кінетична теорія плазми як складова теорії запоорошеної плазми

Опис запоорошеної плазми, очевидно, базується на підходах і поняттях, які були розвинені для звичайної плазми. В цьому підрозділі будуть наведені основні положення кінетичної теорії плазми [37], які необхідні для подальшого застосування в теоретичних дослідженнях запоорошеної плазми. З одного боку, вони лежать в основі теорії електромагнітних процесів у середовищах з просторовою і часовою дисперсією, а з іншого – можуть слугувати основою для побудови узагальнення, придатного для описання запоорошеної плазми.

1.5.1. Кінетичне рівняння

Кінетичне рівняння і ланцюжок рівнянь Боголюбова – Борна – Гріна – Кірквуда – Івона (ББГКІ) для звичайної плазми можуть бути отримані на

основі загальної статистичної теорії, але оскільки ієрархію рівнянь ББГКІ для запорошеної плазми значно зручніше формулювати на основі рівнянь для мікроскопічної фазової густини, то і для звичайної плазми ми будемо використовувати саме цей підхід [43-45]. Вираз для мікроскопічної фазової густини частинок сорту α має вигляд

$$N_\alpha(X, t) = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \delta(X - X_{i\alpha}(t)), \quad (1.40)$$

де $X \equiv (\mathbf{r}, \mathbf{v})$, $X_{i\alpha}(t) \equiv (\mathbf{r}_{i\alpha}(t), \mathbf{v}_{i\alpha}(t))$ – фазова траєкторія, N_α у верхній межі суми – кількість частинок.

У потенціальному наближенні ($c \rightarrow \infty$) фазова траєкторія відповідної частинки визначається рівняннями руху

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}_{i\alpha}(t)}{dt} &= \mathbf{v}_{i\alpha}(t), \\ \frac{d\mathbf{v}_{i\alpha}(t)}{dt} &= \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}_{i\alpha}(t), t), \end{aligned} \quad (1.41)$$

де $\mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t)$ – мікроскопічне електричне поле в системі.

Мікроскопічна фазова густина задовольняє рівнянню

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_\alpha(X, t) = 0, \quad (1.42)$$

де \mathbf{F}_α^{ext} – зовнішні сили, які діють на частинки.

Мікроскопічне поле складається з полів окремих частинок

$$\mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) = - \sum_{\alpha'=e,i} e_{\alpha'} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \int dX' \frac{N_{\alpha'}(X', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (1.43)$$

Підставивши (1.43) у (1.42) і ввівши позначення

$$\hat{V}_{\alpha\alpha'}(X, X') = \frac{e_\alpha e_{\alpha'}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}},$$

отримуємо

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \sum_{\alpha'=e,i} \int dX' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(X, X') N_{\alpha'}(X', t) \right\} N_\alpha(X, t) = 0. \quad (1.44)$$

Усереднена за ансамблем мікроскопічна фазова густина

$$\langle N_\alpha(X, t) \rangle = n_\alpha f_\alpha(X, t),$$

де $f_\alpha(X, t)$ – одночастинкова функція розподілу. Тоді, після усереднення за ансамблем, (1.44) зводиться до

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_\alpha(X, t) = \\ & = \frac{1}{n_\alpha} \sum_{\alpha'=e,i} \int dX' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(X, X') \langle N_{\alpha'}(X', t) N_\alpha(X, t) \rangle. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Враховуючи, що

$$\langle N_{\alpha'}(X', t) N_\alpha(X, t) \rangle = \langle N_{\alpha'}(X', t) \rangle \langle N_\alpha(X, t) \rangle + \langle \delta N_{\alpha'}(X', t) \delta N_\alpha(X, t) \rangle,$$

маємо

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \sum_{\alpha'=e,i} n_{\alpha'} \int dX' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(X, X') f_{\alpha'}(X', t) \right\} f_\alpha(X, t) = \\ & = \frac{1}{n_\alpha} \sum_{\alpha'=e,i} \int dX' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(X, X') \langle \delta N_{\alpha'}(X', t) \delta N_\alpha(X, t) \rangle. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Використаємо явний вигляд

$$\langle \delta N_{\alpha'}(X', t) \delta N_\alpha(X, t) \rangle = n_\alpha f_\alpha(X, t) \delta(X - X') \delta_{\alpha\alpha'} + n_\alpha n_{\alpha'} G_{\alpha\alpha'}(X, X', t),$$

де $G_{\alpha\alpha'}(X, X', t) = f_{\alpha\alpha'}(X, X', t) - f_\alpha(X, t) f_{\alpha'}(X', t)$ – бінарна кореляційна функція і $f_{\alpha\alpha'}(X, X', t)$ – двочастинкова функція розподілу. Тоді рівняння (1.46) набуває стандартного вигляду першого рівняння ланцюжка ББГКІ

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_\alpha(X, t) = I_\alpha, \quad (1.47)$$

де

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \sum_{\alpha'=e,i} e_\alpha n_{\alpha'} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \int dX' \frac{f_{\alpha'}(X', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \text{самоузгоджене електричне поле,}$$

$$I_\alpha = \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \sum_{\alpha'=e,i} e_{\alpha'} n_{\alpha'} \int dX' \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} G_{\alpha\alpha'}(X, X', t) - \quad (1.48)$$

інтеграл зіткнень.

Розрахунок кореляційної функції $G_{\alpha\alpha'}(X, X', t)$ або $\langle \delta N_{\alpha'}(X', t) \delta N_\alpha(X, t) \rangle$ можна здійснити на основі ланцюжка рівнянь ББГКІ або на основі кінетичного рівняння для вищих моментів флуктуацій [43-45]. В результаті ми отримуємо інтеграли зіткнень Боголюбова – Балеску – Ленарда, або, знехтувавши динамікою поля, інтеграл зіткнень Ландау. Інтеграл зіткнень $I_\alpha \equiv \sum_{\alpha'} I_{\alpha\alpha'} \{f_\alpha, f_{\alpha'}\}$, а фігурні дужки означають, що $I_{\alpha\alpha'}$ є функціоналом від функції розподілу $f_\alpha(\mathbf{v})$ та $f_{\alpha'}(\mathbf{v}')$.

Будемо шукати розв'язок для функції розподілу у вигляді

$$f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t). \quad (1.49)$$

Тут $f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ – незбурена функція розподілу, яка встановлюється в плазмі під дією зовнішнього поля $\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}$ і задовольняє рівнянню

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \sum_{\alpha'} I_{\alpha\alpha'} \{f_{0\alpha}, f_{0\alpha'}\}, \quad (1.50)$$

а збурення функції розподілу $\delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ пов'язане із самоузгодженням електромагнітним полем. У рамках лінійного наближення будемо вважати

$$|\delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)| \ll f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

За цієї умови рівняння для $\delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, яке отримуємо лінеаризацією (1.47) після віднімання від нього (1.50), набуває вигляду

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} \delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}} = \delta I_\alpha, \quad (1.51)$$

де δI_α – лінеаризований за збуреннями функції розподілу $\delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ та $\delta f_{\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t)$ інтеграл зіткнень I_α :

$$\delta I_\alpha = \sum_{\alpha'} (I_{\alpha\alpha'} \{f_{0\alpha}, \delta f_{\alpha'}\} + I_{\alpha\alpha'} \{\delta f_\alpha, f_{0\alpha'}\}).$$

1.5.2. Функція діелектричного відгуку для плазми без зіткнень

Розрахунки функції діелектричного відгуку розпочнемо з найпростішого випадку беззіткненої плазми (впливом зіткнень можна знехтувати). В цьому випадку рівняння для збурення функції розподілу у потенціальному наближенні (1.51) набуває вигляду

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} \delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}}. \quad (1.52)$$

Формальний розв'язок рівняння (1.52) у загальному випадку можна побудувати у вигляді [37, п.5.2]

$$\delta f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -\frac{e_\alpha}{m_\alpha} \int_{-\infty}^t dt' \int dX' W_\alpha(X, X'; t, t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \frac{\partial f_{0\alpha}(X', t')}{\partial \mathbf{v}'}, \quad (1.53)$$

де $X \equiv (\mathbf{r}, \mathbf{v})$ і $W_\alpha(X, X'; t, t')$ задовольняє рівнянню

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} W_\alpha(X, X'; t, t') = 0 \quad (1.54)$$

з початковою умовою

$$W_\alpha(X, X'; t', t') = \delta(X - X'). \quad (1.55)$$

У правильності розв'язку (1.53) можна переконатися його підставкою у (1.52). За своїм змістом рівняння (1.54) описує еволюцію функції розподілу у беззіткненній системі невзаємодіючих частинок (в ньому відсутні як самоузгоджене поле, так і інтеграл зіткнень). З урахуванням початкової умови (1.55) можна зробити висновок, що ця величина є не що інше, як густина ймовірності переходу частинки з точки X' в точку X за час $t - t'$ без урахування взаємодії з іншими частинками.

Представлення лінеаризованого розв'язку рівняння Власова у вигляді (1.53) має ту перевагу, що воно дає можливість отримати загальні вирази для індукованих величин – струмів і зарядів, не вдаючись у деталі динаміки частинок, обумовлених наявністю полів, неоднорідності і нестационарності системи, наявності межових поверхонь тощо. Ці деталі враховуються спеціальним виглядом ймовірності переходу $W_\alpha(X, X'; t, t')$ та незбуреного розподілу $f_{0\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ для кожного окремого випадку.

Вираз для густини індукованого заряду має вигляд

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha}^{\text{ind}}(\mathbf{r}, t) &= e_{\alpha} n_{\alpha} \int d\mathbf{v} \delta f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \\ &= -\frac{e_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{m_{\alpha}} \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{v}' \int dX W_{\alpha}(X, X'; t, t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \frac{\partial f_{0\alpha}(X', t')}{\partial \mathbf{v}'}. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Якщо система стаціонарна, тобто зовнішні поля не залежать від часу, то $W_{\alpha}(X, X'; t, t') = W_{\alpha}(X, X'; t - t')$, $f_{0\alpha}(X, t) = f_{0\alpha}(X)$, і можна виконати перетворення Фур'є відгуку (1.56) за часовою змінною. Якщо система є ще й просторово однорідною (це означає, що вона має бути необмеженою), то ймовірність переходу залежить від різниці координат, що дає можливість перейти до опису в термінах просторо-часового фур'є-представлення. Дійсно, поклавши $\mathbf{E} = -\nabla\varphi(\mathbf{r}, t)$, з (1.56) отримуємо

$$\rho_{\alpha k\omega}^{\text{ind}} = i \frac{e_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{m_{\alpha}} \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' W_{\alpha k\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') \mathbf{k} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'} \varphi_{k\omega}, \quad (1.57)$$

де

$$W_{\alpha k\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \int_0^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \int d\mathbf{R} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}} W_{\alpha}(\mathbf{v}, \mathbf{v}', \mathbf{R}, \tau), \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}', \tau = t - t', \quad (1.58)$$

що після підстановки в рівняння Пуассона

$$-k^2 \varphi_{k\omega} = -4\pi \rho_{k\omega}^{\text{ext}} - 4\pi \sum_{\alpha} \rho_{\alpha k\omega}^{\text{ind}} \quad (1.59)$$

приводить до

$$\varphi_{k\omega} = \frac{4\pi \rho_{k\omega}^{\text{ext}}}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \omega)}, \quad (1.60)$$

де $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ визначається формулою [37, п. 5.3]

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 - i \sum_{\alpha=e,i} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' W_{\alpha k\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') \mathbf{k} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'}. \quad (1.61)$$

У випадку беззіткненої плазми розрахунок відгуку суттєво полегшується ще й тим, що рівняння для $W_{\alpha}(X, X'; t, t')$ (1.54) є лінійним рівнянням першого порядку в частинних похідних, розв'язок якого можна

легко побудувати, скориставшись теоремою Ковалевської. Згідно з цією теоремою, розв'язком рівняння типу (1.54) є довільна функція від характеристик системи. Беручи до уваги початкову умову (1.55), яка визначає вигляд функції, а також ту обставину, що рівняння для характеристик збігаються з рівняннями руху частинок у заданому силовому полі $\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}(\mathbf{r}, t)$

$$\begin{aligned} d\mathbf{r} &= \mathbf{v}dt, \\ d\mathbf{v} &= \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} dt, \end{aligned} \quad (1.62)$$

розв'язок рівняння (1.54) з початковою умовою (1.55) можна записати у вигляді

$$W_\alpha(X, X'; t, t') = \delta(X - X(X'; t, t')) = \delta(X - X' - \Delta X(X'; t, t')), \quad (1.63)$$

де $\Delta X(X'; t, t') \equiv [\Delta \mathbf{r}(X'; t, t'), \Delta \mathbf{v}(X'; t, t')] -$ зміщення частинки у фазовому просторі в процесі її руху у зовнішньому силовому полі.

Очевидно, що при $t = t'$ $\Delta X(X'; t, t') = 0$, а пряма підстановка (1.63) у (1.54) показує, що з урахуванням рівняння руху (1.62) величина $W_\alpha(X, X'; t, t')$ дійсно є розв'язком рівняння (1.54). Іншими словами, ймовірність переходу можна вважати відомою величиною, якщо ми знаємо фазову траєкторію частинки у зовнішньому полі (якщо таке присутнє).

Якщо зовнішні поля відсутні, тобто $\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}} = 0$, вираз для $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ можна суттєво спростити [37, п. 5.4]. В цьому випадку ймовірність переходу має дуже простий вигляд. У відповідності з (1.63) це є δ -функція, аргументом якої є фазова траєкторія вільного руху частинки

$$W_\alpha(X, X'; \tau) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}' - \mathbf{v}\tau) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}'), \quad (1.64)$$

а отже, з (1.58) маємо

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}') \int_0^\infty d\tau e^{i(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})\tau}. \quad (1.65)$$

Оскільки нас цікавить випадок $\tau > 0$, регуляризація цього представлення досягається заміною $\omega \rightarrow \omega + i0$, і

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \frac{i\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i0}. \quad (1.66)$$

З урахуванням (1.66), функція діелектричного відгуку (1.61) для плазми без зіткнень має вигляд

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \frac{\mathbf{k} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i0}. \quad (1.67)$$

Розглянемо далі плазму, поміщену у зовнішнє магнітне поле $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$ [37, п. 5.5]. У цьому випадку ймовірність переходу задовольняє рівнянню (1.54)

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} [\mathbf{v} \mathbf{B}_0] \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} W_{\alpha}(X, X'; \tau) = 0 \quad (1.68)$$

з початковою умовою (1.55).

Розв'язок цього рівняння дається виразом (1.63). При цьому аргументом δ -функції є траєкторія руху частинки у зовнішньому магнітному полі \mathbf{B}_0 , тобто

$$\begin{aligned} W_{\alpha}(X, X'; \tau) = & \delta \left(x - x' - \frac{1}{\Omega_{\alpha}} \left[v'_x \sin \Omega_{\alpha} \tau + v'_y (1 - \cos \Omega_{\alpha} \tau) \right] \right) \times \\ & \times \delta \left(y - y' - \frac{1}{\Omega_{\alpha}} \left[-v'_x (1 - \cos \Omega_{\alpha} \tau) + v'_y \sin \Omega_{\alpha} \tau \right] \right) \delta(z - z' - v'_z \tau) \times \\ & \times \delta(v_x - v'_x \cos \Omega_{\alpha} \tau - v'_y \sin \Omega_{\alpha} \tau) \times \\ & \times \delta(v_y + v'_x \sin \Omega_{\alpha} \tau - v'_y \cos \Omega_{\alpha} \tau) \delta(v_z - v'_z), \end{aligned} \quad (1.69)$$

де $\Omega_{\alpha} = e_{\alpha} B_0 / cm_{\alpha}$ – циклотронна частота.

Оскільки в (1.61) входить інтеграл за швидкостями від $W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$, то нас цікавитиме величина

$$\begin{aligned} W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}') = & \int d\mathbf{v} W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \\ = & \int_0^{\infty} d\tau \exp \left\{ -\frac{i\mathbf{k}_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} (\mathbf{v}'_{\perp} \sin \Omega_{\alpha} \tau + [\mathbf{v}'_{\perp} \mathbf{e}_z](1 - \cos \Omega_{\alpha} \tau)) \right\} \exp[i(\omega - k_z v'_z) \tau]. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Тут \mathbf{e}_z – одиничний орт осі z .

Перепозначимо далі \mathbf{v}' на \mathbf{v} і введемо кути φ_k і φ_v , які задають напрямки векторів \mathbf{k}_\perp і \mathbf{v}_\perp відносно осі x . Тоді (1.70) можна переписати у вигляді

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}) = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n \left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_\alpha} \right) J_m \left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_\alpha} \right) \frac{\exp[-i(n-m)(\varphi_k - \varphi_v)]}{\omega - k_z v_z - n\Omega_\alpha + i0}, \quad (1.71)$$

де $J_n(x)$ – функція Бесселя n -го порядку.

Будемо вважати, що $f_{0\alpha}(\mathbf{v})$ залежить лише від v_z і v_\perp , тобто

$$f_{0\alpha}(\mathbf{v}) \equiv f_{0\alpha}(v_\perp, v_z). \quad (1.72)$$

Тоді [46, с. 56]

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_\alpha \sum_n \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \frac{v_\perp}{\omega - k_z v_z - n\Omega_\alpha + i0} \frac{\partial v_\perp}{\partial v_\perp} + k_z \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial v_z} J_n^2 \left(\frac{k_\perp v_\perp}{\Omega_\alpha} \right). \quad (1.73)$$

1.5.3. Вплив зіткнень на діелектричні характеристики плазми (модельний опис)

Побудова розв'язків кінетичних рівнянь (1.47) з інтегралом зіткнень Боголюбова – Балеску – Ленарда є складною задачею. Тому для спрощення далі будемо використовувати модельний інтеграл зіткнень, а саме простий інтеграл зіткнень Батнагара – Гросса – Крука (БГК), який підходить для опису зіткнень заряджених частинок із нейтральними у випадку слабоіонізованої плазми

$$I_\alpha = -v_\alpha \left[f_\alpha(X, t) - \Phi_\alpha(\mathbf{v}) \int d\mathbf{v}' f'_\alpha(X, t) \right], \quad (1.74)$$

де v_α – частота зіткнень заряджених частинок сорту α із нейтральними, $\Phi_\alpha(\mathbf{v})$ – функція розподілу, до якої релаксує $f_\alpha(X, t)$, тобто розподіл Максвелла (1.9). Таким чином, інтеграл зіткнень БГК описує релаксацію до локального максвеллівського розподілу $f_{0\alpha}(\mathbf{v})$ без урахування збурень гідродинамічної швидкості і температури, враховуючи, однак, локальне збурення густини частинок.

У цьому спрощеному випадку отриманий вище вираз (1.61) для функції діелектричного відгуку $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ в термінах ймовірностей переходу $W_\alpha(X, X'; t - t')$ залишається в силі, з тією різницею, що ймовірність переходу має розраховуватися не на основі беззіткненного рівняння (1.54),

а на основі рівняння, яке випливає з (1.51) і у випадку просторово-однорідної стаціонарної плазми набуває вигляду [37, п. 5.6]

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} W_\alpha(X, X'; \tau) = -v_\alpha \left\{ W_\alpha(X, X'; \tau) - f_{0\alpha}(\mathbf{v}) \right\} \int d\mathbf{v} W_\alpha(X, X'; \tau). \quad (1.75)$$

Якщо знехтувати другим доданком у правій частині (1.75), то розв'язок такого редукованого рівняння $\tilde{W}_\alpha(X, X'; \tau)$ має вигляд

$$\tilde{W}_\alpha(X, X'; \tau) = e^{-V_\alpha \tau} W_\alpha^{(0)}(X, X'; \tau), \quad (1.76)$$

де $W_\alpha^{(0)}(X, X'; \tau)$ – розв'язок відповідного беззіткненого рівняння, тобто рівняння (1.54).

Перепишемо далі (1.75) в еквівалентному вигляді:

$$W_\alpha(X, X'; \tau) = \tilde{W}_\alpha(X, X'; \tau) + v_\alpha \int_0^\tau d\tau' \int dX'' \tilde{W}_\alpha(X, X''; \tau - \tau') \times \\ \times f_{0\alpha}(\mathbf{v}'') \int d\mathbf{v} W_\alpha(\mathbf{r}'', \mathbf{v}, X'; \tau'), \quad (1.77)$$

який випливає з рівняння (1.54), якщо другий доданок в його правій частині формально розглядати як зовнішнє поле. Перейдемо до $\mathbf{k}\omega$ -представлення:

$$W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') + v_\alpha \int d\mathbf{v}'' \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}'') f_{0\alpha}(\mathbf{v}'') \int d\mathbf{v} W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}'). \quad (1.78)$$

Виконавши інтегрування (1.78) за швидкостями, знаходимо

$$\int d\mathbf{v} W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \int d\mathbf{v} \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') \left[1 - v_\alpha \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') f_{0\alpha}(\mathbf{v}') \right]^{-1}. \quad (1.79)$$

В $\mathbf{k}\omega$ -представленні розв'язок цього рівняння, як легко переконатися, набуває вигляду

$$W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') + \frac{v_\alpha \int d\mathbf{v}'' \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}'') f_{0\alpha}(\mathbf{v}'') \int d\mathbf{v} \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')}{1 - v_\alpha \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' \tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') f_{0\alpha}(\mathbf{v}')}, \quad (1.80)$$

де $\tilde{W}_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = W_{\alpha\mathbf{k}\omega + i\nu_\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$.

Таким чином, у випадку просторово-однорідної стаціонарної плазми розв'язки рівняння (1.75) можна знайти, якщо знати ймовірність переходу для відповідної беззіткненої системи. Наприклад, за відсутності зовнішніх полів

$$\tilde{W}_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \frac{i\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha}} \quad (1.81)$$

i

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \frac{i\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha}} - \frac{\nu_{\alpha} f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha})(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}' + i\nu_{\alpha})} \left[1 - i\nu_{\alpha} \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha}} \right]^{-1}. \quad (1.82)$$

Підстановка (1.82) в (1.61) дає

$$\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \int d\mathbf{v} \frac{\mathbf{k} \cdot \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}}}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha}} \left[1 - i\nu_{\alpha} \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\omega - \mathbf{k}\mathbf{v} + i\nu_{\alpha}} \right]^{-1}. \quad (1.83)$$

Неважко показати, що у випадку магнітоактивної плазми (див. (1.71))

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}) &= \int d\mathbf{v}' \tilde{W}_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}', \mathbf{v}) = \\ &= i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} \right) J_m \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} \right) \frac{e^{-i(n-m)(\varphi_k - \varphi_v)}}{\omega - k_z v_z - n\Omega_{\alpha} + i\nu_{\alpha}}. \end{aligned} \quad (1.84)$$

Отже, за умови $f_{0\alpha}(\mathbf{v}) = f_{0\alpha}(v_{\perp}, v_z)$ отримуємо

$$\begin{aligned} \varepsilon(\mathbf{k}, \omega) &= 1 + \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{k^2} \sum_n \int d\mathbf{v} J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} \right) \frac{n\Omega_{\alpha} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial v_{\perp}} + k_z \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial v_z}}{\omega - k_z v_z - n\Omega_{\alpha} + i\nu_{\alpha}} \times \\ &\times \left[1 - i\nu_{\alpha} \sum_n \int d\mathbf{v} J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} \right) \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\omega - k_z v_z - n\Omega_{\alpha} + i\nu_{\alpha}} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (1.85)$$

Для подальших розрахунків потрібно знати явний вигляд незбуреної функції розподілу $f_{0\alpha}(\mathbf{v})$.

1.6. Мікроскопічна теорія запорошеної плазми

У роботах [47, 48], [37, п. 16.7] були сформульовані основні принципи статистичної теорії запорошеної плазми з урахуванням поглинання електронів та іонів порошинками. На основі строгих мікроскопічних рівнянь виведений ланцюжок рівнянь Боголюбова – Борна – Гріна – Кірквуда – Івона (ББГКІ). У цьому підрозділі наведений огляд цих робіт.

1.6.1. Кінетичне рівняння для мікроскопічної фазової густини

Розглядається система, яка складається з вільних електронів, іонів та порошинок, і припускається, що будь-яка порошинка поглинає всі електрони та іони, які стикаються з нею.

У такому разі мікроскопічну фазову густину $N_{i\alpha}(X, t)$, що відповідає i -й частинці сорту α ($\alpha = e, i$), можна записати у вигляді

$$N_{i\alpha}(X, t) = \delta(X - X_{i\alpha}(t))\theta(t_{i\alpha} - t), \quad (1.86)$$

де $X \equiv (\mathbf{r}, \mathbf{v})$, $X_{i\alpha}(t) \equiv (\mathbf{r}_{i\alpha}(t), \mathbf{v}_{i\alpha}(t))$ – фазова траєкторія, $t_{i\alpha}$ – час зіткнення частинки з номером i сорту α з будь-якою порошинкою. Мікроскопічна фазова густина відповідної підсистеми набуває вигляду

$$N_{\alpha}(X, t) = \sum_{i=1}^{N_{\alpha}} \delta(X - X_{i\alpha}(t))\theta(t_{i\alpha} - t). \quad (1.87)$$

Це означення $N_{\alpha}(X, t)$ відрізняється від такого у випадку звичайної плазми (1.40) наявністю θ -функції, яка описує зникнення частинки внаслідок її зіткнення з порошинкою. З урахуванням цього

$$N_{i\alpha}(X, t_{i\alpha}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N_{i\alpha}(X, t_{i\alpha} - \varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta(X - X_{i\alpha}(t - \varepsilon)), \quad (1.88)$$

тобто це граничне значення потрібно розглядати як лівосторонню границю.

Скомбінувавши часову і просторову похідні та похідну за швидкістю від $N_{i\alpha}(X, t)$, отримаємо

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_{i\alpha}(X, t) = -\delta(X - X_{i\alpha}(t))\delta(t - t_{i\alpha}). \quad (1.89)$$

Оскільки $t_{i\alpha}$ – це час зіткнення електрона чи іона з порошинкою, то

$$\begin{aligned} \delta(t - t_{i\alpha}) &= \delta(|\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)| - a_d) \left| \frac{d|\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)|}{dt} \right|_{t=t_{i\alpha}} = \\ &= \delta(|\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)| - a_d) |\mathbf{e}_{\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)}(\mathbf{v}_{i\alpha}(t) - \mathbf{v}_d(t))|, \end{aligned} \quad (1.90)$$

де $\mathbf{e}_r = \mathbf{r} / r$, а $\mathbf{v}_d(t)$ – швидкість порошинки, з якою стикається i -та частинка сорту α .

Зауважимо, що для частинок, які прямують до порошинки,

$$\frac{d}{dt} |\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)|_{t=t_{i\alpha}} = \mathbf{e}_{\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)}(\mathbf{v}_{i\alpha}(t) - \mathbf{v}_d(t))|_{t=t_{i\alpha}} < 0.$$

Це означає, що $\mathcal{G}(t_{i\alpha}) > \pi/2$, де $\mathcal{G}(t)$ – кут між векторами $\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)$ і $\mathbf{v}_{i\alpha}(t) - \mathbf{v}_d(t)$.

З урахуванням (1.90) рівняння для $N_{i\alpha}(X, t)$ набуває вигляду

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_{i\alpha}(X, t) = \\ &= \int_{\mathcal{G} \leq \pi/2} d\mathcal{X} \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_d(t)) \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| - a_d) \mathbf{e}_{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}') N_{i\alpha}(X, t). \end{aligned} \quad (1.91)$$

Тут $\delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_d(t)) \equiv \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_d(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_d(t)) \delta(q - q_d(t))$, тобто введений розширений фазовий простір, який включає заряд порошинки. В такому розширеному просторі фазова траєкторія $\mathcal{X}(t)$ визначає мікроскопічний стан порошинки. Інтегрування за \mathcal{X}' в (1.91) з урахуванням умови $\mathcal{G} \leq \pi/2$ є еквівалентним розумінню контактного значення $N_{i\alpha}$ в сенсі (1.88). Оскільки тільки одна порошинка може знаходитись у точці \mathcal{X} в момент часу $t_{i\alpha}$, величину $\delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_d(t))$ можна замінити повною мікроскопічною густиною всіх порошинок:

$$N_d(\mathcal{X}, t) = \sum_{i=1}^{N_d} \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_{id}(t)) \quad (1.92)$$

і, таким чином, рівняння для повної мікроскопічної густини частинок сорту α можна записати у вигляді

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_\alpha(X, t) = - \int d\mathcal{X}' N_d(\mathcal{X}', t) \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| - a_d) |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| N_\alpha(X, t). \quad (1.93)$$

Права частина цього рівняння є не що інше, як потік частинок сорту α через поверхню порошинки, тобто потік поглинутих частинок. Варто зауважити, що оскільки фазові траєкторії порошинок мають розриви першого роду, то значення $N_d(\mathcal{X}, t)$ в момент часу $t_{i\alpha}$ (цей час відповідає умові $|\mathbf{r}_{i\alpha}(t) - \mathbf{r}_d(t)| = a_d$) слід розуміти в сенсі граничного значення (1.88), тобто

$$N_d(\mathcal{X}, t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} N_d(\mathcal{X}, t_{i\alpha} - \varepsilon).$$

Наступне завдання полягає у виведенні рівняння для $N_d(\mathcal{X}, t)$. При цьому потрібно врахувати, що в момент зіткнення порошинки з будь-якою іншою частинкою її швидкість і заряд змінюється стрибком, а тому в момент зіткнення $N_d(\mathcal{X}, t)$ стає не лише невизначеною, а і неінтегрованою. Для того щоб позбутися неінтегровності, часову вісь розбивають на відрізки між зіткненнями порошинки з іншими частинками і траєкторія порошинки записується у вигляді суми відповідних траєкторій між зіткненнями:

$$\mathcal{X}_i(t) = \mathcal{X}_i^{(0)}(t)\theta(t-t_0)\theta(t_1-t) + \mathcal{X}_i^{(1)}(t)\theta(t-t_1)\theta(t_2-t) + \mathcal{X}_i^{(2)}(t)\theta(t-t_2)\theta(t_3-t) + \dots, \quad (1.94)$$

де t_0 – початковий час еволюції системи, $t_1 < t_2 < t_3 \dots$ – час першого, другого і т.д. зіткнень з іншими частинками. При цьому $\mathcal{X}_i^{(n)}(t) = (\mathbf{r}_i(t), \mathbf{v}_i^{(n)}, q_i^{(n)})$, де

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_0 + \int_{t_0}^t dt' \mathbf{v}_i(t') = \mathbf{r}_0 + \int_{t_0}^{t_1} dt' \mathbf{v}_i^{(0)}(t') + \int_{t_1}^{t_2} dt' \mathbf{v}_i^{(1)}(t') + \dots, \quad (1.95)$$

$$\mathbf{v}_i^{(0)}(t) = \mathbf{v}_{i0} + \frac{q_{i0}}{m_d} \int_{t_0}^t dt' \mathbf{E}_M(\mathbf{r}_i(t'), t'), \quad (1.96)$$

$$\mathbf{v}_i^{(n)}(t) = \mathbf{v}_i^{(n-1)}(t_n) + \delta \mathbf{v}_i^{(n)} + \frac{q_i}{m_d} \int_{t_n}^t dt' \mathbf{E}_M(\mathbf{r}_i(t'), t'), \quad (1.97)$$

$$q_i^{(0)} = q_{i0}, \quad q_i^{(n)} = q_i^{(n-1)} + \delta q^{(n)}, \quad n > 0,$$

\mathbf{r}_{i0} , \mathbf{v}_{i0} і q_{i0} – початкові координати порошинки, $\delta \mathbf{v}_i^{(n)}$ та $\delta q_i^{(n)}$ – стрибки швидкості і заряду внаслідок зіткнень, що залежать від сорту частинок, з якими порошинка стикається, а саме

$$\delta q^{(n)} = \begin{cases} e_\alpha, & \text{для зіткнень з плазовими частинками } (\alpha = e, i), \\ \frac{1}{2}(q' - q_i^{(n-1)}), & \text{для зіткнень із порошиною, що має заряд } q', \end{cases} \quad (1.98)$$

$$\delta \mathbf{v}_i^{(n)} = \begin{cases} -\frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_d}(\mathbf{v}_i^{(n-1)}(t_n) - \mathbf{v}'), & \text{для зіткнень з плазовою} \\ & \text{частинкою зі швидкістю } \mathbf{v}', \\ -\mathbf{e}_{\mathbf{r}_i(t_n) - \mathbf{r}'}(\mathbf{e}_{\mathbf{r}_i(t_n) - \mathbf{r}'} \cdot \mathbf{v}_i^{(n-1)}(t_n) - \mathbf{v}'), & \text{для зіткнень з порошиною,} \\ & \text{що має швидкість } \mathbf{v}'. \end{cases} \quad (1.99)$$

При записові останніх формул припускалося, що маси і розміри порошинок є однаковими, а зіткнення двох порошинок призводять до вирівнювання їхніх зарядів.

Таким чином, мікроскопічна фазова густина i -ї порошинки може бути записана як

$$N_{id}(\mathcal{X}, t) = \sum_{n=0}^{N_{\text{coll}}(t)} \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_i^{(n)}) \theta(t_{n+1} - t) \theta(t - t_n), \quad (1.100)$$

де $N_{\text{coll}}(t)$ – кількість зіткнень i -ї порошинки на момент часу t . Це представлення має ту перевагу над представленням $N_{id}(\mathcal{X}, t) = \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_{id}(t))$, що воно є інтегровним.

Використовуючи (1.100) і беручи похідні за t , \mathbf{r} , \mathbf{v} , можна показати, що

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q}{m_d} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_{id}(\mathcal{X}, t) = \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_i(t)) \delta(t - t_0) - \sum_{n=1}^{N_{\text{coll}}} \delta(t - t_n) \left[\delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_i^{(n-1)}(t_n)) - \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}_i^{(n)}(t_n)) \right], \quad (1.101)$$

$$\mathcal{X}_i^{(n)}(t_n) - \mathcal{X}_i^{(n-1)}(t_n) = \delta \mathcal{X}_i^{(n)}, \quad \delta \mathcal{X}_i^{(n)} = (0, \delta \mathbf{v}_i^{(n)}, \delta q^{(n)}).$$

Подібно до випадку плазмових частинок

$$\delta(t-t_n) = \delta(|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_c(t) - \tilde{a}_d| \mathbf{e}_{\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_c(t)} (\mathbf{v}_i(t) - \mathbf{v}_c(t))),$$

де $\mathbf{r}_c(t), \mathbf{v}_c(t)$ – координата та швидкість частинки (електрон, іон або інша порошинка), з якою стикається i -та порошинка, $\tilde{a}_d = a_d$ (при зіткненнях з електроном чи іоном) і $\tilde{a}_d = 2a_d$ (при зіткненнях з іншою порошинкою).

Підсумувавши (1.101) за всіма порошинками при $t_0 \rightarrow -\infty$, отримаємо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q}{m_d} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_{id}(\mathcal{X}, t) = \\ & = - \sum_{\alpha=e,i} \int d\mathcal{X}' \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}' - a_d|) \{ |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| N_{id}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, q, t) - \\ & - |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta\mathbf{v}_\alpha)| N_{id}(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta\mathbf{v}_\alpha, q - e_\alpha, t) \} N_\alpha(\mathcal{X}', t) - \\ & - \int d\mathcal{X} \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}' - 2a_d|) |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| \{ N_{id}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, q, t) N_{id}(\mathbf{r}', \mathbf{v}', q', t) - \\ & - N_{id}(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta\mathbf{v}_d, q - \delta q, t) N_{id}(\mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta\mathbf{v}_d, q', t) \}, \end{aligned} \quad (1.102)$$

де

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{v}_\alpha & \equiv \delta\mathbf{v}_\alpha(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = -\frac{m_\alpha}{m_d}(\mathbf{v} - \mathbf{v}'), \\ \delta\mathbf{v}_d & \equiv \delta\mathbf{v}_d(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')), \\ \delta q & \equiv \delta q(q, q') = q' - q. \end{aligned} \quad (1.103)$$

Для повної фазової густини

$$N_d(\mathcal{X}, t) = \sum_{i=1}^N N_{id}(\mathcal{X}, t) \quad (1.104)$$

відповідно маємо

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q}{m_d} \mathbf{E}_M(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} N_d(\mathcal{X}, t) = \\ & = - \sum_{\alpha=e,i} \int d\mathcal{X}' \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}' - a_d|) \{ |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| N_d(\mathcal{X}, t) - \\ & - |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta\mathbf{v}_\alpha)| N_d(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta\mathbf{v}_\alpha, q - e_\alpha, t) \} N_\alpha(\mathcal{X}', t) - \\ & - \int d\mathcal{X} \delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}' - 2a_d|) |\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| \{ N_d(\mathcal{X}, t) N_d(\mathcal{X}', t) - \\ & - N_d(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta\mathbf{v}_d, q - \delta q, t) N_d(\mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta\mathbf{v}_d, q', t) \}. \end{aligned} \quad (1.105)$$

Останні доданки в (1.102), (1.105) описують пружні зіткнення порошинок, які на відміну від кулонівських зіткнень точкових частинок не можуть бути описані в термінах мікроскопічних сил, обумовлених мікроскопічними електричними полями. Зауважимо також, що інтегрування за \mathcal{X}' та \mathcal{X} в (1.105) обмежується областю кутів у $\mathcal{Q} \gtrsim \pi / 2$, де \mathcal{Q} – кут між $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ та $\mathbf{v} - \mathbf{v}'$ (або $\mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_\alpha$).

Таким чином, було отримано мікроскопічне рівняння для $N_\alpha(\mathcal{X}, t)$ ($\alpha = e, i$) і $N_d(\mathcal{X}, t)$ з урахуванням поглинання плазових частинок порошинками та контактних зіткнень порошинок. Якщо обмежитись розглядом лише системи нейтральних порошинок, то можна прийти до мікроскопічного рівняння пружних кульок, отриманого М. М. Боголюбовим.

1.6.2. Кінетичні рівняння для запорошеної плазми

Маючи рівняння для мікроскопічної фазової густини (1.93) і (1.105), можна сформулювати ієрархію рівнянь для запорошеної плазми. Введемо позначення

$$N_\alpha(\mathcal{X}, t) = \begin{cases} N_\alpha(\mathcal{X}, t)\delta(q - e_\alpha), & \alpha = e, i, \\ N_d(\mathcal{X}, t), & \alpha = q. \end{cases} \quad (1.106)$$

У таких позначеннях рівняння (1.93), (1.105) набувають вигляду

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \sum_{\alpha' = e, i, d} \int d\mathcal{X}' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}') N_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) \right\} N_\alpha(\mathcal{X}, t) = \\ & = - \sum_{\alpha' = e, i, d} \int d\mathcal{X}' \left\{ W_{\alpha\alpha'}^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}') N_\alpha(\mathcal{X}, t) N_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) - \right. \\ & \left. - W_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'} - \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}) N_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q - \delta q_{\alpha'}, t) \times \right. \\ & \left. \times N_{\alpha'}(\mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}, q', t) \right\}, \quad \alpha = e, i, d. \end{aligned} \quad (1.107)$$

Тут $\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}$ – зовнішнє силове поле (якщо присутнє),

$$\begin{aligned} \hat{V}_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}') &= \frac{qq'}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}, \\ W_{\alpha\alpha'}^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) &= -\mathbf{e}_r \mathbf{v} \delta(r - a_{\alpha\alpha'}) \theta(\mathcal{Q} - \pi / 2) (\delta_{\alpha d} + \delta_{\alpha' d} - \delta_{\alpha d} \delta_{\alpha' d}), \quad (1.108) \\ W_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) &= -\mathbf{e}_r \mathbf{v} \delta(r - a_{\alpha\alpha'}) \theta(\mathcal{Q} - \pi / 2) \delta_{\alpha d}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{\alpha\alpha'} &= a_\alpha + a_{\alpha'}, \\
a_\alpha &= \begin{cases} 0, & \alpha = e, i, \\ a_d, & \alpha = d, \end{cases} \quad \delta q_\alpha \equiv \delta q_\alpha(q, q') = \begin{cases} e_\alpha, & \alpha = e, i, \\ q' - q, & \alpha = d, \end{cases} \\
\delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'} &\equiv \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \delta_{\alpha d} \delta \mathbf{v}_{\alpha'}(\mathbf{v}, \mathbf{v}'), \\
\delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'} &\equiv \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \delta_{\alpha d} \delta_{\alpha' d} \delta \mathbf{v}'_d(\mathbf{v}, \mathbf{v}') \\
\delta \mathbf{v}_{\alpha'}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') &= \begin{cases} -(\mathbf{v} - \mathbf{v}') m_\alpha / m_d, & \alpha' = e, i, \\ \mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{e}_{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')), & \alpha' = d, \end{cases} \\
\delta_{\alpha d} &= \begin{cases} 0, & \alpha = e, i, \\ 1, & \alpha = d. \end{cases}
\end{aligned}$$

Рівняння (1.107) можна записати в простішому вигляді, якщо ввести розширену змінну $\xi \equiv (\mathcal{X}, \alpha) \equiv (\mathbf{r}, \mathbf{v}, q, \alpha)$ і позначення

$$N_\alpha(\mathcal{X}, t) \equiv N(\xi, t), \quad \sum_{\alpha=e,i,d} \int d\mathcal{X} \equiv \int d\xi.$$

В результаті маємо

$$\begin{aligned}
\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \hat{L}(\xi) \right\} N(\xi, t) &= - \int d\xi' \{ [W^{(1)}(\xi, \xi') - \hat{V}(\xi, \xi')] N(\xi, t) N(\xi', t) - \\
&- W^{(2)}(\xi - \Delta_{\xi\xi'}, \xi' + \Delta'_{\xi\xi'}) N(\xi - \Delta_{\xi\xi'}, t) N(\xi' + \Delta'_{\xi\xi'}, t) \}, \quad (1.109)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{L}(\xi) &\equiv \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}, \\
W^{(1,2)}(\xi, \xi') &\equiv W_{\alpha\alpha'}^{(1,2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}'), \\
\Delta_{\xi\xi'} &\equiv \Delta_{\alpha\alpha'}(\delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, \delta q_{\alpha\alpha'}) = (0, \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, \delta q_{\alpha\alpha'}, 0), \\
\delta q_{\alpha\alpha'} &= \delta_{\alpha d} \delta q_{\alpha'}, \\
\Delta'_{\xi\xi'} &\equiv \Delta'_{\alpha\alpha'}(\delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}) = (0, \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}, 0, 0). \quad (1.110)
\end{aligned}$$

Перше рівняння ієрархії можна отримати статистичним усереднен-ням рівняння (1.109). Тоді

$$\begin{aligned}
\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \hat{L}(\xi) \right\} f_1(\xi, t) &= - \int d\xi' \{ [W^{(1)}(\xi, \xi') - \hat{V}(\xi, \xi')] f_2(\xi, \xi', t) - \\
&- W^{(2)}(\xi - \Delta_{\xi\xi'}, \xi' + \Delta'_{\xi\xi'}) f_2(\xi - \Delta_{\xi\xi'}, \xi' + \Delta'_{\xi\xi'}, t) \}, \quad (1.111)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_1(\xi, t) &\equiv \langle N(\xi, t) \rangle, \\ f_2(\xi, \xi', t) &\equiv \langle N(\xi, t)N(\xi', t) \rangle - \delta(\xi - \xi')f_1(\xi, t), \end{aligned} \quad (1.112)$$

а кутові дужки означають усереднення за фізично нескінченно малим інтервалом τ_{ph} , який і задає рівень кінетичного опису

$$\langle A(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{1}{\tau_{ph}} \int_{t-\tau_{ph}/2}^{t+\tau_{ph}/2} dt' A(\mathbf{r}, t').$$

Зауважимо, що введена у такий спосіб одночастинкова функція розподілу буде нормована на число частинок:

$$\int d\xi \langle N_\alpha(\xi, t) \rangle = \langle \int d\xi N_\alpha(\xi, t) \rangle = N_\alpha.$$

Якщо помножити рівняння (1.109) на $N(\xi', t)$, а рівняння для $N(\xi', t)$ на $N(\xi, t)$, то усереднення суми отриманих рівнянь дає друге рівняння ланцюжка. Аналогічно можна отримати наступні рівняння ієрархії. Ця ієрархія в загальному випадку має значно складнішу структуру, ніж ієрархія для звичайної плазми. Її аналіз ще досконало не проведений. Але вона є основою для вивчення кінетичних властивостей запорошеної плазми в різних наближеннях. Проілюструємо це на прикладі моделі домінантних контактних зіткнень. Введемо бінарну кореляційну функцію

$$G_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) = f_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) - f_\alpha(\mathcal{X}, t)f_{\alpha'}(\mathcal{X}', t)$$

і самоузгоджене електричне поле

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \sum_{\alpha=e,i,d} \int d\mathcal{X}' q' \frac{f_\alpha(\mathcal{X}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

У цих позначеннях перше рівняння ієрархії (1.111) набуває вигляду

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{ext}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} + \frac{q}{m_\alpha} \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rangle \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_\alpha(\mathcal{X}, t) = \\ &= - \sum_{\alpha'=e,i,d} \int d\mathcal{X}' \left\{ W_{\alpha\alpha'}^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}') f_\alpha(\mathcal{X}, t) f_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) - \right. \\ &\quad \left. - W_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'} - \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}) f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q - \delta q_{\alpha\alpha'}, t) \times \right. \\ &\quad \left. \times f_{\alpha'}(\mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}, q', t) \right\} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\alpha'=e,j,d} \int d\mathcal{X}' \{ W_{\alpha\alpha'}^{(1)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', \mathbf{v}-\mathbf{v}') G_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) - \\
& - W_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}', \mathbf{v}-\mathbf{v}' - \delta\mathbf{v}_{\alpha\alpha'} - \delta\mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}) G_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta\mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q - \delta q_{\alpha\alpha'}, \mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta\mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}, q', t) \} + \\
& + \sum_{\alpha'=e,i,d} \int d\mathcal{X} \hat{V}_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}') G_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t). \tag{1.113}
\end{aligned}$$

Для подальших спрощень важливо розуміти фізичний сенс інтегральних доданків у правій частині рівняння. Очевидно, що члени з кулонівським оператором $\hat{V}_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}')$ описують зміну функції розподілу внаслідок відхилення мікроскопічного поля від його середнього значення. Оскільки такі відхилення пов'язані з дискретністю частинок, то у випадку слабо зв'язаної плазми такі доданки породжують інтеграли зіткнень типу інтеграла Боголюбова – Балеску – Ленарда. Доданки з $W_{\alpha\alpha'}^{(1)}$ та $W_{\alpha\alpha'}^{(2)}$ пов'язані з контактними зіткненнями ($|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|=a_{\alpha\alpha'}$).

Головна ідея наближення домінантних контактних зіткнень полягає у припущенні, що основний внесок в праву частину рівняння (1.113) дають саме такі зіткнення. При цьому для опису зіткнень порошинок можна використати гіпотезу повного ослаблення початкових кореляцій Боголюбова, тобто

$$G_{dd}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) \Big|_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \gg a_d} \simeq f_d(\mathcal{X}, t) f_d(\mathcal{X}', t), \tag{1.114}$$

а для зіткнень плазмових частинок із порошинками її модифіковану версію

$$G_{ad}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) \Big|_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'| \gg a_d} \simeq -f_\alpha(\mathcal{X}, t) f_d(\mathcal{X}', t) \theta(\mathcal{G}_{\min}^{ad} - \mathcal{G}), \tag{1.115}$$

де \mathcal{G}_{\min}^{ad} – мінімальний кут між векторами $\mathbf{r}-\mathbf{r}'$ та $\mathbf{v}-\mathbf{v}'$, за якого траєкторії плазмової частинки і порошинки ще не перетинаються і який визначається умовою

$$\sin^2 \mathcal{G}_{\min}^{ad} = \frac{a_{ad}^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \left(1 - \frac{2e_\alpha q}{a_{ad} m_\alpha (\mathbf{v}-\mathbf{v}')^2} \right). \tag{1.116}$$

Суть модифікованої умови (1.115) зрозуміла: якщо $\mathcal{G} > \mathcal{G}_{\min}^{ad}$, тобто контактне зіткнення порошинки і частинки сорту α не відбувається, $G_{ad} \rightarrow 0$, і ми маємо стандартне ослаблення кореляції. Але якщо $\mathcal{G} < \mathcal{G}_{\min}^{ad}$, тобто траєкторії таких частинок у минулому перетиналися, то кореляційна функція дорівнює добутку одночастинкових функцій розподілу зі знаком

мінус (іншими словами, двохчастинкова функція розподілу дорівнює нулю). Це і означає сильну кореляцію початкового і кінцевого стану частинок.

На перший погляд може здаватися, що асимптотичне значення (1.115) не можна використовувати для розрахунку інтегралів зіткнень, оскільки інтегрування в доданках з $W_{\alpha\alpha'}^{(1)}$ і $W_{\alpha\alpha'}^{(2)}$ в (1.113) проводиться по поверхні порошинки. Незважаючи на це, підстановка (1.115) в (1.113) дає правильні результати, оскільки інтегрування за \mathbf{r} у відповідних доданках дає потік частинок сорту α , що поглинаються порошинками, який зберігається (за припущення, що на поглинання плазмових частинок вибраною порошинкою інші порошинки не впливають). Аналогічні розрахунки можна зробити і для зіткнень порошинка – порошинка [47]. В результаті кінетичні рівняння набувають вигляду

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \langle \mathbf{E}_\alpha^{\text{eff}} \rangle \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_\alpha(X, t) = \\ & = - \int d\mathbf{v}' \int dq' \sigma_{\alpha d}(q', \mathbf{v} - \mathbf{v}') |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| f_\alpha(X, t) f_d(\mathbf{r}, \mathbf{v}', q', t) + I_\alpha, \end{aligned} \quad (1.117)$$

де переріз визначається формулами (1.7), які можна записати як

$$\sigma_{\alpha d}(q, \mathbf{v}) = \pi a_d^2 \left(1 - \frac{2e_\alpha q}{a_d m_\alpha v^2} \right) \theta \left(1 - \frac{2e_\alpha q}{a_d m_\alpha v^2} \right). \quad (1.118)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q}{m_d} \langle \mathbf{E}_d^{\text{eff}} \rangle \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_d(\mathcal{X}, t) = - \sum_{\alpha=e,i} \int d\mathbf{v}' [\sigma_{\alpha d}(q, \mathbf{v} - \mathbf{v}') |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| f_d(\mathcal{X}, t) - \\ & - \sigma_{\alpha d}(q - e_\alpha, \mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_{\alpha'}) |\mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_{\alpha'}| f_d(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_{\alpha'}, q - e_{\alpha'}, t)] f_{\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) - \\ & - \int \frac{d\Omega}{2\pi} \int d\mathbf{v}' \int dq' |\mathbf{n}(\mathbf{v} - \mathbf{v}')| [\sigma_{dd}(q, q', \mathbf{v} - \mathbf{v}') f_d(\mathcal{X}, t) f_d(\mathbf{r}, \mathbf{v}', q', t) - \\ & - \sigma_{dd}(q - \delta q_d, q', \mathbf{v} - \mathbf{v}') f_d(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_d, q - \delta q_d, t) f_d(\mathbf{r}, \mathbf{v}' + \delta \mathbf{v}_d, q', t)] + I_d. \end{aligned} \quad (1.119)$$

Перший доданок у правій частині рівняння (1.117) описує поглинання плазмових частинок порошинками у термінах перерізу поглинання. Раніше такий доданок вводився евристично. Тут

$$I_\alpha = I_\alpha^C + I_\alpha^B, \quad (1.120)$$

$$I_\alpha^C = \sum_{\alpha'} \int d\mathcal{X}' \hat{V}_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}') [\langle \delta N_\alpha(\mathcal{X}, t) \delta N_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) \rangle - G_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t)], \quad (1.121)$$

$$\begin{aligned}
I_{\alpha}^B = & \sum_{\alpha'} \int d\mathcal{X} \left\{ W_{\alpha\alpha'}^{(1)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}') [\langle \delta N_{\alpha}(\mathcal{X}, t) \delta N_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) \rangle - \right. \\
& - G_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t)] - W_{\alpha\alpha'}^{(2)}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}' - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'} - \delta \mathbf{v}'_{\alpha\alpha'}) \times \\
& \times [\langle \delta N_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q - q_{\alpha\alpha'}, t) \delta N_{\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{v} + \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q', t) \rangle - \\
& \left. - G_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{v} - \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q - q_{\alpha\alpha'}, \mathbf{r}', \mathbf{v}' + \delta \mathbf{v}_{\alpha\alpha'}, q', t) \right\}, \quad (1.122)
\end{aligned}$$

$$G_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) = -f_{\alpha}(\mathcal{X}, t) f_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) \theta(\mathcal{G}_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}') - \mathcal{G}), \quad (1.123)$$

$$\begin{aligned}
\sin^2 \mathcal{G}_{\alpha\alpha'}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = & \frac{a_{\alpha\alpha'}^2}{r^2} \left(1 - \frac{2qq'}{m_{\alpha} a_{\alpha\alpha'} v^2} \right) \theta(r - a_{\alpha\alpha'}), \\
\mathbf{E}_{\alpha}^{\text{eff}} = & - \sum_{\alpha'=e,i} e_{\alpha'} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \int dX' \frac{f_{\alpha'}(X', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \\
& - \int d\mathcal{X}' q' \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \frac{f_d(\mathcal{X}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \theta(\mathcal{G} - \mathcal{G}_{\alpha d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}')), \quad (1.124)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_d^{\text{eff}} = & - \sum_{\alpha'} e_{\alpha'} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \int dX' \frac{f_{\alpha'}(X', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \theta(\mathcal{G} - \mathcal{G}_{\alpha d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}')) - \\
& - \int d\mathcal{X}' q' \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \frac{f_d(\mathcal{X}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (1.125)
\end{aligned}$$

При виведенні рівнянь (1.117)–(1.125) було використано співвідношення

$$\begin{aligned}
f_{\alpha\alpha'}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) = & f_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) + [\langle \delta N_{\alpha}(\mathcal{X}, t) \delta N_{\alpha'}(\mathcal{X}', t) \rangle - \\
& - G_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t)] - \delta_{\alpha\alpha'} \delta(\mathcal{X} - \mathcal{X}') f_{\alpha}(\mathcal{X}, t), \quad (1.126)
\end{aligned}$$

де $f_{\alpha\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}, \mathcal{X}', t) = f_{\alpha}^{(0)}(\mathcal{X}, t) f_{\alpha'}^{(0)}(\mathcal{X}', t) \theta(\mathcal{G} - \mathcal{G}_{\alpha d}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{v} - \mathbf{v}'))$.

Зауважимо, що величини I_{α}^C відповідають за кулонівські зіткнення, а I_{α}^B – за контактні зіткнення. При цьому поява ефективного поля зумовлена впливом поглинання електронів та іонів порошинками.

Отримані у цьому розділі рівняння в подальшому будуть використані для обґрунтування моделі точкових стоків у кінетичному наближенні.

Розділ 2

ЕФЕКТИВНИЙ ПОТЕНЦІАЛ ЗАРЯДЖЕНОЇ МАКРОЧАСТИНКИ

Взаємодія між зарядженими порошинками визначає низку цікавих явищ, які спостерігаються у заповненій плазмі, таких як формування у ній впорядкованих структур з порошинок (плазмових кристалів), поширення хвиль у заповненій плазмі, а також формування вихорів та області, вільної від порошинок (void), які спостерігаються на експерименті в умовах мікрогравітації та на Землі. Тому потрібно знати розподіл електростатичного потенціалу навколо порошинки. Цей потенціал створюється зарядом порошинки і плазмовим оточенням, тому його називають ефективним потенціалом.

Аналітичні та числові дослідження показали, що потенціал порошинки суттєво відрізняється від потенціалу Дебая і залежить як від динаміки плазми, так і від розподілу джерел і стоків плазми. Зокрема потенціал порошинки має $\propto r^{-2}$ далекосяжну асимптотичну залежність у плазмі без зіткнень ($\lambda_{ei} \gg \lambda_D$, довжина вільного пробігу плазмових частинок набагато більша за довжину Дебая). У слабоіонізованій плазмі з частими зіткненнями ($\lambda_{ei} \ll \lambda_D$) потенціал має асимптоту $\propto r^{-1}$, якщо джерела плазми знаходяться на великій відстані від порошинки. Якщо врахувати процеси іонізації та рекомбінації плазми поблизу порошинки, то потенціал стає екранованим, але з довжиною екранування, яка може бути набагато більшою за довжину Дебая. Точний розподіл потенціалу навколо макрочастинки можна отримати, розв'язавши чисельно відповідну нелінійну задачу, але, для прикладу, моделювання впорядкованих структур у заповненій плазмі потребує аналітичних виразів, які описують потенціал з прийнятною точністю на всіх відстанях до порошинки.

Незважаючи на те, що поглинання плазмових частинок порошинками є ключовою особливістю заповненої плазми, досить часто, особливо коли теорія заповненої плазми лише починала розроблятися, процесами заряджання плазмовими струмами нехтували. В цьому разі заряд порошинки вважається заданим, і розподіл потенціалу у плазмі можна знайти з рівняння Пуассона – Больцмана. Тоді потенціал поодинокі зарядженої частинки можна описати потенціалом Дебая. Саме цей потенціал використовували для визначення умов формування плазмових кристалів (див. п. 1.4). Такий підхід є виправданим, коли відстань між порошинками є порядку довжини Дебая і далекосяжні асимптоти у потенціалі не є ви-

значальними. Крім того заряджені макрочастинки, які не обмінюються зарядами із плазмовим оточенням, зустрічаються у заряджених колоїдних суспензіях, вивчення яких теж має значний інтерес. Дослідженню потенціалу поодинокі зарядженої частинки у неізотермічному плазмоподібному середовищу в рамках моделі Пуассона – Больцмана присвячений наступний підрозділ. Після якого надалі всюди буде враховуватися самоузгоджене заряджання порошинок плазмовими потоками.

2.1. Ефективний заряд макрочастинки в моделі Пуассона – Больцмана

Модель Пуассона – Больцмана широко використовується для опису екранування і взаємодії заряджених макрочастинок у плазмі і заряджених колоїдних суспензіях. У роботі [49] було доведено, що потенціал зарядженої макрочастинки можна описувати потенціалом Дебая – Хюккеля з ефективним (перенормованим) зарядом, а також запропоновано спосіб визначення цього заряду. З того часу було запропоновано велику кількість наближених аналітичних виразів і числових розрахунків ефективного заряду в різних геометріях, але у всіх випадках розглядалось ізотермічне плазмоподібне середовище. У цьому розділі розглядається вплив неізотермічності плазми на ефективний заряд сферичної макрочастинки скінченних розмірів. Відмінність електронної та іонної температур є звичною для плазми. Температура аніонів та катіонів у заряджених колоїдних суспензіях зазвичай однакова, але неізотермічний випадок все ж становить певний інтерес.

2.1.1. Постановка задачі

Розглянемо поодинокі заряджену сферичну макрочастинку радіуса a_d , яка вміщена у плазмове середовище. Заряд макрочастинки поляризує оточуючу плазму, і в результаті виникає ненульовий електростатичний потенціал $\varphi(\mathbf{r})$. Оскільки система має сферичну симетрію, то потенціал є функцією відстані до центра частинки $\varphi(\mathbf{r}) = \varphi(r)$ і задовольняє рівнянню Пуассона (1.19) для $r \geq a_d$. У випадку однозарядних іонів ($e_i = -e_e = e$, e – це елементарний заряд) маємо

$$\Delta\varphi(r) = 4\pi e(n_e(r) - n_i(r)), \quad (2.1)$$

де $n_\alpha(r)$ – концентрації електронів ($\alpha = e$) та іонів ($\alpha = i$), які описуються розподілом Больцмана

$$n_{\alpha}(r) = n_0 \exp\left(-\frac{e_{\alpha}\varphi(r)}{T_{\alpha}}\right), \quad (2.2)$$

де n_0 – незбурена концентрація плазми і T_{α} – температура в енергетичних одиницях. Таким чином, (2.1) має вигляд рівняння Пуассона – Больцмана

$$\Delta\varphi(r) = 4\pi en_0 \left(\exp\left(\frac{e\varphi(r)}{T_e}\right) - \exp\left(-\frac{e\varphi(r)}{T_i}\right) \right). \quad (2.3)$$

Це рівняння необхідно доповнити крайовими умовами. Очевидно, що потенціал рівний нулю на великій відстані від частинки

$$\varphi(r)|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (2.4)$$

Згідно із теоремою Гаусса

$$\oint_S \nabla\varphi(\mathbf{r}) \mathbf{n} dS = -4\pi q, \quad (2.5)$$

де q – заряд у середині замкненої поверхні S і \mathbf{n} – одиничний нормальний до поверхні вектор. Якщо S є поверхнею макрочастинки, тоді, враховуючи сферичну симетрію, (2.5) дає наступну крайову умову:

$$\mathbf{n} \nabla\varphi(r)|_{r=a_d} = -\frac{q}{a_d^2}. \quad (2.6)$$

Нехай кінетична енергія електронів та іонів набагато більша за потенціальну енергію їх взаємодії із зарядженою макрочастинкою

$$\left| \frac{e_{\alpha}\varphi(r)}{T_{\alpha}} \right| \ll 1, \quad (2.7)$$

тоді лінійний розв'язок рівняння Пуассона – Больцмана (2.3), який задовольняє крайовій умові (2.4), має вигляд

$$\varphi(r) = \frac{C}{r} e^{-r/\lambda_D}. \quad (2.8)$$

Тут C – довільна константа, λ_D – довжина Дебая

$$\lambda_D = \frac{1}{k_D}, \quad k_D^2 = k_{De}^2 + k_{Di}^2, \quad k_{D\alpha}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{T_\alpha}. \quad (2.9)$$

Якщо умова (2.7) не задовольняється біля поверхні макрочастинки, то вона завжди задовольняється на певній відстані від неї. Таким чином, розв'язок (2.8) дає правильну асимптотичну залежність потенціалу від відстані.

Застосувавши крайову умову (2.6) до лінійного розв'язку (2.8), отримуємо потенціал Дерягіна – Ландау – Фервея – Овербека (ДЛФО)

$$\varphi(r) = \frac{q_D^{\text{eff}}}{r} e^{-k_D r}, \quad q_D^{\text{eff}} = \frac{q e^{k_D a_d}}{a_d k_D + 1}, \quad (2.10)$$

який у випадку $a_d k_D \ll 1$ переходить у потенціал Дебая – Хюккеля (або просто потенціал Дебая)

$$\varphi_D(r) = \frac{q}{r} e^{-k_D r}. \quad (2.11)$$

Відповідно до (2.10) потенціал зарядженої сферичної частинки описується потенціалом Дебая – Хюккеля з ефективним зарядом q_D^{eff} , який залежить від $a_d k_D$ і є більшим за реальний заряд q .

У знерозмірених змінних

$$\phi = \frac{e_e \varphi}{T_e}, \quad z_d = \frac{q e_e}{a_d T_e}, \quad \tau = \frac{T_e}{T_i}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{\lambda_D}, \quad \tilde{a}_d = \frac{a_d}{\lambda_D} \quad (2.12)$$

рівняння для потенціалу (2.3) і крайова умова (2.6) мають наступний вигляд:

$$\Delta \phi(\tilde{r}) = \frac{e^{\tau \phi(\tilde{r})} - e^{-\phi(\tilde{r})}}{1 + \tau}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{n} \nabla \phi(\tilde{r}) \Big|_{\tilde{r}=\tilde{a}_d} = -\frac{z_d}{\tilde{a}_d}. \quad (2.14)$$

Таким чином, задача має три параметри: τ , z_d та \tilde{a}_d . Вона розв'язувалась чисельно у програмі FlexPDE методом скінченних елемен-

тів на відрізку $[\tilde{a}_d, \tilde{b}]$, де $\tilde{b} = bk_D \gg 1$. Крайова умова (2.4) апроксимувалась умовою $\phi(\tilde{b}) = 0$.

2.1.2. Ізотермічна плазма

Для повноти розгляду і перевірки обчислювальної методики спочатку були відтворені результати, які стосуються ізотермічної плазми ($\tau = 1$).

Відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая (2.11) для різних значень нормованого радіуса макрочастинки a_d / λ_D і заряду $z_d = qe_e / a_d T_e$ представлені на рис. 2.1 (а), (б). Ці відношення відрізняються від константи лише поблизу поверхні частинки, це означає, що потенціал частинки можна описати потенціалом Дебая з ефективним зарядом q^{eff} , який визначається сталим значенням, до якого прямує відношення потенціалів. Поняття ефективного заряду бере свій початок з роботи Александра та ін. [49] і було розвинуте в подальших дослідженнях. Рис. 2.1 (а) показує, що для фіксованого радіуса частинки збільшення z_d призводить до збільшення ефективного заряду. Залежність q^{eff} від радіуса частинки при фіксованому z_d є немонотонною (див. рис. 2.1(б)). Ці висновки більш наглядно ілюструє рис. 2.2, на якому зображена залежність ефективного заряду від z_d для різних значень a_d / λ_D .

Найпростішу аналітичну залежність ефективного заряду від розміру макрочастинки можна взяти з потенціалу ДЛФО (2.10), який був отриманий у наближенні (2.7), або $z_d \ll 1$. З рис. 2.3 видно, що q_D^{eff} є правильним для частинок довільного розміру, якщо z_d менше або дорівнює декільком одиницям. Для великих значень z_d обчислений ефективний заряд є меншим, ніж це передбачається зарядом ДЛФО.

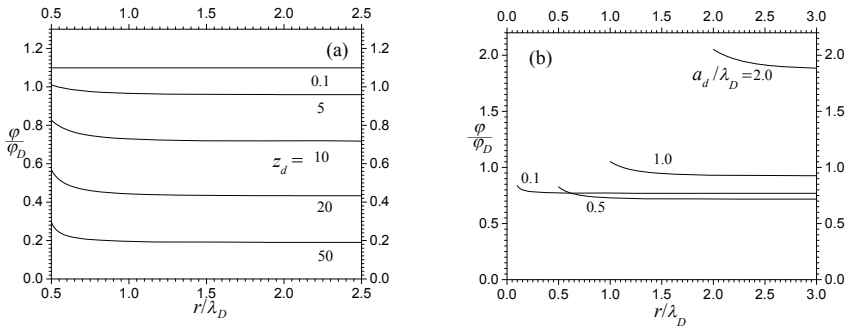


Рис. 2.1. Відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая ϕ / ϕ_D :
 (а) $a_d / \lambda_D = 0.5$, $z_d = 0.1, 5, 10, 20, 50$; б) $z_d = 10$, $a_d / \lambda_D = 0.1, 0.5, 1.0, 2.0$, $z_d = qe_e / a_d T_e$

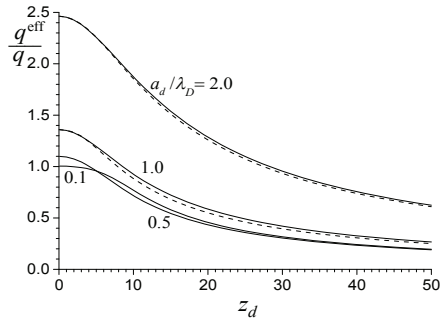


Рис. 2.2. Залежність ефективного заряду від z_d для $a_d/\lambda_D = 0.1, 0.5, 1.0, 2.0$, штрихові лінії відповідають (2.15)

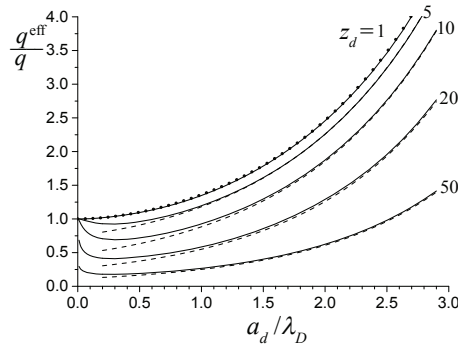


Рис. 2.3. Залежність ефективного заряду від радіуса макрочастинки, суцільні лінії є результатом обчислень для $z_d = 1, 5, 10, 20, 50$, точки відповідають ефективному заряду ДЛФО (2.10), штрихові лінії відповідають (2.15)

Наступний вираз для ефективного заряду при $a_d/\lambda_D \gg 1$ можна знайти у [50]

$$\frac{q^{\text{eff}} e_e}{a_d T_e} = \frac{e^{k_D a_d}}{k_D a_d + 1} t \left(4k_D a_d + 2 \left(5 - \frac{t^4 + 3}{t^2 + 1} \right) \right), \quad (2.15)$$

де

$$t = T \left(\frac{z_d}{2k_D a_d + 2} \right), \quad T(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}. \quad (2.16)$$

Аналitичні оцінки для ефективного заряду (2.15), які на рис. 2.2, 2.3 зображені штриховими лініями, і числові розрахунки узгоджуються при $k_D a_d \gtrsim 1$.

2.1.3. Неізотермічна плазма

У цьому підрозділі представлені результати для неізотермічної плазми [51]. На рис. 2.4 наведені відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 2, 5, 10$) плазмі. Ці відношення досягають сталого значення на певній відстані R від центра макрочастинки. Нагадаємо, це означає, що починаючи з цієї відстані потенціал частинки можна описати потенціалом Дебая з ефективним зарядом q^{eff} , який визначається сталим значенням, до якого прямує відношення потенціалів. Відстань R суттєво збільшується зі збільшенням τ . Це пояснюється тим фактом, що у неізотермічній плазмі точність припущення (2.7) і застосовність лінійного розкладу для показникових функцій у правій частині рівняння (2.13) є різними для електронної та іонної частин. Як результат, точність лінійного розв'язку (2.11) зменшується зі зростанням відношення електронної температури до іонної.

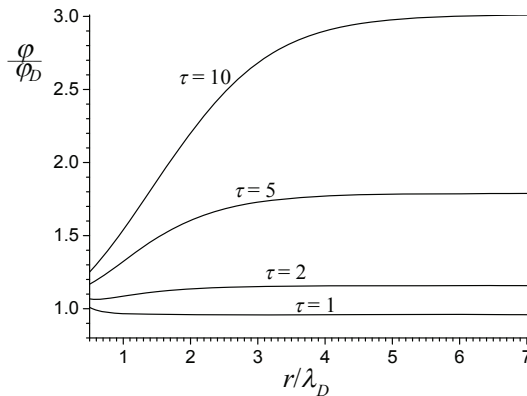


Рис. 2.4. Відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая ϕ / ϕ_D від відстані до центра макрочастинки для $a_d / \lambda_D = 0.5$ і $z_d = 5$ у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 2, 5, 10$) плазмі

Рис. 2.5 (а) ілюструє, що у неізотермічній плазмі ($\tau = 10$) R зростає з z_d і залежність q^{eff} / q від z_d є суттєво немонотонна. Ця залежність більш наглядно спостерігається на рис. 2.6. Відношення q^{eff} / q є монотонною функцією z_d лише в ізотермічній плазмі, а от у неізотермічній воно має максимум, який стає більш вираженим зі збільшенням τ . Крім того, область, де ефективний заряд є більшим за реальний, також зростає зі збільшенням τ .

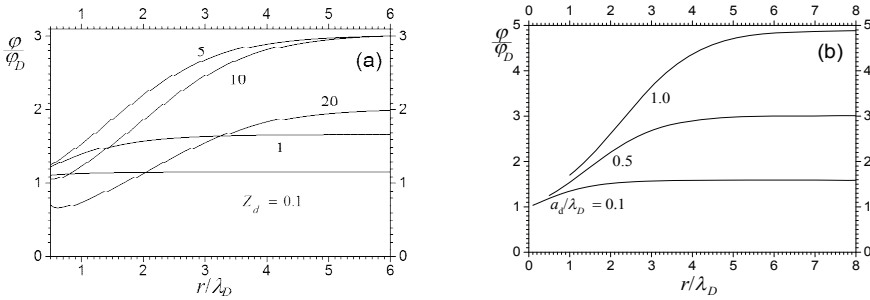


Рис. 2.5. Відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая φ / φ_D від відстані до центра макрочастинки у неізотермічній плазмі ($\tau = 10$): (а) $a_d / \lambda_D = 0.5$,

$z_d = 0.1, 5, 10, 20$; (б) $z_d = 5$, $a_d / \lambda_D = 0.1, 0.5, 1.0$

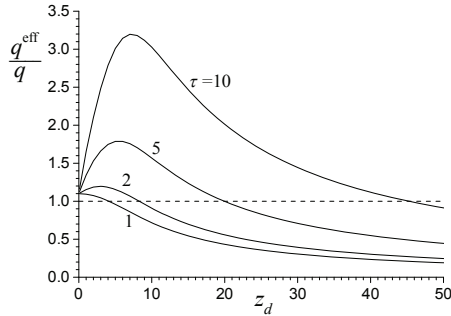


Рис. 2.6. Залежність відношення ефективного заряду до реального від z_d для $a_d / \lambda_D = 0.5$ у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 2, 5, 10$) плазмі

Згідно з рис. 2.5 (б), ефективний заряд і відстань R зростають з a_d / λ_D у неізотермічній плазмі ($\tau = 10$) для $z_d = 5$. Підсумовуючи наведені вище результати, можна стверджувати, що відстань R від центра макрочастинки, починаючи з якої потенціал описується потенціалом Дебая (2.11) з ефективним зарядом, зростає зі збільшенням значень всіх трьох параметрів z_d , τ та \tilde{a}_d .

Відомо [52], що в моделі Пуассона – Больцмана має місце насичення ефективного заряду. Значення насичення визначається як

$$q_{\text{sat}}^{\text{eff}} = \lim_{q \rightarrow \infty} q^{\text{eff}}(q). \quad (2.17)$$

Рис. 2.7 показує, що у неізотермічній плазмі насичення ефективного заряду також спостерігається. Значення насичення є вищим, ніж у ізотермічній плазмі, і досягається за більших значень реального заряду. Результати обчислень узгоджуються з (2.15) (штрихова лінія на рис. 2.7) для $\tau = 1$.

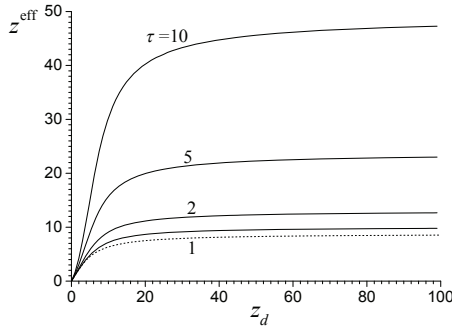


Рис. 2.7. Залежність безрозмірного ефективного заряду від z_d для $a_d / \lambda_D = 0.5$ у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 2, 5, 10$) плазмі: суцільні лінії є результатом обчислень, а штрихова лінія відповідає (2.15)

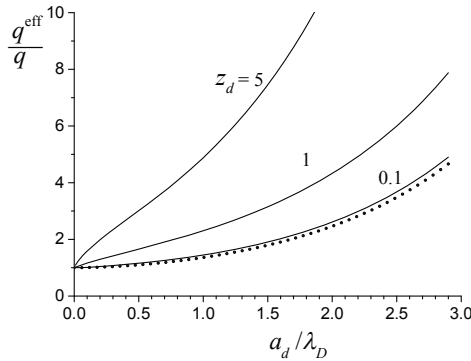


Рис. 2.8. Залежність відношення ефективного заряду до реального від радіуса макрочастинки у неізотермічній плазмі ($\tau = 10$) для $z_d = 0.1, 1, 5$: суцільні лінії є результатом обчислень, а точкова відповідає ефективному заряду ДЛФО (2.10)

У неізотермічній плазмі ($\tau = 10$) q^{eff} є набагато більшим, ніж ефективний заряд ДЛФО (2.10), і є близьким до нього лише при $z_d \ll 1$ (див. рис. 2.8). Отже, діапазон значень z_d , для яких (2.10) є точним, суттєво залежить від τ .

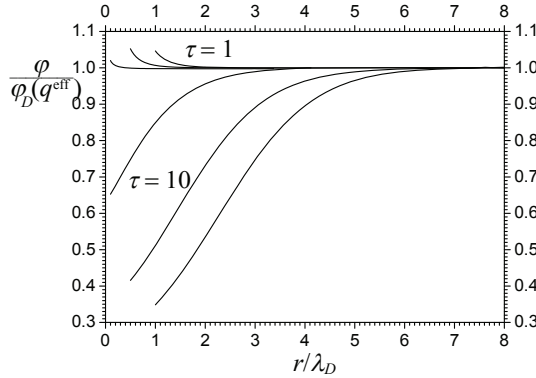


Рис. 2.9. Відношення обчисленого потенціалу до потенціалу Дебая з ефективним зарядом $\varphi / \varphi_D(q^{\text{eff}})$ у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі, $z_d = 5$, $a_d/\lambda_D = 0.1, 0.5, 1.0$

Рис. 2.9 ілюструє відносну похибку потенціалу Дебая з ефективним зарядом від відстані. Очевидно, що найбільше відхилення спостерігається поблизу поверхні макрочастинки, але у ізотермічній плазмі, для розглянутих параметрів, воно ледь перевищує 5 %. У неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі потенціал Дебая навіть з ефективним зарядом погано описує потенціал зарядженої сферичної макрочастинки скінченних розмірів на відстанях декілька довжин Дебая від неї, хоча і є асимптотично правильним. Як для ізотермічної та і неізотермічної плазми, потенціал Дебая з ефективним зарядом краще описує розподіл потенціалу поблизу малих макрочастинок ($a_d \ll \lambda_D$).

2.1.4. Висновки

Розподіл потенціалу навколо зарядженої сферичної макрочастинки у плазмopodobному середовищі може бути асимптотично правильно описаний потенціалом Дебая з ефективним зарядом. Значення ефективного заряду залежить від відношення радіуса частинки до довжини Дебая $\tilde{a}_d = a_d / \lambda_D$, безрозмірного заряду $z_d = qe_e / a_d T_e$ та відношення температури електронів та іонів $\tau = T_e / T_i$. Ефективний заряд може бути як значно меншим, так і більшим за реальний заряд. У ізотермічній плазмі ефективний заряд монотонно спадає зі збільшенням z_d , але у неізотермічній плазмі ця залежність має виражений максимум. Для будь-яких значень \tilde{a}_d та z_d , значення ефективного заряду у неізотермічній плазмі є більшим, ніж у ізотермічній. Насичення ефективного заряду також має місце у неізотер-

мічній плазмі. Відносна похибка потенціалу Дебая з ефективним зарядом у декілька разів більша у неізотермічній плазмі, ніж в ізотермічній, так само як і відстань від макрочастинки, починаючи з якої потенціал Дебая стає точним.

2.2. Ефективний потенціал порошинки у сильнозіткненній плазмі

У цьому підрозділі будуть представлені результати роботи [36], в якій отримано аналітичний вираз для потенціалу порошинки у випадку слабкоіонізованої плазми із частими зіткненнями. Тут і надалі, на відміну від попереднього підрозділу, розглядається порошинка, яка самоузгоджено заряджається плазмовими потоками, що є однією з найважливіших особливостей запорошеної плазми.

2.2.1. Постановка задачі і основні рівняння

Розглянемо заряджену сферичну порошинку радіуса a_d із зарядом q , яка вміщена у нескінченну слабкоіонізовану плазму із частими зіткненнями. Електростатичний потенціал задовольняє рівнянню Пуассона (2.1) з крайовими умовами (2.4) і (2.6).

Оскільки порошинка заряджається за рахунок поглинання електронів та іонів, які з нею стикаються, то стаціонарне значення її заряду визначається умовою рівності нулю повного електричного струму через поверхню порошинки (1.12)

$$I_{\text{tot}} = 4\pi a_d^2 \sum_{\alpha} e_{\alpha} \Gamma_{\alpha} = 0, \quad (2.18)$$

де густина потоку плазмових частинок Γ_{α} задовольняє стаціонарному рівнянню неперервності

$$\text{div } \Gamma_{\alpha}(r) = 0. \quad (2.19)$$

На відміну від рівняння (1.18), у правій частині (2.19) відсутні доданки, які описують об'ємну іонізацію та рекомбінацію, тобто цими процесами ми нехтуємо.

У дрейфово-дифузійному наближенні (див. п. 1.2.2), яке підходить для опису динаміки плазми у випадку слабкоіонізованої плазми із частими зіткненнями, густини потоків електронів та іонів мають вигляд (1.17)

$$\Gamma_{\alpha}(r) = -D_{\alpha} \left(\frac{e_{\alpha}}{T_{\alpha}} n_{\alpha}(r) \nabla \varphi(r) + \nabla n_{\alpha}(r) \right). \quad (2.20)$$

Для того, щоб описати поглинання плазмових частинок поверхню порошинки, використовуємо крайову умову для $n_{\alpha}(r)$

$$n_{\alpha}(r)|_{r=a_d} = 0. \quad (2.21)$$

Вважаємо, що джерела плазми знаходяться на великій відстані від порошинки, де вони підтримують сталу концентрацію електронів та іонів n_0 , тобто

$$n_{\alpha}(r)|_{r \rightarrow \infty} = n_0. \quad (2.22)$$

У знерозмірених змінних

$$\mathbf{G}_{\alpha} = \frac{\Gamma_{\alpha}}{D_e n_0 k_D} \quad (2.23)$$

отримуємо

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_e &= -\eta_e(\tilde{r}) \nabla \phi(\tilde{r}) - \nabla \eta_e(\tilde{r}), \\ \mathbf{G}_i &= (D_i / D_e) (\tau \eta_i(\tilde{r}) \nabla \phi(\tilde{r}) - \nabla \eta_i(\tilde{r})), \end{aligned} \quad (2.24)$$

де $\eta_{\alpha} = n_{\alpha} / n_0$, $\phi = -e\varphi / T_e$, $\tilde{r} = r / \lambda_D$, $\tau = T_e / T_i$ і рівняння для потенціалу має вигляд

$$\Delta \phi = \frac{\eta_i(\tilde{r}) - \eta_e(\tilde{r})}{1 + \tau}. \quad (2.25)$$

Сформульована вище задача не має точного аналітичного розв'язку, тому вона була розв'язана чисельно у програмі FlexPDE методом скінченних елементів. Задача має сферичну симетрію, тому вона є одновимірною у сферичній системі координат.

Областю обчислень є відрізок $[a_d, b]$. В обчисленнях крайову умову (2.4) ми апроксимуємо такою ж, але при $r = b$, де $b \gg \lambda_D$ і $b \gg \lambda_{\alpha}$ – довжина вільного пробігу.

Знерозмірені вирази (2.24) містять параметр D_i / D_e , який є відношенням коефіцієнтів дифузії. Використовуючи співвідношення $D_{\alpha} = \lambda_{\alpha} \sqrt{T_{\alpha} / m_{\alpha}}$, отримуємо

$$\frac{D_e}{D_i} = \frac{\lambda_e}{\lambda_i} \sqrt{\frac{m_i T_e}{m_e T_i}} = d \sqrt{\tau}. \quad (2.26)$$

При цьому було використано припущення, що довжина вільного пробігу (переріз) частинок не залежить від їхньої температури. Параметр d є відношенням коефіцієнтів дифузії електронів та іонів у ізотермічній плазмі. Розумним значенням цього параметра є $d = 1000$ [35]. Обчислення проводились як для ізотермічної плазми ($\tau = T_e / T_i = 1$), так і для неізотермічної ($\tau = 2$ і 10).

2.2.2. Ефективний потенціал

Як вже згадувалося на початку цього розділу, потенціал порошинки має кулонівську асимптотичну поведінку, яку можна легко отримати з наступних міркувань. Порошинка збудує розподіл концентрації плазмових частинок $n_\alpha(r) = n_0 + \delta n_\alpha(r)$, але на великих відстанях від порошинки плазма повинна залишатись квазінейтральною, тому $\delta n_i = \delta n_e = \delta n$, при цьому густина заряду дорівнює нулю і відповідно дорівнює нулю права частина рівняння Пуассона (2.1). З огляду на сферичну симетрію і з урахуванням крайової умови (2.4) розв'язок рівняння (2.1) має вигляд

$$\varphi = \frac{\tilde{q}}{r}, \quad (2.27)$$

де \tilde{q} – довільна константа, яка має сенс ефективного неекранованого заряду.

Підстановка (2.27) в (2.20) дає електронний та іонний струми

$$I_\alpha = -4\pi r^2 e_\alpha \Gamma_{\alpha r}(r) = D_\alpha \left(-k_{D\alpha}^2 \tilde{q} \left(1 + \frac{\delta n}{n_0} \right) + 4\pi e_\alpha r^2 \frac{\partial \delta n}{\partial r} \right). \quad (2.28)$$

У стаціонарному стані задовольняється умова (2.18), таким чином, $I_i = -I_e = I$. Вважаючи збурення малим $\delta n \ll n_0$, знаходимо

$$\tilde{q} = -\frac{I}{k_D^2} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e} \right) \quad (2.29)$$

і, використовуючи крайову умову (2.22), знаходимо збурення концентрації плазмових частинок

$$\delta n(r) = -\frac{I}{4\pi e k_D^2} \left(\frac{k_{Di}^2}{D_e} + \frac{k_{De}^2}{D_i} \right) \frac{1}{r}, \quad (2.30)$$

яке є обернено пропорційним відстані від порошинки. Неекранований заряд (2.29) є пропорційним до струму заряджання і з'являється саме завдяки поглинанню електронів та іонів порошинкою. Цей вираз з точністю до позначень збігається з виразом (1.31), який отримано у моделі точкових стоків (див. п. 1.3).

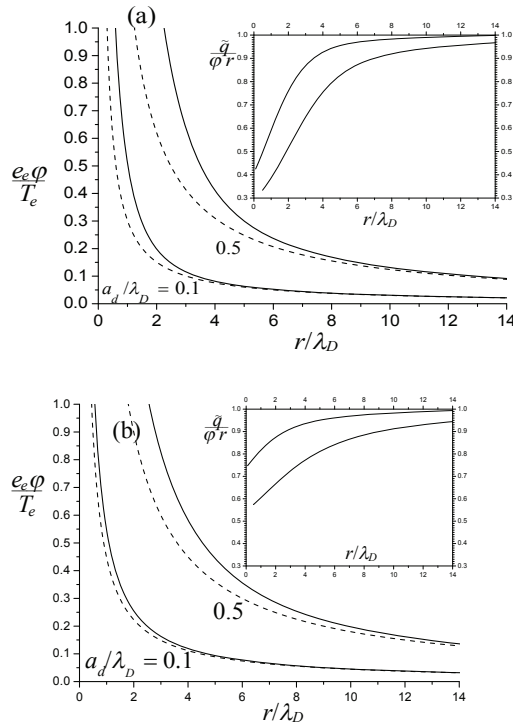


Рис. 2.10. Залежність потенціалу від відстані для двох розмірів порошинок: $a_d = 0.1, 0.5\lambda_D$, у ізотермічній (а) та неізотермічній $\tau = 10$ (б) плазмі. Суцільні лінії – обчислений потенціал, штрихові лінії – \tilde{q}/r . Вставка показує відношення \tilde{q}/r до обчисленого потенціалу

Далі наведені результати обчислень на основі рівнянь (2.24), (2.25). Рис. 2.10 (а), (b) вказують на те, що кулонівська асимптота \tilde{q}/r є правильною як в ізотермічній, так і в неізотермічній плазмі. Неекранований заряд \tilde{q} знаходиться з (2.29), використовуючи розрахований стаціонарний струм заряджання I . Відстань від порошинки, з якої потенціал проявляє суто кулонівську поведінку, залежить від її розміру і є меншою для менших порошинок.

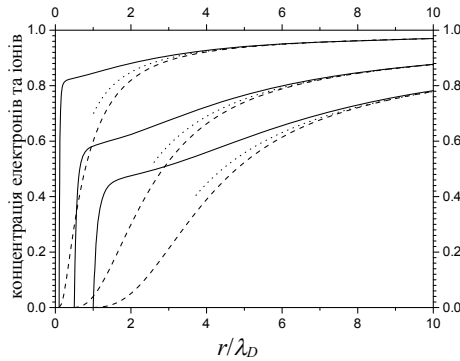


Рис. 2.11. Залежність нормованої концентрації електронів та іонів n_α / n_0 від відстані для трьох розмірів порошинок: $a_d = 0.1, 0.5, 1.0\lambda_D$ у ізотермічній плазмі. Суцільна лінія – концентрація іонів, штрихова лінія – концентрація електронів, точкова лінія – формула (2.30)

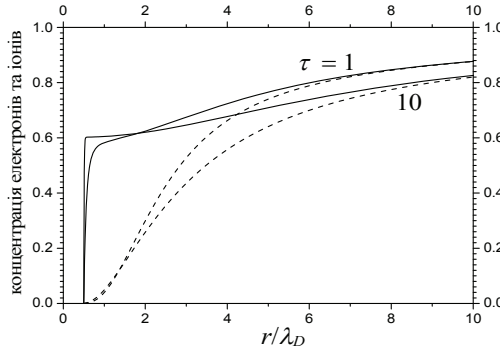


Рис. 2.12. Залежність нормованої концентрації електронів та іонів n_α / n_0 від відстані у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі. Суцільна лінія – концентрація іонів, штрихова лінія – концентрація електронів

З рис. 2.11, 2.12 видно, що розподіли електронів та іонів навколо тіла, яке поглинає плазму, кардинально відрізняються від розподілу Больцмана (2.2). Концентрації плазмових частинок стають майже рівними на певній відстані $\tilde{R} = R / \lambda_D$ від порошокинки ($\tilde{R} \approx 5$ для $a_d = 0.1\lambda_D$ та $\tilde{R} \approx 8$ для $a_d = 0.5\lambda_D$) і, починаючи з цієї відстані, розподіли їх концентрацій правильно описуються виразом (2.30) (точкова лінія на рис. 2.11).

Але, як видно з рис. 2.10 (а), на відстані \tilde{R} ще спостерігається відмінність між обчисленим потенціалом і кулонівським \tilde{q}/r . Це можна пояснити тим фактом, що на цій відстані умова $\delta n \ll n_0$, яка була використана при виведенні (2.29), не задовольняється з необхідною точністю, особливо для великих порошокинок. Залишивши доданок $\delta n/n_0$ у (2.28), отримуємо уточнений вираз для ефективного неекранованого заряду

$$\tilde{q}_c = -\frac{I}{k_D^2} \left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e} \right) \frac{1}{1 + \delta n(r)/n_0}. \quad (2.31)$$

В такому разі він стає функцією від r і оскільки δn є від'ємним, то \tilde{q}_c збільшується при наближенні до порошокинки. Отже, вираз (2.29) занижує відносний неекранований заряд, так само як і потенціал, що і спостерігається на рис. 2.10 (а), (б) (штрихова лінія знаходиться нижче, ніж суцільна).

Згідно з крайовою умовою (2.21), перший доданок у (2.20) дорівнює нулю на поверхні порошокинки. Тому умова (2.18) дає $D_e \nabla n_e(a_d) = D_i \nabla n_i(a_d)$. Оскільки $D_e \gg D_i$, то поблизу поверхні порошокинки концентрація іонів зростає значно швидше, ніж концентрація електронів, що і спостерігається на рис. 2.11. Збільшення τ призводить до збільшення відношення $D_e/D_i = d\sqrt{\tau}$ (2.26), це пояснює більш різке зростання концентрації іонів біля поверхні порошокинки у неізотермічній плазмі (див. рис. 2.12). Отримані нами розподіли іонів узгоджуються з результатами числового розв'язання кінетичного рівняння з інтегралом зіткнень БГК (1.74) в границі $\lambda_i/a_d \ll 1$ [53].

Розрахований струм заряджання I дає змогу визначити з (2.29) неекранований заряд \tilde{q} , залежність якого від радіуса порошокинки наведена на рис. 2.13 (а) разом із повним стаціонарним зарядом порошокинки.

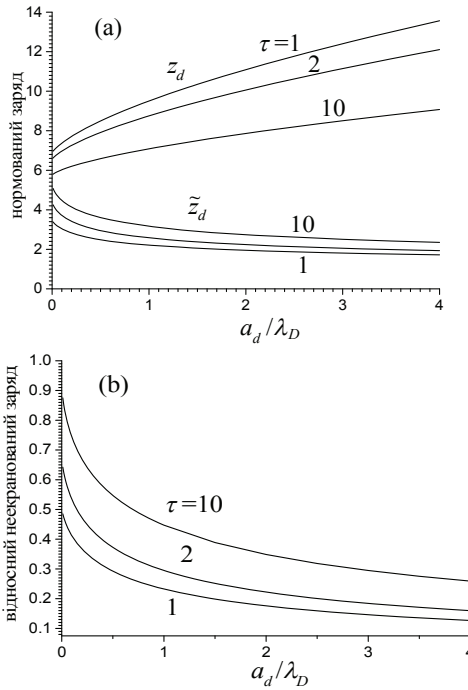


Рис. 2.13. (а) – нормований заряд порошинки $z_d = qe_e / a_d T_e$ і нормований неекраниваний заряд $\tilde{z}_d = \tilde{q}e_e / a_d T_e$ у ізотермічній ($\tau = 1$) та неізотермічній ($\tau = 2, 10$) плазмі, (б) – відносний неекраниваний заряд $\tilde{q}/q = \tilde{z}_d / z_d$ від радіуса порошинки

З рисунка видно, що нормований неекраниваний заряд $\tilde{z}_d = \tilde{q}e_e / a_d T_e$ зменшується зі збільшенням радіуса порошинки на відміну від повного заряду z_d , який навпаки збільшується зі зростанням радіуса порошинки. В результаті, див. рис. 2.13 (б), відносний неекраниваний заряд \tilde{q}/q або \tilde{z}_d/z_d різко зростає при зменшенні радіуса порошинки. У ізотермічній плазмі $\tilde{q}/q < 0.5$, що узгоджується з результатами обчислень, виконаними у [35]. У неізотермічній плазмі значення відносного неекраниваного заряду є вищим, ніж в ізотермічній, і досягає значення ≈ 0.9 для $a_d \ll \lambda_D$, $\tau = 10$. Це означає, що переважна частина потенціалу маленької порошинки у неізотермічній плазмі є кулонівською \tilde{q}/r . Такий висновок підтверджується рисунком 2.10 (б), на якому відношення \tilde{q}/r до обчисленого потенціалу для $a_d = 0.1\lambda_D$ не перевищує ≈ 0.75 .

У роботі [54] були запропоновані наступні наближені вирази для струмів заряджання у дрейфово-дифузійному наближенні:

$$I_i = \frac{4\pi a_d n_0 z_d \tau D_i e}{1 - e^{-z_d \tau}}, \quad I_e = -\frac{4\pi a_d n_0 z_d D_e e}{e^{z_d} - 1}. \quad (2.32)$$

Використовуючи умову стаціонарності $I_i + I_e = 0$, отримуємо рівняння для заряду порошинки

$$\tau \frac{D_i}{D_e} \frac{1 - e^{-z_d}}{e^{-z_d \tau} - 1} = 1. \quad (2.33)$$

Значення стаціонарного заряду, які дає рівняння (2.33), дорівнюють $z_d \approx 6.91, 6.56$ і 5.76 для $\tau = 1, 2, 10$, відповідно, і узгоджуються з результатами наших обчислень при $a_d \ll \lambda_D$ (див. рис. 2.13 (а)). Підстановка стаціонарного заряду у вираз (2.32) дає стаціонарний струм, який у границі $a_d \ll \lambda_D$ знову узгоджується з обчисленим струмом, який наведено на рис. 2.14.

Комбінуючи формули (2.32) і (2.29), отримуємо наближену формулу для неекранованого заряду

$$\tilde{z}_d = \frac{z_d}{e^{z_d} - 1} \left(\frac{D_e}{D_i} - 1 \right) \frac{1}{1 + \tau}. \quad (2.34)$$

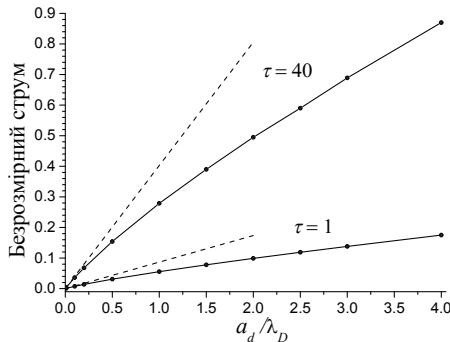


Рис. 2.14. Залежність безрозмірного струму $I k_D / e n_{0e} D_e$ від радіуса порошинки. Суцільні лінії з точками – результати обчислень, штрихові лінії – формула (2.32)

У ізотермічній плазмі розв’язком рівняння (2.33) є $z_d = \ln(D_e / D_i)$, і (2.34) дає значення $\tilde{z}_d / z_d = 0.5$, яке не залежить від D_e / D_i . Для неізотермічної плазми отримуємо $\tilde{z}_d / z_d \approx 0.67$ ($\tau = 2$) і ≈ 0.91 ($\tau = 10$). Ці значення є верхньою межею відносного неекранованого заряду, які досягаються для $a_d \ll \lambda_D$ (див. рис. 2.13(b)).

Для опису потенціалу на довільній відстані від порошинки можна використовувати вираз (1.32)

$$\varphi_0(r) = (q - \tilde{q}) \frac{e^{-r/\lambda_D}}{r} + \frac{\tilde{q}}{r}, \tag{2.35}$$

який є сумою потенціалів Дебая і Кулона з ефективними зарядами.

Вираз (2.35) отриманий у лінійному наближенні у рамках моделі точкових стоків (див. п. 1.3), суть якої полягає у введенні у рівняння неперервності $\text{div } \Gamma_\alpha(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) I_\alpha / e_\alpha$ сингулярних доданків, які враховують поглинання плазми порошинкою. Такий підхід дає змогу позбутися крайових умов, але при цьому стаціонарний заряд порошинки q і струм заряджання I стають невизначеними параметрами.

Порівняння (2.35) з обчисленим потенціалом у ізотермічній плазмі для $a_d = 0.1, 0.5, 1.0 \lambda_D$ наведено на рис. 2.15 (криві починаються з поверхні порошинки).

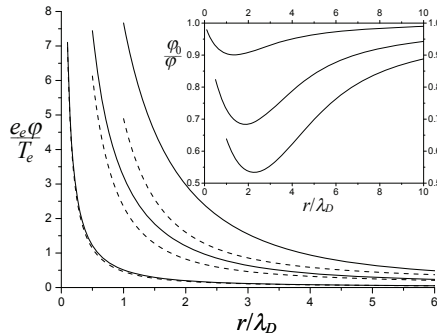


Рис. 2.15. Залежність потенціалу від відстані для трьох розмірів порошинок: $a_d = 0.1, 0.5, 1.0 \lambda_D$. Суцільні лінії – обчислений потенціал, штрихові лінії – формула (2.35).

Вставка показує відношення φ_0 до обчисленого потенціалу

Видно, що формула (2.35) із значеннями q і \tilde{q} , які взяті із обчислень, завищує значення потенціалу і описує його задовільно лише для

малих порошинок. Максимальна відносна похибка (2.35) у порівнянні з обчисленим потенціалом становить приблизно 10 % для $a_d = 0.1\lambda_D$, зростає до ≈ 32 % для $a_d = 0.5\lambda_D$ і досягає ≈ 46 % для $a_d = \lambda_D$ (див. вставку на рис. 2.15). У неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі максимальна відносна похибка формули (2.35) дещо менша, ніж у ізотермічній, і становить ≈ 9 %, 26 %, 38 % для $a_d = 0.1, 0.5, 1.0\lambda_D$, відповідно.

Таким чином, наближена формула (2.35) дає задовільний якісний опис поведінки потенціалу, але кількісний опис потребує покращення. Оскільки максимальна відносна похибка спостерігається на відстанях $r \approx 2\lambda_D$, то для покращення точності формули (2.35) необхідно модифікувати дебаївську частину потенціалу, неточність якої, напевне, пов'язана зі зміною розподілу електронів та іонів поблизу порошинки, порівняно із розподілом Больцмана. Отже, дебаївське екранування відбувається у неоднорідному плазмовому середовищі. В такому разі природно припустити, що зміна однорідного розподілу плазмових частинок повинна призвести до зміни довжини екранування. Тому ми вводимо ефективну довжину екранування λ_D / p , поділивши звичайну довжину екранування на параметр p :

$$\varphi_{0p}(r) = (q - \tilde{q}) \frac{e^{-rp/\lambda_D}}{r} + \frac{\tilde{q}}{r}. \quad (2.36)$$

Для знаходження параметра p необхідно апроксимувати обчислений потенціал формулою (2.36). Очевидно, що при цьому необхідно використовувати просторову область, де дебаївський доданок є суттєвим у порівнянні з кулонівським. Внутрішньою межею цієї області є поверхня порошинки, а от зовнішня межа не є однозначно визначеною. Взагалі значення p , яке дає метод найменших квадратів, залежить від вибору зовнішньої межі області апроксимації. Такий недолік відсутній у метода мінімізації максимальної відносної похибки, тому саме він був використаний нами для знаходження параметра p . Рис. 2.16 і табл. 2.1 показують, що значення p наближається до одиниці для $a_d \ll \lambda_D$ у ізотермічній плазмі і різко спадає зі збільшенням радіуса порошинки. У неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі значення p приблизно вдвічі менше, ніж в ізотермічній. Отже, поглинання електронів та іонів призводить не лише до появи неекранованої частини потенціалу, а й до суттєвого збільшення довжини екранування. Це збільшення є яскраво вираженим для $a_d \gtrsim \lambda_D$, а також у неізотермічній плазмі. Важливо, що ефективна довжина екранування λ_D / p не залежить від відстані до порошинки, що спрощує використання формули (2.36).

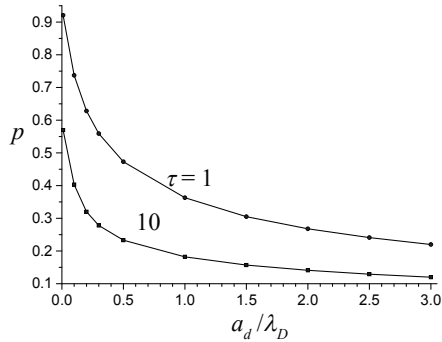


Рис. 2.16. Залежність параметра p від радіуса порошинки у ізотермічній та неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі

Вираз (2.36) описує розподіл потенціалу значно краще, ніж (2.35), див. рис. 2.17. Максимальна відносна похибка зменшуються до $\approx 1.5\%$, 4% , 5% у ізотермічній плазмі і до $\approx 1.2\%$, 2.5% , 3.2% у неізотермічній для $a_d = 0.1, 0.5, 1.0\lambda_D$, відповідно.

Рис. 2.16 дає лише кілька прикладів поведінки скейлінгового параметра p . Для того щоб знайти його для інших конкретних значень параметрів плазми, необхідно виконати числовий розрахунок потенціалу, а потім апроксимувати отримані результати формулою (2.36), використовуючи метод мінімізації максимальної відносної похибки. Такий підхід не є простим, але він відкриває принципову можливість використання аналітичних виразів для потенціалів, щоб зрозуміти фізичну природу багаточастинкових ефектів (кореляцій) у задачі колективної поведінки у сильнорез'язаних кулонівських системах і визначити якісні ефекти з результатів моделювання.

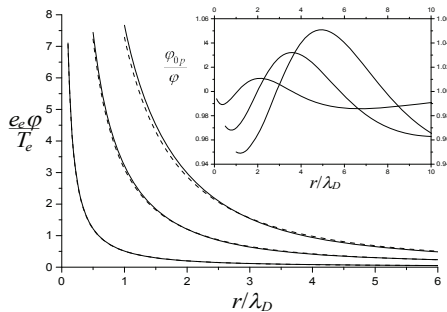


Рис. 2.17. Залежність потенціалу від відстані для трьох розмірів порошинок: $a_d = 0.1, 0.5, 1.0\lambda_D$. Суцільні лінії – обчислений потенціал, штрихові лінії – формула (2.36).

Вставка показує відношення $\Phi_{0,p}$ до обчисленого потенціалу

Таблиця 2.1

Значення параметра p для різних значень радіуса порошинки в ізотермічній та неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі

a_d / λ_D	$p, (\tau = 1)$	$p, (\tau = 10)$
0.01	0.921	0.570
0.1	0.737	0.403
0.2	0.628	0.320
0.3	0.559	0.278
0.5	0.473	0.233
1.0	0.363	0.182
1.5	0.305	0.157
2.0	0.268	0.141
2.5	0.241	0.129
3.0	0.220	0.120

2.2.3. Висновки

Розподіл електростатичного потенціалу у слабкоіонізованій плазмі з частими зіткненнями поблизу зарядженої сферичної макрочастинки, яка поглинає електрони та іони, може бути описаний з точністю до декількох відсотків суперпозицією потенціалів Кулона та Дебая з масштабованою довжиною екранування. Суттєве зменшення концентрації плазмових частинок поблизу порошинки через їх поглинання призводить до збільшення довжини екранування у декілька разів і є більшим для порошинок більших розмірів. У неізотермічній плазмі ці ефекти є ще більш вираженими. Лише у границі малих частинок ($a_d \ll \lambda_D$) у ізотермічній плазмі довжина екранування наближається до довжини Дебая.

Ефективний заряд кулонівської частини потенціалу зростає зі зменшенням a_d / λ_D , а у неізотермічній плазмі неекранований заряд може перевищувати екранований заряд і у границі малих порошинок для $T_e / T_i = 10$ досягає ≈ 90 % від усього заряду порошинки. Значення неекранованого заряду знаходиться з числових розрахунків або з аналітичної формули (2.34) для малих порошинок.

2.3. Кінетична теорія ефективного потенціалу порошинки

У попередньому підрозділі був отриманий аналітичний вираз для потенціалу порошинки у дрейфово-дифузійному наближенні. Більш за-

гальний розв'язок задачі можна отримати у рамках кінетичного опису. Перевагою цього підходу є те, що він дозволяє вивчати ефективний потенціал порошинки за довільних значень параметрів плазми і знайти його залежність від кінетичних характеристик плазмових процесів (оскільки запорошена плазма є відкритою системою, то ефективний потенціал залежить не лише від термодинамічних, а і від кінетичних властивостей плазми).

Кінетична теорія запорошеної плазми добре розвинута у приближенні плазми без зіткнень, але це приближення часто не відповідає експериментальним умовам, у яких досліджується запорошена плазма. Навіть нечасті зіткнення змінюють динаміку плазми і заряджання порошинок, на це вказують результати експериментів та числового моделювання. Тому актуальною є задача розвинення кінетичної теорії запорошеної плазми, яка б враховувала зіткнення електронів та іонів із нейтральними частинками, оскільки запорошена плазма зазвичай є слабоіонізованою, а також дозволяла враховувати наявність зовнішніх електричних та магнітних полів.

Отже, при довільних співвідношеннях між довжиною вільного пробігу, дебаївським радіусом та розміром порошинки самоузгоджений розрахунок стаціонарного заряду порошинки можна здійснити на основі кінетичного опису. Для цього знадобиться знайти стаціонарну границю розв'язку системи рівнянь, яка складається з кінетичного рівняння (1.47) і рівняння Пуассона (1.19):

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = I_\alpha, \quad (2.37)$$

$$\Delta \varphi(\mathbf{r}, t) = -4\pi [e_e n_e(\mathbf{r}, t) + e_i n_i(\mathbf{r}, t)], \quad (2.38)$$

де I_α – інтеграл зіткнень, $\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}$ – зовнішнє силове поле, а також рівняння для заряду порошинки

$$\frac{dq(t)}{dt} = -4\pi a_d^2 [e_e n_e(\mathbf{r}, t) v_e(\mathbf{r}, t) + e_i n_i(\mathbf{r}, t) v_i(\mathbf{r}, t)]|_{r=a_d}, \quad (2.39)$$

$$v_\alpha(\mathbf{r}, t) = \int d\mathbf{v} \mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (2.40)$$

$$n_\alpha(\mathbf{r}, t) = n_\alpha \int d\mathbf{v} f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (2.41)$$

де \mathbf{n} – одиничний нормальний вектор до поверхні порошинки. З крайовими умовами

$$f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \Big|_{v_r > 0, r = a_d} = 0, \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial r} \Big|_{r = a_d} = -\frac{q(t)}{a_d^2}, \quad (2.43)$$

$$f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \Big|_{r \rightarrow \infty} = f_{0\alpha}(\mathbf{v}), \quad (2.44)$$

$$\varphi(\mathbf{r}, t) \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (2.45)$$

Умова (2.42) означає, що біля поверхні порошинки немає електронів та іонів, які рухаються від поверхні, тобто ця умова описує їх адсорбцію.

2.3.1. Модель точкових стоків

Для опису багатьох цікавих явищ, які експериментально спостерігаються у запоорошеній плазмі (формування впорядкованих структур з порошинок і поширення у них хвиль), необхідні аналітичні вирази для ефективного потенціалу. Щоб отримати наближений аналітичний розв'язок системи рівнянь (2.37)–(2.39), нами була запропонована модель точкових стоків. Її суть полягає в тому, щоб описати ефекти, зумовлені поглинанням плазмових частинок порошинкою, ввівши в кінетичне рівняння (2.37) ефективні точкові стоки, інтенсивність яких відповідає крайовій умові (2.42), тобто замість рівняння (2.37) з крайовими умовами (2.42), (2.43) використовувати наступне рівняння з точковим стоком:

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_{\alpha}^{\text{ext}}}{m_{\alpha}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} - \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} f_{\alpha}(X, t) = I_{\alpha} - S_{\alpha}(\mathbf{v}, t) \delta(\mathbf{r}). \quad (2.46)$$

Тут $X = (\mathbf{r}, \mathbf{v})$, $S_{\alpha}(\mathbf{v}, t)$ – інтенсивність точкових стоків, яка є функціоналом від функції розподілу $f_{\alpha}(X, t)$, тобто

$$S_{\alpha}(\mathbf{v}, t) \equiv S_{\alpha}(\mathbf{v}, t; \{f_{\alpha}(X, t)\}). \quad (2.47)$$

Аналогічний прийом вже був використаний нами при дрейфо-во-дифузійному описові динаміки плазми: точкові стоки вводилися у рівняння неперервності (див. п. 1.3).

Величини (2.47) зручно виразити в термінах перерізів заряджання порошинок $\sigma_{\alpha}(q(t), v)$. Наприклад, у випадку беззіткненої плазми, або у випадку частих зіткнень можна записати

$$S_\alpha(\mathbf{v}, t) = v\sigma_\alpha(q(t), v)f_\alpha(X, t). \quad (2.48)$$

Рівняння (2.46) з інтенсивністю стоку (2.48) вперше було записано на основі евристичних міркувань, а в [55] модель точкових стоків була обґрунтована на основі мікроскопічної теорії запорошеної плазми. Дійсно, за наявності лише однієї нерухомої порошинки одночастинкова функція розподілу порошинок записується як

$$f_d(\mathcal{X}, t) = \delta(q - q_d)\delta(\mathbf{r})\delta(\mathbf{v}).$$

Підставивши її у кінетичне рівняння для плазових частинок (1.117), можна показати, що воно переходить у рівняння типу (2.46) з точковим стоком, який має інтенсивність (2.48).

Наділі у (2.46) ми будемо використовувати модельний інтеграл зіткнень, а саме просту модель БГК (1.74).

Наявність стоків призводить до збурень ефективного електричного потенціалу, принаймні на великих відстанях від порошинки ці збурення є малими, а отже, можемо скористатись лінеаризованою версією рівняння (2.46). Таким чином, отримані результати будуть давати правильну асимптотичну поведінку потенціалу. Зауважимо однак, що переріз зарядження потрібно розраховувати без використання теорії збурень. Таким чином, для лінійної поправки до незбуреної функції розподілу маємо наступне рівняння

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}_\alpha^{\text{ext}}}{m_\alpha} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right\} \delta f_\alpha(X, t) - \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \\ & = -v_\alpha \left[\delta f_\alpha(X, t) - f_{0\alpha}(\mathbf{v}) \right] \int d\mathbf{v} \delta f_\alpha(X, t) - S_\alpha^{(0)}(\mathbf{v}, t) \delta(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.49)$$

де

$$S_\alpha^{(0)}(\mathbf{v}, t) = S_\alpha(\mathbf{v}, t; \{f_{0\alpha}(\mathbf{v})\}),$$

або у випадку (2.48)

$$S_\alpha^{(0)}(\mathbf{v}, t) = v\sigma_\alpha(q(t), v)f_{0\alpha}(\mathbf{v}).$$

Для потенціалу самоузгодженого поля $\varphi(\mathbf{r}, t)$ маємо рівняння Пуассона (2.38) з точковим зарядом:

$$\Delta\varphi(\mathbf{r}, t) = -4\pi q(t)\delta(\mathbf{r}) - 4\pi \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \int d\mathbf{v} \delta f_\alpha(X, t). \quad (2.50)$$

Розв'язок рівняння (2.49) можна записати у вигляді (див. (1.53))

$$\delta f_{\alpha}(X, t) = \frac{e_{\alpha}}{m_{\alpha}} \int_{-\infty}^t dt' \int dX' W_{\alpha}(X, X'; t - t') \frac{\partial \varphi(\mathbf{r}', t')}{\partial \mathbf{r}'} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'} - \int_{-\infty}^t dt' \int dX' W_{\alpha}(X, X'; t - t') S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}', t') \delta(\mathbf{r}'), \quad (2.51)$$

де $W_{\alpha}(X, X'; \tau)$ – ймовірність переходу плазмової частинки з точки X' у точку X за час $\tau = t - t'$, що задовольняє рівнянню (1.75) з початковою умовою (1.55) $W_{\alpha}(X, X'; 0) = \delta(X - X')$.

Підстановка (2.51) у рівняння Пуассона (2.50) приводить до наступного розв'язку в $\mathbf{k}\omega$ -представленні:

$$\varphi_{\mathbf{k}\omega} = \frac{4\pi q_{\omega}}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} - \frac{4\pi}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \omega)} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') S_{\alpha\omega}^{(0)}(\mathbf{v}'), \quad (2.52)$$

де $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ – функція діелектричного відгуку (1.61), а фур'є-образ ймовірності переходу $W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$ визначається формулою (1.58). У стаціонарному стані

$$q(t) = q, \quad S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}, t) = S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}), \quad (2.53)$$

і вираз (2.52) набуває вигляду

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi q}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, 0)} - \frac{4\pi}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, 0)} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' W_{\alpha\mathbf{k}}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}'). \quad (2.54)$$

Тут

$$W_{\alpha\mathbf{k}}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = W_{\alpha\mathbf{k}\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')|_{\omega=0}, \quad (2.55)$$

$$\varepsilon(\mathbf{k}, 0) = 1 + \frac{k_D^2}{k^2}. \quad (2.56)$$

Якщо порошинка рухається з постійною швидкістю \mathbf{v}_0 , то аргумент \mathbf{r} δ -функції в (2.49), (2.50) слід замінити на $(\mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t)$. Таким чином, розв'язок для потенціалу порошинки, яка рухається, набуває вигляду

$$\varphi_{\mathbf{k}\omega} = \frac{8\pi^2 q \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathbf{v}_0)} - \frac{8\pi^2 \delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0)}{k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathbf{v}_0)} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int d\mathbf{v} \int d\mathbf{v}' W_{\alpha\mathbf{k}, \mathbf{k}\mathbf{v}_0}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}'). \quad (2.57)$$

На основі (2.51) можна розрахувати струм заряджання порошинки. Зокрема у випадку стаціонарної ізотропної плазми

$$\mathbf{j}_\alpha(r) = -e_\alpha n_\alpha \frac{\mathbf{r}}{r^3} \int d\mathbf{v} S_\alpha^{(0)}(\mathbf{v}), \quad r > 0. \quad (2.58)$$

Розглянемо детальніше питання про вплив властивостей плазми на ефективний потенціал порошинки в стаціонарному стані. У випадку ізотропної плазми за відсутності зовнішніх полів $W_{\alpha k\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$ визначається формулою (1.82), враховуючи (2.55), маємо

$$W_{\alpha k}(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = -\frac{i\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}')}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha} - \frac{v_\alpha f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{(\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha)(\mathbf{k}\mathbf{v}' - iv_\alpha)} \left[1 + iv_\alpha \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha} \right]^{-1}. \quad (2.59)$$

Тоді розв'язок (2.54) має вигляд

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi q}{k^2 + k_D^2} + \frac{4\pi i}{k^2 + k_D^2} \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \frac{\int d\mathbf{v} \frac{S_\alpha^{(0)}}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha}}{1 + iv_\alpha \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha}}. \quad (2.60)$$

Зворотнє перетворення Фур'є дає вираз для потенціалу

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{qe^{-k_D r}}{r} + i \sum_\alpha 4\pi e_\alpha n_\alpha \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{k^2 + k_D^2} \frac{\int d\mathbf{v} \frac{v\sigma_\alpha(q, v) f_{0\alpha}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha}}{1 + iv_\alpha \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_\alpha}}. \quad (2.61)$$

У беззіткненному режимі ($v_\alpha = 0$), формула (2.61) спрощується до

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{qe^{-k_D r}}{r} + i \sum_\alpha 4\pi e_\alpha n_\alpha \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{k^2 + k_D^2} \int \frac{v\sigma_\alpha(q, v) f_{0\alpha}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - i0} dv, \quad (2.62)$$

що дає

$$\varphi(r) = \frac{q}{r} e^{-k_D r} - \frac{\tilde{Q}}{r} g(k_D r), \quad (2.63)$$

де

$$g(x) = e^{-x} \text{Ei}(x) - e^x \text{Ei}(-x), \quad (2.64)$$

$$\tilde{Q} = \frac{2\pi}{k_D} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int_0^{\infty} dv v^2 \sigma_{\alpha}(q, v) f_{0\alpha}(v). \quad (2.65)$$

Тут

$$\text{Ei}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt \quad (2.66)$$

– інтегральна показникова функція. При $k_D r \gg 1$ з урахуванням асимптотичної поведінки $\text{Ei}(x) \simeq e^x / x$ із (2.63) отримуємо

$$\varphi(r) \simeq -\frac{2\tilde{Q}}{k_D r^2}. \quad (2.67)$$

Зауважимо, що в (2.62)–(2.67) фігурує переріз заряджання, розрахований на основі моделі обмежених орбіт (1.7).

Таким чином, як випливає з (2.67), у випадку беззіткненої плазми поглинання електронів та іонів порошинкою (наявність струменів заряджання) призводить до часткового розекранування поля порошинки, і потенціал порошинки має дипольну асимптоту.

У випадку частих зіткнень ($v_{\alpha} \gg kv_{T\alpha}$) рівняння (2.54) дає

$$\varphi_k = \frac{4\pi q}{k^2 + k_D^2} - \frac{4\pi}{k^2 + k_D^2} \frac{1}{k^2} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha} S_{\alpha}}{D_{\alpha}}, \quad (2.68)$$

де

$$S_{\alpha} = n_{\alpha} \int d\mathbf{v} S_{\alpha}^{(0)}(v) = n_{\alpha} \int d\mathbf{v} v \sigma_{\alpha}(q, v) f_{0\alpha}(v), \quad (2.69)$$

$D_{\alpha} = v_{T\alpha}^2 / \nu_{\alpha}$ – коефіцієнт дифузії.

Виводячи (2.68), ми скористались наближенням

$$1 + i\nu_{\alpha} \int d\mathbf{v} \frac{f_{0\alpha}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - i\nu_{\alpha}} = W\left(\frac{i\nu_{\alpha}}{kv_{T\alpha}}\right) \simeq \frac{k^2 v_{T\alpha}^2}{\nu_{\alpha}^2},$$

$$\int d\mathbf{v} \frac{v \sigma_{\alpha}(q, v) f_{0\alpha}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - i\nu_{\alpha}} \simeq \frac{i}{\nu_{\alpha}} \int d\mathbf{v} v \sigma_{\alpha}(q, v) f_{0\alpha}(v),$$

де $W(z)$ – плазмова дисперсійна функція [37, п. 6.1].

Як випливає з означення (2.69), величини S_{α} являють собою інтенсивності поглинання частинок сорту α точковим стоком, тобто кількість частинок відповідного сорту, поглинутих в одиницю часу. Це підтвер-

джується також тим, що інтегрування (2.46) за швидкостями дає рівняння неперервності виду (1.20). У координатному представленні з (2.68) маємо

$$\varphi(r) = (q + \tilde{S}) \frac{e^{-k_D r}}{r} - \frac{\tilde{S}}{r}, \quad (2.70)$$

де

$$\tilde{S} = \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha} S_{\alpha}}{k_D^2 D_{\alpha}}. \quad (2.71)$$

Таким чином, за наявності зіткнень ефективний потенціал (2.70) повністю збігається із виразом (1.32), який отриманий у моделі точкових стоків у дрейфово-дифузійному наближенні, і є суперпозицією екранованого та кулонівського потенціалу з відповідними ефективними зарядами. В рамках лінійного наближення ці величини розрахувати неможливо. Їх можна знайти лише на основі числового розв'язання відповідних крайових задач (див. п. 2.2). Приклади таких розрахунків можна також знайти в [35, 36]. Вони свідчать, що розекранування може бути досить суттєвим, а саме $-\tilde{S}/q \leq 0.5$ у ізотермічній плазмі, і досягає значення 0.9 у неізотермічній ($\tau = 10$) плазмі (див. рис. 2.13).

Зауважимо, що поява кулонівської асимптоти за умови поглинання плазмових частинок порошиною є цілком природною. Дійсно, якщо знехтувати процесами іонізації та рекомбінації, у стаціонарному випадку рівняння неперервності (1.18) в області, вільній від порошинок, набуває вигляду

$$\operatorname{div} \Gamma_{\alpha} = 0. \quad (2.72)$$

Єдиний сферично симетричний розв'язок цього рівняння –

$$\Gamma_{\alpha}(\mathbf{r}) = A_{\alpha} \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad (2.73)$$

Це означає, що густина струму

$$\mathbf{j}_{\alpha}(\mathbf{r}) = e_{\alpha} A_{\alpha} \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad (2.74)$$

Проте за законом Ома $\mathbf{j}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \sigma_{\alpha} \mathbf{E}(\mathbf{r})$, тобто

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \sim \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad (2.75)$$

Якщо плазма знаходиться у зовнішньому магнітному полі $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$, то фур'є-образ ймовірності переходу $W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}')$ задається виразом (1.80).

Зауважимо, що $\varphi_{k \omega}$ (2.52) і $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ (1.61), по суті, виражені в термінах величини

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}') = \int d\mathbf{v} W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}, \mathbf{v}').$$

Якщо функція розподілу $f_{0\alpha}(\mathbf{v})$ та інтенсивність стоку $S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v})$ залежать від v_{\perp} і v_z , то як впливає з (1.71)

$$W_{\alpha k \omega}(\mathbf{v}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}}\right) \frac{i}{\omega - n\Omega_{\alpha} - k_z v_z + i\nu_{\alpha}}, \quad (2.76)$$

де $J_n(x)$ – функція Бесселя. Використовуючи цю формулу, отримуємо

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi q}{k^2 + k_D^2} + \frac{4\pi i}{k^2 + k_D^2} \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha} n_{\alpha}}{F_{\alpha}(\mathbf{k})} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int d\mathbf{v} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}}\right) \frac{S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v})}{k_z v_z + n\Omega_{\alpha} - i\nu_{\alpha}}, \quad (2.77)$$

де

$$F_{\alpha}(\mathbf{k}) = 1 + i\nu_{\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int d\mathbf{v} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}}\right) \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{v})}{k_z v_z + n\Omega_{\alpha} - i\nu_{\alpha}}. \quad (2.78)$$

Вираз (2.77) описує потенціал макрочастинки в магнітоактивній плазмі за умови, що інтенсивності стоків $S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v})$ відомі. Враховуючи, що $f_{0\alpha}(\mathbf{v})$ – це розподіл Максвелла (1.9), а також

$$\int_0^{\infty} dv_{\perp} v_{\perp} J_n^2\left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}}\right) \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{2\nu_{T\alpha}}\right) = \nu_{T\alpha}^2 \Lambda_n\left(\frac{k_{\perp}^2 \nu_{T\alpha}^2}{\Omega_{\alpha}^2}\right),$$

отримуємо

$$F_{\alpha}(\mathbf{k}) = 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i\nu_{\alpha}}{n\Omega_{\alpha} + i\nu_{\alpha}} \Lambda_n\left(\frac{k_{\perp}^2 \nu_{T\alpha}^2}{\Omega_{\alpha}^2}\right) \left[1 - W\left(\frac{i\nu_{\alpha} - n\Omega_{\alpha}}{|k_z| \nu_{T\alpha}}\right)\right]. \quad (2.79)$$

Тут $\Lambda_n(x) = I_n(x)e^{-x}$, $I_n(x)$ – модифікована функція Бесселя 1-го роду.

У випадку безіткненої плазми (2.77) дає

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi q}{k^2 + k_D^2} - \frac{4\pi^2}{k^2 + k_D^2} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int d\mathbf{v} J_n^2 \left(\frac{k_{\perp} v_{\perp}}{\Omega_{\alpha}} \right) S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}) \delta(k_z v_z + n\Omega_{\alpha}). \quad (2.80)$$

Для подальших розрахунків нам потрібно знати величину $S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v})$. У загальному випадку це складна задача. Вона суттєво спрощується в границі $B_0 \rightarrow \infty$. У цьому випадку

$$S_{\alpha}^{(0)}(\mathbf{v}) = |v_z| \sigma_{\alpha}(q, v_z) f_{0\alpha}(\mathbf{v}), \quad (2.81)$$

$$\sigma_{\alpha}(q, v_z) = \pi a_d^2 \theta \left(v_z^2 - \frac{2e_{\alpha} q}{m_{\alpha} a_d} \right), \quad (2.82)$$

де $\theta(x)$ – функція Хевісайда,

$$f_{0\alpha}(\mathbf{v}) = \delta(\mathbf{v}_{\perp}) \left(\frac{m_{\alpha}}{2\pi T_{\alpha}} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m_{\alpha} v_z^2}{2T_{\alpha}} \right) = \delta(\mathbf{v}_{\perp}) f_{0\alpha}(v_z).$$

Підставляючи (2.81) в (2.80), одержуємо

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi q}{k^2 + k_D^2} - \frac{4\pi^2}{k^2 + k_D^2} \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} dv_z f_{0\alpha}(v_z) \sigma_{\alpha}(q, v_z) \delta(k_z). \quad (2.83)$$

Виконаємо зворотнє перетворення Фур'є (2.83). Враховуючи

$$\int_0^{\infty} dk_{\perp} \frac{k_{\perp}}{k_{\perp}^2 + k_D^2} J_0(k_{\perp} r_{\perp}) = K_0(k_D r_{\perp}),$$

отримуємо

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{q e^{-k_D r}}{r} - \varphi_0 K_0(k_D r_{\perp}). \quad (2.84)$$

Тут $K_0(x)$ – функція Макдональда, а

$$\varphi_0 = \sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} \int dv_z \sigma_{\alpha}(q, v_z) f_{0\alpha}(v_z). \quad (2.85)$$

Таким чином, у сильнозамагніченій беззіткненній плазмі основний внесок у потенціал дають індуковані стоком частинок струми об'ємного заряду з густиною

$$\rho(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}_\perp) \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \int dv_z f_{0\alpha}(v_z) \sigma_\alpha(q, v_z). \quad (2.86)$$

Відповідна густина струму має вигляд

$$j_z(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}_\perp) \frac{z}{|z|} \sum_\alpha \pi e_\alpha n_\alpha \int dv_z |v_z| f_{0\alpha}(v_z) \sigma_\alpha(q, v_z), \quad (2.87)$$

що дає наступний вираз для повного струму заряджання:

$$I_{\text{tot}} = \sum_\alpha 2\pi e_\alpha n_\alpha \int dv_z |v_z| f_{0\alpha}(v_z) \sigma_\alpha(q, v_z). \quad (2.88)$$

Поклавши $I_{\text{tot}} = 0$, можна отримати рівняння для заряду q .

У випадку сильнозамагніченої плазми $|\Omega_\alpha| > k_\perp v_{T\alpha}$ з частими зіткненнями $v_\alpha \gg |k_z| v_{T\alpha}$, вираз (2.79) спрощується

$$F_\alpha(\mathbf{k}) \simeq \frac{1}{v_\alpha} \left(k_\perp^2 D_{\alpha\perp} + k_z^2 D_{\alpha\parallel} \right), \quad (2.89)$$

$$D_{\alpha\perp} = \frac{v_{T\alpha}^2 v_\alpha}{\Omega_\alpha^2 + v_\alpha^2}, \quad D_{\alpha\parallel} = \frac{v_{T\alpha}^2}{v_\alpha}$$

– коефіцієнти дифузії у перпендикулярному та паралельному до магнітного поля напрямках. Отже,

$$\varphi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi}{k^2 + k_D^2} \left(q - \frac{e_\alpha n_\alpha \int S_\alpha^{(0)}(\mathbf{v}) d\mathbf{v}}{k_\perp^2 D_{\alpha\perp} + k_z^2 D_{\alpha\parallel}} \right). \quad (2.90)$$

Зворотне перетворення Фур'є дає наступну асимптоту $r \gg \lambda_D$:

$$\varphi(\mathbf{r}) \simeq -\frac{\tilde{S}(\theta)}{r}, \quad (2.91)$$

$$\tilde{S}(\theta) = \sum_{\alpha} \frac{e_{\alpha} S_{\alpha}}{k_D^2 D_{\alpha\perp} \sqrt{1 + (D_{\alpha\parallel} / D_{\alpha\perp} - 1) \sin^2 \theta}}, \quad (2.92)$$

де θ – кут між радіус-вектором \mathbf{r} і віссю z . Таким чином, потенціал має кулонівську асимптоту з ефективним зарядом, який залежить від кута θ . За відсутності зовнішнього магнітного поля $D_{\alpha\parallel} = D_{\alpha\perp} = D_{\alpha}$ (2.92) переходить у (2.71).

2.3.2. Вплив зіткнень на ефективний потенціал

У попередньому підрозділі були отримані загальні вирази для ефективних потенціалів, а також аналітичні оцінки для випадків частих зіткнень і плазми без зіткнень, які представлені у нашій роботі [56]. Пізніше частина цих результатів була повторена в [57] і зроблена спроба виконати більш детальний аналіз. Однак оцінки, представлені у [57], були виконані у досить грубому наближенні, а саме переріз заряджання вважався таким, що не залежить від швидкостей плазмових частинок. Метою нашої роботи [58] було виконати аналітичні розрахунки ефективного потенціалу з урахуванням залежності перерізу заряджання від швидкості.

Ми розпочинаємо зі співвідношення для ефективного потенціалу (2.61). Нехтуючи впливом поглинання електронів порошинкою на їхню функцію розподілу за швидкостями (таке наближення широко застосовується у теорії запорошеної плазми), отримуємо

$$\varphi(r) = \frac{qe^{-k_D r}}{r} + i4\pi e_i n_i \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{k^2 + k_D^2} \frac{\int \frac{v\sigma_i(v)f_{0i}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_i} dv}{1 + iv_i \int \frac{f_{0i}(v)}{\mathbf{k}\mathbf{v} - iv_i} dv} = \varphi_D(r) + \varphi_S(r). \quad (2.93)$$

Тут $f_{0i}(v)$ – функція розподілу, яка виникає внаслідок зіткнень (тобто ми вважаємо, що $f_{0i}(v)$ – це розподіл Максвелла), $\sigma_i(v) = \pi a_d^2 (1 + v_{0i}^2 / v^2)$ – переріз заряджання порошинки іонами, $v_{0i}^2 = 2|e_i q| / (a_d m_i)$ (1.7), v_i – частота зіткнень іонів з нейтральними частинками.

Слід зазначити, що після інтегрування за кутом між \mathbf{k} і \mathbf{v} вираз (2.93) спрощується до формули (2.3) з [57]. Однак таке представлення не підходить для аналітичних розрахунків при малих v_i . Виявилось, що обчислювати інтеграли за швидкостями у (2.93) зручно, використовуючи співвідношення

$$\int d\mathbf{v} \frac{f(\mathbf{v})}{k\mathbf{v} - i\nu} = i \int_0^{\infty} d\tau e^{-\nu\tau} \int d\mathbf{v} f(\mathbf{v}) e^{-ik\mathbf{v}\tau}, \quad (2.94)$$

де $f(\mathbf{v})$ – довільна регулярна функція. Таким чином, отримуємо

$$\varphi_s(r) = \frac{2i}{\pi} e_i n_i \int_0^{\infty} dx \frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)}, \quad (2.95)$$

де

$$F(y) = -\sigma_0 \left(\frac{d}{d\beta} - u_{0i}^2 \right) \frac{1}{\sqrt{2\beta}} \int_0^{\infty} dt e^{-y\sqrt{2\beta}t} \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{t} \operatorname{erf} \left(\frac{it}{\sqrt{2}} \right) \Big|_{\beta=1/2}, \quad (2.96)$$

$$V(y) = 1 - \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{2}} y e^{\frac{y^2}{2}} \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{\sqrt{2}} \right), \quad (2.97)$$

$$\sigma_0 = \pi a_d^2, \quad u_{0i}^2 = \frac{2|e_i q|}{a_d T_i}, \quad \xi_D = k_D r, \quad \xi = \frac{r}{\lambda_i} = \frac{r v_i}{v_{Ti}}, \quad v_{Ti}^2 = \frac{T_i}{m_i}. \quad (2.98)$$

Для того, щоб отримати подальші аналітичні оцінки, необхідні певні наближення для $F(y)$ і $V(y)$, але складність полягає в тому, що у (2.95) аргументи цих функцій можуть приймати як малі, так і великі значення. Розділимо область інтегрування у (2.95)

$$\varphi_s(r) = \frac{2i}{\pi} e_i n_i \left[\int_0^{\xi} dx \frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} + \int_{\xi}^{\infty} dx \frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} \right] = I_1 + I_2, \quad (2.99)$$

таким чином, можна застосувати степеневі розклади для обох інтегралів, у першому $\xi/x \gg 1$, а в другому $\xi/x \ll 1$.

Розпочнемо з розгляду I_2 . Як видно, функція $F(y)$ має скінченне значення у точці $y=0$, але її перша похідна в цій точці не існує. Це означає, що $F(y)$ не можна розкласти у степеневий ряд за y в околі нуля. Для того, щоб описати поведінку $F(y)$ за малих значень y , її зручно представити у формі

$$F(y) = F(0) + \delta F(y), \quad (2.100)$$

де

$$F(0) = \frac{i\pi}{2} \sigma_0 (1 + u_{0i}^2), \quad (2.101)$$

$$\delta F(y) = -\frac{i\sigma_0}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{d}{d\beta} - u_{0i}^2 \right) \int_0^y dq e^{q^2\beta} \text{Ei}(-q^2\beta) \Big|_{\beta=1/2}. \quad (2.102)$$

При $y \ll 1$

$$\delta F(y) \approx -\frac{i\sigma_0}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{d}{d\beta} - u_{0i}^2 \right) y(\gamma + \ln \beta - 2 + 2 \ln y), \quad (2.103)$$

$$\frac{F(y)}{V(y)} \approx (F(0) + \delta F(y)) \left(1 + \left(\frac{\pi}{2} \right)^{\frac{1}{2}} y \right). \quad (2.104)$$

У I_1 з виразу (2.99) при $y \gg 1$

$$\frac{F(y)}{V(y)} \approx i\sigma_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} (2 + u_0^2) y. \quad (2.105)$$

У випадку $\xi \ll 1$ ($r \ll \lambda_i$) внеском I_1 можна знехтувати. Для аналітичних розрахунків зручно продовжити нижню межу інтегрування в I_2 до нуля, тобто ми фактично повертаємося до виразу (2.95). Однак наближення (2.103), (2.104) порушуються у розширеній області інтегрування, тому необхідно перевірити їхню поведінку при великих y , що відповідає малим значенням x в (2.95)

$$\frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} = O(\ln x), \quad x \rightarrow 0. \quad (2.106)$$

Це не збігається з правильним результатом, який дає вираз (2.105):

$$\frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} = O(1), \quad x \rightarrow 0. \quad (2.107)$$

Така неправильна поведінка може спричинити суттєві відхилення наших наближених аналітичних розрахунків. Підстановка виразів (2.103), (2.104) у (2.95) дає наступну оцінку при $r/\lambda_i \ll 1$:

$$\varphi_S(r) = -\frac{e_i n_i}{k_D r} \sigma_0 (1 + u_{0i}^2) \left\{ Q(k_D r) - \frac{\varepsilon_1}{k_D \lambda_i} Q^+(k_D r) + \frac{\varepsilon_1}{k_D \lambda_i} \left[(1 - e^{-k_D r}) \ln \frac{r}{\lambda_i} + e^{-k_D r} \ln k_D r \right] + \frac{1}{k_D \lambda_i} [\varepsilon_2 (1 - e^{-k_D r}) + \varepsilon_3] \right\}, \quad (2.108)$$

де

$$Q(y) = \frac{1}{2} [e^{-y} \text{Ei}(y) - e^y \text{Ei}(-y)], \quad (2.109)$$

$$Q^+(y) = \frac{1}{2} [e^{-y} \text{Ei}(y) + e^y \text{Ei}(-y)], \quad (2.110)$$

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{u_{0i}^2}{1 + u_{0i}^2} \simeq 0.8,$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \varepsilon_1 \left[\frac{1}{u_{0i}^2} - \left(\frac{\gamma}{2} - 1 - \frac{1}{2} \ln 2\right) \right] \simeq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{\varepsilon_1}{2} (\gamma - 2 - \ln 2) \simeq 1.12,$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 \gamma \simeq 0.46,$$

γ – стала Ейлера.

При виведенні (2.108), зокрема, було використане співвідношення

$$\int_0^{\infty} dx \frac{x \sin(bx) \ln(ax)}{x^2 + z^2} = \frac{\pi}{2} [e^{-bz} \ln(az) - e^{bz} \text{Ei}(-bz) - e^{-bz} \text{Ei}(bz)].$$

Знерозмірений потенціал має вигляд

$$\frac{\varphi(r)}{q k_D} = \frac{e^{-\xi_D}}{\xi_D} + \frac{(a k_D)(2 + t/z)}{4 \xi_D (1+t)} \left\{ Q(\xi_D) - \frac{\varepsilon_1}{\tilde{\lambda}_i} Q^+(\xi_D) + \frac{\varepsilon_1}{\tilde{\lambda}_i} \left[(1 - e^{-\xi_D}) \ln \frac{\xi_D}{\tilde{\lambda}_i} + e^{-\xi_D} \ln \xi_D \right] + \frac{1}{\tilde{\lambda}_i} [\varepsilon_2 (1 - e^{-\xi_D}) + \varepsilon_3] \right\}, \quad (2.111)$$

де $\tilde{\lambda}_i = k_D \lambda_i$.

Графіки залежності (2.111) представлені на рис. 2.18. Ми розглядали аргонovu плазму з $\tau = 100$ і порошиною радіусом $k_D a_d = 0.01$. Значення безрозмірного заряду $z_d = |e_i q| / a_d T_e$ залежить від довжини вільного пробігу іонів. Розглядаючи порошинку як малий сферичний зонд z_d можна вважати довільним параметром. Для того, щоб детально дослідити залеж-

ність потенціалу від відстані, не враховуючи залежність значення заряду від частоти зіткнень іонів, ми використовували просте і добре відоме рівняння для заряду (1.13) $\sqrt{\tau m_i / m_e} e^{-z_d d} = 1 + z_d \tau$, яке отримане для плазми без зіткнень у наближенні обмеженого орбітального руху (див. п. 1.2.1).

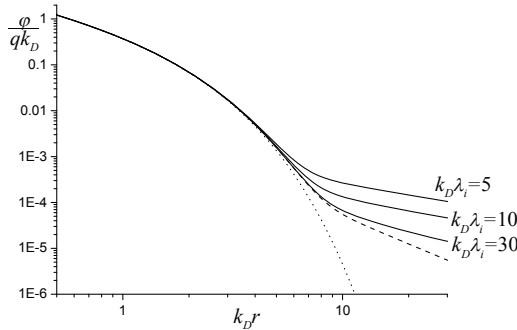


Рис. 2.18. Нормований ефективний потенціал порошинки, отриманий з (2.111). Штрихова лінія відповідає плазмі без зіткнень. Точкова лінія – потенціал Дебая

Другий доданок в (2.111) пропорційний до $a_d k_D$, тому у випадку $a_d k_D \ll 1$ другий доданок дає свій внесок лише коли перший є малим. Відхилення від потенціалу Дебая з’являється лише на відстані у декілька одиниць $k_D r$ (див. рис. 2.18). Отже, лише асимптотична поведінка $\varphi_S(r)$ при $k_D r \gg 1$ є важливою, і вираз (2.108) спрощується до

$$\varphi_S(r) = -\frac{e_i n_i}{k_D r} \sigma_0 u_{0i}^2 \left\{ \frac{1}{k_D r} + \frac{\varepsilon_1}{k_D \lambda_i} \ln \frac{r}{\lambda_i} + \frac{1}{k_D \lambda_i} (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right\}. \quad (2.112)$$

Порівняння графіків показало, що немає суттєвої різниці між виразами (2.108) та (2.112) при $a_d k_D = 0.01$ і довільних значеннях $\tilde{\lambda}_i$.

Діапазон розумних значень довжин вільного пробігу $\lambda_i k_D$ від нескінченності (плазма без зіткнень) до кількох одиниць (це обмеження спричинене використанням перерізу з моделі обмеженого орбітального руху). Вираз (2.108) є справедливим для $\lambda_i \gg r$, тому в області $r \approx 10 \lambda_D$, де відмінність від потенціалу Дебая є суттєвою, прийнятними значеннями довжини вільного пробігу є декілька десятків λ_D , але для таких значень λ_i відмінність від плазми без зіткнень є малою (див. рис. 2.18). При $k_D \lambda_i \gg 1$ вираз (2.108) дає

$$\varphi_s(r) = -\frac{e_i n_i}{k_D r} \sigma_0 (1 + u_{0i}^2) Q(k_D r), \quad (2.113)$$

який з точністю до позначень збігається з формулою (2.63), яка отримана для плазми без зіткнень. На відміну від формули (2.6) в [57], яка при $k_D \lambda_i \gg 1$ відрізняється на множник $(1 + z_d \tau) / (1 + 2z_d \tau) \approx 1/2$ при $\tau \gg 1$.

Розглянемо інший граничний випадок $\xi \gg 1$, на цей раз ми нехтуємо I_2 в (2.99) і продовжуємо верхню межу інтегрування в I_1 до нескінченності. У розширеній області інтегрування при $y \ll 1$ вираз (2.105) поводить себе як

$$\frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} = O\left(\frac{\sin x}{x^3}\right), \quad x \rightarrow \infty, \quad (2.114)$$

і правильна поведінка підінтегрального виразу в (2.95), яка впливає з формули (2.104), є

$$\frac{\sin x}{x^2 + \xi_D^2} \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} = O\left(\frac{\sin x}{x^2}\right), \quad x \rightarrow \infty. \quad (2.115)$$

В цьому разі відмінність не настільки критична у порівнянні з (2.106) і (2.107). Загальний вираз має вигляд

$$\varphi(r) = -\frac{e_i n_i}{r k_D \lambda_i} \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi}{2}} (2 + u_{0i}^2) (1 - e^{-k_D r}). \quad (2.116)$$

Ми виконали безпосередні обчислення виразу (2.95), для того, щоб перевірити наші аналітичні розрахунки, див. рис. 2.19.

Як видно, наш вираз (2.112) відрізняється від отриманого в [57] без урахування залежності від швидкості перерізу заряджання, а саме числові множники в кулонівських частинах є різними (їхнє відношення $2(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) / 0.6\pi^{3/2} \sim 0.94$), а також у виразі (2.112) присутній новий доданок, який пропорційний $\ln(r/\lambda_i)/r$. Отже, формула (2.6) з [57] не повністю описує якісну поведінку потенціалу при $r < \lambda_i$. Числові розрахунки, проведені у роботі [59], показали, що у режимі слабких зіткнень отриманий нами вираз для потенціалу дає більш точні значення у порівнянні з виразом з [57].

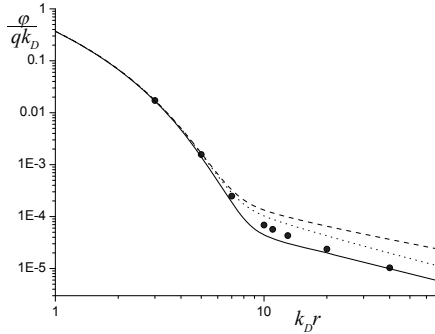


Рис. 2.19. Нормований ефективний потенціал порошинки для $k_D \lambda_i = 10$.
 Наші аналітичні результати: (2.116) (суцільна лінія), (2.108), (2.111) (штрихова лінія),
 точкова лінія – вираз для потенціалу отриманий в [57],
 точки – обчислення за формулою (2.95)

Неекраниваний розподіл густини заряду описується виразом

$$\begin{aligned} \rho_i^{(0)}(r) &= \frac{ie_i n_i}{2\pi^2 r^2} \int_0^\infty dx \sin x \frac{F(\xi/x)}{V(\xi/x)} \simeq \\ &\simeq -\frac{e_i n_i}{4\pi r^2} \sigma_0 (1 + u_{0i}^2) \left\{ 1 + \frac{r}{\lambda_i} (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \frac{r}{\lambda_i} \varepsilon_1 \ln \frac{r}{\lambda_i} \right\}. \end{aligned} \quad (2.117)$$

Повна (екранивана) густина заряду при $r < \lambda_i$ може бути записана як

$$\begin{aligned} \rho_i^{tot}(r) &= -\frac{e_i n_i}{4\pi r^2} \sigma_0 (1 + u_{0i}^2) \left\{ 1 - k_D r Q(k_D r) \left(1 + \frac{\varepsilon_1}{k_D \lambda_i} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{r}{\lambda_i} e^{-k_D r} (\varepsilon_2 + \varepsilon_1 \ln(k_D \lambda_i)) \right\}. \end{aligned} \quad (2.118)$$

Важливо відзначити ще раз, що умови для застосування отриманих наближених виразів (2.108) і (2.116) для слабкозіткненої і сильнозіткненої плазми відповідно визначаються відношенням відстані від заряду до середньої довжини пробігу іонів r/λ_i . Саме це відношення визначає тип наближення для $\varphi_s(r)$ (частина потенціалу, яка пов'язана із поглинанням іонів порошинкою). Це твердження можна довести строго, але воно також впливає з наближень для підінтегральних виразів ($v_i/kv_{Ti} \ll 1$, що означає

$r \sim 1/k \ll v_{Ti} / v_i = \lambda_i$, для слабкозіткненого режиму і $v_i / kv_{Ti} \gg 1$ ($r \gg \lambda_i$) для сильнозіткненого режиму).

2.3.3. Висновки

Кінетичний опис ефективного потенціалу порошинки на основі запропонованої нами моделі точкових стоків з інтегралом зіткнень БГК дозволяє відтворити результати, отримані у дрейфово-дифузійному наближенні та у наближенні плазми без зіткнень. При відповідному виборі заряду порошинки та інтенсивності стоку отримані вирази для ефективного потенціалу з хорошою точністю узгоджуються з числовими розв'язками нелінійної крайової задачі. Показано, що модель точкових стоків може бути використана для опису ефективного потенціалу в присутності зовнішнього магнітного поля.

Зіткнення можуть суттєво впливати на потенціал порошинки. Зокрема вони можуть призводити до появи кулонівської поведінки потенціалу на великих відстанях, але кулонівська асимптота може бути визначальною лише при $r > \lambda_i$. У протилежному випадку $r < \lambda_i$ доданок кулонівського типу в потенціалі теж з'являється, але частина потенціалу, яка виникає у беззіткненній плазмі, його переважає.

2.4. Порошинка у сильнозіткненній плазмі у зовнішньому магнітному полі

Важливою задачею запорошеної плазми є вивчення впливу зовнішнього магнітного поля на властивості лабораторної запорошеної плазми, а також плазми в установках для керованого термоядерного синтезу з магнітним утриманням.

2.4.1. Постановка задачі

Розглянемо провідну сферичну порошинку, яка знаходиться у слабокоіонізованій плазмі з частими зіткненнями за присутності зовнішнього однорідного магнітного поля ($\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$). Динаміку плазми будемо описувати у дрейфово-дифузійному наближенні, яке широко використовується у фізиці плазми в тому числі і для плазми у магнітному полі [60]. Стационарне рівняння неперервності (2.19) має вигляд

$$\operatorname{div} \Gamma_\alpha(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.119)$$

де густина потоку електронів та іонів

$$\mathbf{\Gamma}_\alpha(\mathbf{r}) = -\hat{\mu}_\alpha n_\alpha(\mathbf{r}) \nabla \varphi(\mathbf{r}) - \hat{D}_\alpha \nabla n_\alpha(\mathbf{r}), \quad (2.120)$$

$\hat{\mu}_\alpha$ – тензор рухливості плазових частинок, \hat{D}_α – тензор дифузії.

Електростатичний потенціал $\varphi(\mathbf{r})$ задовольняє рівнянню Пуассона:

$$\Delta \varphi(\mathbf{r}) = -4\pi \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha(\mathbf{r}). \quad (2.121)$$

Якщо розподіл плазових частинок за швидкостями є максвеллівським, тоді виконується співвідношення Айнштайна $\hat{\mu}_\alpha = \hat{D}_\alpha e_\alpha / T_\alpha$.

Тензор дифузії має вигляд [60]

$$\hat{D}_\alpha = D_{\alpha\parallel} \times \begin{pmatrix} (1+\gamma_\alpha^2)^{-1} & \gamma_\alpha (1+\gamma_\alpha^2)^{-1} & 0 \\ -\gamma_\alpha (1+\gamma_\alpha^2)^{-1} & (1+\gamma_\alpha^2)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.122)$$

де $\gamma_\alpha = \Omega_\alpha / \nu_\alpha$ – параметр замагніченості, $\Omega_\alpha = e_\alpha B / m_\alpha c$ – циклотронна частота, ν_α – частота зіткнень заряджених частинок із нейтральними,

$$D_{\alpha\parallel} \equiv D_\alpha = \nu_{T\alpha}^2 / \nu_\alpha, \quad (2.123)$$

де $\nu_{T\alpha} = \sqrt{T_\alpha / m_\alpha}$.

Оскільки задача має циліндричну симетрію, то невідомі величини є функціями двох змінних: $n_\alpha(\mathbf{r}) = n_\alpha(r_\perp, z)$ та $\varphi(\mathbf{r}) = \varphi(r_\perp, z)$.

Рівняння (2.119)–(2.121) необхідно доповнити крайовими умовами. Щоб описати поглинання електронів та іонів, використовується умова типу (2.21) $n_\alpha(\mathbf{r})|_{r_\perp^2+z^2=a_d^2} = 0$, де a_d – радіус порошинки. У магнітному полі потоки

плазових частинок до порошинки не будуть сферично-симетричними, але оскільки ми розглядаємо провідну порошинку, то заряди можуть вільно переміщатися по її поверхні. Тому ми вважаємо, що напруженість електричного поля на поверхні порошинки всюди однакова і, таким чином, потенціал на поверхні задовольняє теоремі Гаусса (2.5) $\mathbf{n} \nabla \varphi(\mathbf{r})|_{r_\perp^2+z^2=a_d^2} = -q / a_d^2$, де q – стаціонарний заряд, який задовольняє умові (1.12)

$$e_i \int_S \Gamma_i d\mathbf{S} + e_e \int_S \Gamma_e d\mathbf{S} = 0, \quad (2.124)$$

S – будь-яка сферична поверхня, концентрична з порошинкою. Умови

$$n_\alpha(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} = n_0, \quad \varphi(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (2.125)$$

задовольняються на великій відстані від порошинки, де n_0 – незбурена концентрація плазмових частинок.

Сформульована задача була розв'язана нами чисельно [61] у програмі FlexPDE, в якій реалізований метод скінченних елементів. Область обчислень зображена на рис. 2.20. В обчисленнях крайові умови (2.125) апроксимуються такими ж, але при $r = b$. Нормальні складові векторів $\nabla\varphi(\mathbf{r})$ і $\nabla n_\alpha(\mathbf{r})$ до границь $z = 0$, $a_d < r_\perp < b$ та $r_\perp = 0$, $a_d < z < b$ дорівнюють нулю, що відповідає неперервності концентрації і потенціалу на цих границях.

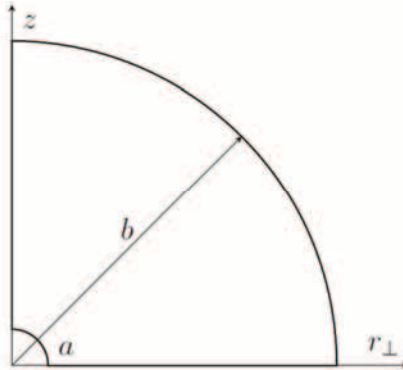


Рис. 2.20. Область обчислень

До того як наводити результати обчислень, необхідно обговорити можливість спостерігати ефекти, які пов'язані із взаємодією струмів зарядження з магнітним полем, в рамках дрейфово-дифузійного наближення. Згідно з (2.122), вплив магнітного поля на дифузію є помітним, коли $\gamma_\alpha \sim 1$. Щоб вплив був суттєвим, необхідно $\gamma_e \sim 10$. Для досить великого значення індукції магнітного поля $B \sim 10^4$ Гс електронна циклотронна частота складає $\Omega_e = 1.8 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Значення відношення циклотронної частоти до частоти зіткнень, яке використовувалося у нашому дослідженні, дорівнює

$\gamma_e = 20$, отже, верхня межа значення електронної частоти зіткнень є $\nu_e \sim 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

Дрейфово-дифузійний (континуальний) опис динаміки плазми можна застосовувати, коли довжина вільного пробігу частинок λ_α набагато менша за радіус порошинки a_d і довжину Дебая λ_D :

$$\lambda_\alpha \ll a_d, \quad \lambda_\alpha \ll \lambda_D. \quad (2.126)$$

Довжина вільного пробігу електронів $\lambda_e = \nu_{Te} / \nu_e$ або $\lambda_e [\text{cm}] = 4.2 \cdot 10^7 \sqrt{T_e [\text{eV}] / \nu_e [\text{с}^{-1}]}$. З одного боку, значення частоти зіткнень повинно бути меншим за циклотронну частоту, а з іншого – досить великим, щоб довжина вільного пробігу електронів задовольняла умові (2.126). Для електронів з температурою $T_e = 1 \text{ eV}$ і $\nu_e = 10^{10} \text{ с}^{-1}$, λ_e складає $4.2 \cdot 10^{-3} \text{ см}$, отже, в такому разі наші обчислення підходять для порошинок розміром $a_d \geq 10^{-2} \text{ см}$ або для зондів з плаваючим потенціалом. У випадку термічної плазми, яка теж може містити порошинки, типові значення електронної температури є $T_e \sim 0.1 \text{ eV}$ і довжина вільного пробігу електронів стає навіть меншою $\lambda_e \sim 10^{-3} \text{ см}$. Пробіг іонів є набагато меншим за λ_e , тому λ_i також задовольняє умові (2.126).

Частота зіткнень електронів пов'язана із перерізом передачі імпульсу і концентрацією нейтральних частинок $\nu_e = \nu_{Te} \sigma_{en} n_n = 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Для різних газів і електронних температур значення перерізу варіюється у широкому діапазоні, але відповідне значення концентрації нейтралів повинно залишатися незмінним значення добутку $\sigma_{en} n_n$. Для $T_e = 1 \text{ eV}$ середнє значення перерізу дорівнює $\sigma_{en} = 10^{-15} \text{ см}^2$, тоді концентрація нейтралів дорівнює $n_n = 2.4 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ($p = 10^4 \text{ Па}$). В атомарних газах (аргон, криптон та інші) через ефект Рамзауера – Таунсенда σ_{en} має виражений мінімум $\sigma_{en} = 10^{-17} \text{ см}^2$ в діапазоні електронної температури $T_e < 1 \text{ eV}$ [11]. Для таких умов значення n_n відповідає атмосферному тиску.

Давайте тепер порівняємо λ_e з довжиною Дебая $\lambda_D \approx \lambda_{Di}$. Для іонів кімнатної температури $T_i \approx 300 \text{ К}$ $\lambda_D [\text{cm}] \approx 120 / \sqrt{n_i [\text{см}^{-3}]}$. Для низької концентрації іонів $n_i = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $\lambda_D \approx 10^{-2} \text{ см}$, таким чином, довжина Дебая задовольняє (2.126).

Хоча сформульовані вище умови важко задовольнити для порошинок із розмірами, які притаманні експериментам із запоорошеною плазмою, в будь-якому разі варто дослідити граничний випадок замагнічених елект-

ронів, який може бути реалізований у більш сильних магнітних полях. Як буде показано далі, у такому випадку можна спостерігати нові ефекти, такі як формування немонотонного розподілу потенціалу чи його специфічної симетрії.

В обчисленнях необхідно задати значення відношення коефіцієнтів дифузії $D_{e||} / D_{i||}$. Використовуючи рівняння (2.123), отримуємо $D_{e||} / D_{i||} = (\lambda_e / \lambda_i) \sqrt{m_i / m_e} \sqrt{T_e / T_i} = d \sqrt{\tau}$ (2.26). Параметр d – це відношення коефіцієнтів дифузії електронів до іонів у ізотермічній плазмі, і його значення в обчисленнях приймалося рівним $d = 1000$ (так само як і у п. 2.2), що дає змогу зробити порівняння із результатами обчислень з [35]. Обчислення проводились для двох значень $\tau = T_e / T_i = 1, 40$.

Заряд порошинки входить у одну з крайових умов. Його значення варіювалося, доки умова (2.124) не задовольнялася із заданою точністю. Результати для заряду були отримані для $b = 300\lambda_D$. Подальше збільшення b впливало на значення заряду несуттєво.

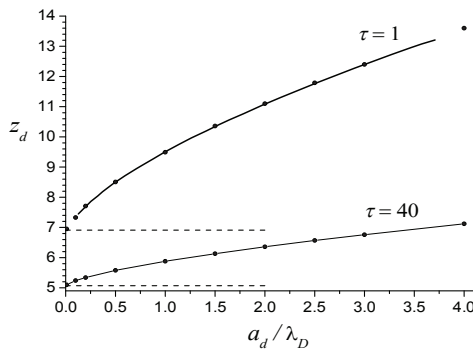


Рис. 2.21. Залежність безрозмірного заряду порошинки $z_d = e_q / a_d T_e$ від її радіуса за відсутності зовнішнього магнітного поля. Точки, які з'єднані суцільною лінією, – результати обчислень, товста суцільна лінія взята з [35], штрихова лінія відповідає формулі (2.33)

Для того щоб перевірити програму для обчислень, ми розпочали з плазми без зовнішнього магнітного поля. Надійні результати для цього випадку можна взяти з роботи [35], в якій чисельним методом знаходилась стаціонарна границя залежної від часу задачі, тобто розглядалось рівняння типу (1.18). Оскільки обчислення заряду порошинки пов'язане з крайовою умовою (2.124), яка потребує розподілу електростатичного потенціалу, то достатньо порівняти лише результати для значення заряду порошинки. Далі наведена залежність заряду порошинки від її радіуса (рис. 2.21). Як

видно, отримані значення добре узгоджуються з відповідними значеннями з [35], а також, у границі $a_d \ll \lambda_D$, із аналітичною оцінкою за формулою (2.33).

2.4.2. Порошинка у плазмі із замагніченими електронами і незамагніченими іонами

Перейдемо до обчислень ефективного потенціалу порошинки у плазмі із зовнішнім магнітним полем. Значення індукції магнітного поля B визначається параметром замагніченості електронів, який є відношенням циклотронної частоти до частоти зіткнень $\gamma_e = \Omega_e / \nu_e$. Аналогічне відношення для іонів $\gamma_i = -\gamma_e \sqrt{\tau} / d$.

Задача про ефективний потенціал порошинки у магнітоактивній слабкоіонізованій плазмі з частими зіткненнями розглядалася нами в кінетичному підході в рамках моделі точкових стоків (див. п. 2.3). Зокрема був отриманий фур'є-образ потенціалу у замагніченій плазмі (2.90), який дає наступну асимптотичну поведінку (2.91):

$$\varphi(\mathbf{r}) = -\frac{1}{r} \sum_{\alpha} \frac{I_{\alpha}}{k_D^2 D_{\alpha\perp} \sqrt{1 + (D_{\alpha\parallel} / D_{\alpha\perp} - 1) \sin^2 \theta}}, \quad (2.127)$$

де $I_i = I$, $I_e = -I$, $D_{\alpha\perp} = D_{\alpha\parallel} / (1 + \gamma_{\alpha}^2)$.

Отже, формула (2.127) передбачає існування у потенціалу кулонівської асимптоти з ефективним зарядом, який залежить від кута θ між радіусом-вектором і напрямком зовнішнього магнітного поля. У напрямку поля ($\theta = 0$) формула (2.127) дає

$$\varphi(z) = -\frac{I}{k_D^2} \left(\frac{1}{D_{i\perp}} - \frac{1}{D_{e\perp}} \right) \frac{1}{z} = \tilde{q}_z \frac{1}{z}. \quad (2.128)$$

За відсутності магнітного поля $D_{\alpha\perp} = D_{\alpha\parallel} = D_{\alpha}$, ефективний заряд не залежить від кута θ і є від'ємним, оскільки $D_e \gg D_i$. А от у магнітоактивній плазмі \tilde{q}_z , а разом з ним і потенціал, може змінювати знак. Така зміна відбувається, коли коефіцієнти дифузії електронів та іонів поперек магнітного поля стають рівними. Оскільки поблизу від'ємно зарядженої порошинки потенціал є від'ємним, а на нескінченності, згідно з крайовою умовою (2.125), дорівнює нулю, то зміна знаку потенціалу означає появу екстремуму.

У термінах безрозмірних змінних формула (2.128) має вигляд

$$\varphi(z) = -\frac{IF}{k_D^2 D_{e\parallel}} \frac{1}{z}, \quad F = d\sqrt{\tau} \left(1 + \frac{\gamma_e^2 \tau}{d^2} \right) - 1 - \gamma_e^2. \quad (2.129)$$

Аналіз виразу (2.129) показує, що в залежності від параметрів d і τ функція $F(\gamma_e)$ може як зростати, так і спадати в області $\gamma_e \geq 0$, також $F(\gamma_e)$ може мати від'ємні значення (потенціал може змінювати знак). Розв'язок рівняння $F(\gamma_e) = 0$ для $d = 1000$, $\tau = 1$ – це $\gamma_e \approx 30$, а для $d = 1000$, $\tau = 40$ – $\gamma_e \approx 80$, тобто в другому випадку необхідне сильніше замагнічення електронів для того, щоб потенціал змінив знак. А от, наприклад, для $d = 200$, $\tau = 40$ рівняння $F(\gamma_e) = 0$ не має дійсних коренів, тобто потенціал не може змінити знак. Для більш повного аналізу асимптотичної поведінки потенціалу (2.129) необхідно також враховувати залежність стаціонарного струму заряджання від γ_e .

Формула (2.127) з $\theta = \pi/2$ дає

$$\varphi(r_{\perp}) = -\frac{IG}{k_D^2 D_{e\parallel}} \frac{1}{r_{\perp}}, \quad G = d\sqrt{\tau} \sqrt{1 + \frac{\gamma_e^2 \tau}{d^2}} - \sqrt{1 + \gamma_e^2}. \quad (2.130)$$

Цей вираз не передбачає, що потенціал поперек магнітного поля може змінювати знак зі збільшенням γ_e .

Зворотне перетворення Фур'є виразу (2.90) дає

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \varphi_{\mathbf{k}} = \frac{q}{r} e^{-k_D r} - \sum_{\alpha} \varphi_{2\alpha}. \quad (2.131)$$

Отже, $\varphi(\mathbf{r})$ є сумою потенціалу Дебая і виразу

$$\varphi_{2\alpha} = \frac{I_{\alpha}}{2\pi^2} \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \frac{1}{(k^2 + k_D^2)(k_{\perp}^2 D_{\alpha\perp} + k_z^2 D_{\alpha\parallel})}, \quad (2.132)$$

який з'являється завдяки поглинанию плазмових частинок порошиною.

Перейдемо в інтегралі (2.132) до циліндричної системи координат, тоді

$$\varphi_{2\alpha} = I_{\alpha} \int_0^{\infty} dk_{\perp} \frac{k_{\perp} J_0(k_{\perp} r_{\perp})}{k_{\perp}^2 (D_{\alpha\parallel} - D_{\alpha\perp}) + k_D^2 D_{\alpha\parallel}} \left(\frac{e^{-k_{\perp} |z| \sqrt{D_{\alpha\perp}/D_{\alpha\parallel}}}}{k_{\perp} \sqrt{D_{\alpha\perp}/D_{\alpha\parallel}}} - \frac{e^{-|z| \sqrt{k_{\perp}^2 + k_D^2}}}{\sqrt{k_{\perp}^2 + k_D^2}} \right), \quad (2.133)$$

або

$$\varphi_{2\alpha} = \frac{I_\alpha}{\pi^2} \int_0^\infty dk_z \frac{\cos(k_z z) K_0(r_\perp |k_z| \sqrt{D_{\alpha\parallel} / D_{\alpha\perp}}) - K_0(r_\perp \sqrt{k_z^2 + k_D^2})}{k_z^2 (D_{\alpha\perp} - D_{\alpha\parallel}) + k_D^2 D_{\alpha\perp}}, \quad (2.134)$$

де $J_0(x)$, $K_0(x)$ – функції Бесселя та Макдональда, відповідно.

Фізичне пояснення отриманої асимптотичної поведінки ефективного потенціалу зрозуміле. Навіть якщо знехтувати самоузгодженою взаємодією плазмових частинок, присутність порошинки спричиняє появу потоків частинок. Існування електронних та іонних струмів означає існування електричного поля, якому у відповідності із законом Ома повинні бути пропорційні струми. Таким чином, принаймні на великій відстані від порошинки потенціал створюється лінійною комбінацією концентрацій частинок і описується виразом (2.127). Саме в такому разі потоки плазмових частинок узгоджуються із законом Ома. Наведені аналітичні результати отримані в моделі точкових стоків, тому стаціонарний заряд порошинки q і стаціонарний струм I є параметрами, які ми беремо із обчислень.

Типовий розподіл знерозміреного потенціалу $e_e \varphi / T_e$ в ізотермічній ($\tau = 1$) плазмі для двох значень магнітного поля показаний на рис. 2.22. Радіус порошинки дорівнює $a_d = 0.5\lambda_D$, $d = 1000$ і $\gamma_e = 20, 50$, останнє значення взяте, щоб побачити зміну знаку потенціалу, яка передбачається формулою (2.127). Точкові лінії побудовані за (2.127) зі значеннями струму, які взяті з обчислень. Для досягнення доброго узгодження обчислень з асимптотичною формулою необхідно збільшити область обчислення, а саме взяти $b = 10000\lambda_D$ для $\gamma_e = 0,20$ і $b = 5000\lambda_D$ для $\gamma_e = 50$.

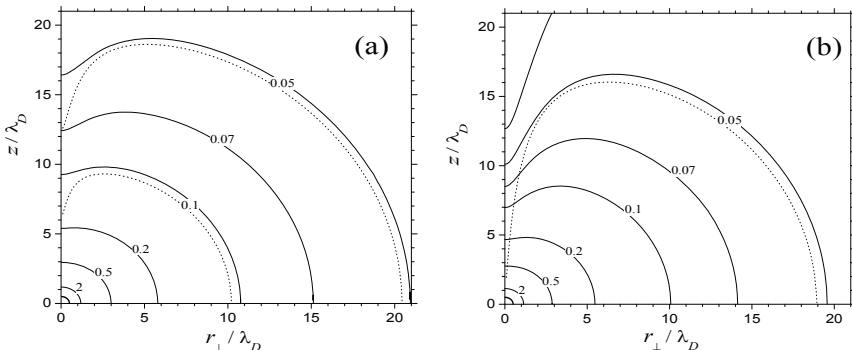


Рис. 2.22. Ізолінії безрозмірного потенціалу $e_e \varphi / T_e$ для $a_d = 0.5\lambda_D$, $\tau = 1$ і $\gamma_e = 20$ (а), $\gamma_e = 50$ (б). Суцільні лінії – результати обчислень, точкові лінії – формула (2.127). Товста суцільна лінія – це поверхня порошинки

У випадку, що розглядається, потенціал проявляє специфічну поведінку: на відстанях, які перевищують довжину Дебая, потенціал спадає більш повільно у поперечному напрямку до поля, ніж у поздовжньому. Цей ефект стає більш вираженим при збільшенні магнітного поля. Потенціал є симетричним лише поблизу порошинки. Слід відзначити, що асимптотична формула (2.127) кількісно задовільно узгоджується з результатами обчислень за винятком області поблизу осі z , де вона може бути використана лише для грубих оцінок.

Потенціал також був розрахований для неізотермічної ($\tau = 40$) плазми для тих же значень $\gamma_e = 20, 50$. Розподіл потенціалу подібний до розподілу в ізотермічній плазмі, але асиметрія ізоліній менш виражена, що і передбачалось формулою (2.127).

Координатні залежності потенціалу паралельно і перпендикулярно до магнітного поля, тобто вздовж осей z і r_{\perp} представлені на рис. 2.23, 2.24. З рисунків видно, що у сильному магнітному полі ($\gamma_e = 50$) безрозмірний потенціал поблизу осі z стає від'ємним і має слабковиражений мінімум в області $z \sim 60\lambda_D$. Асимптотична формула краще описує розподіл потенціалу у слабкому магнітному полі, а також перпендикулярно до магнітного поля, ніж уздовж. Це твердження також ілюструється ізолініями на рис. 2.22. Для заданих параметрів вплив магнітного поля ($\gamma_e = 20$) на розподіл потенціалу є суттєво меншим у неізотермічній плазмі ($\tau = 40$), ніж у ізотермічній (див. рис. 2.23).

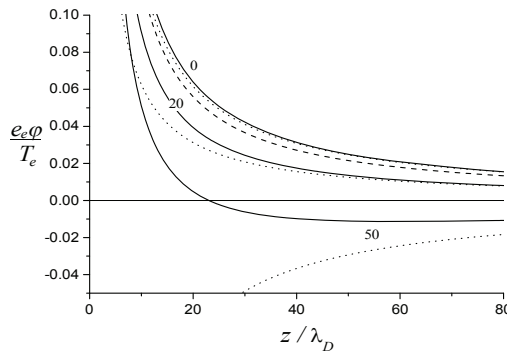


Рис. 2.23. Розподіл безрозмірного потенціалу $e_e \varphi / T_e$ вздовж магнітного поля

для $a_d = 0.5\lambda_D$, $\gamma_e = 0, 20, 50$, у ізотермічній плазмі ($\tau = 1$):

суцільні лінії — результати обчислень, точкові лінії — формула (2.127).

Штрихова лінія відповідає неізотермічній плазмі ($\tau = 40$, $\gamma_e = 20$)

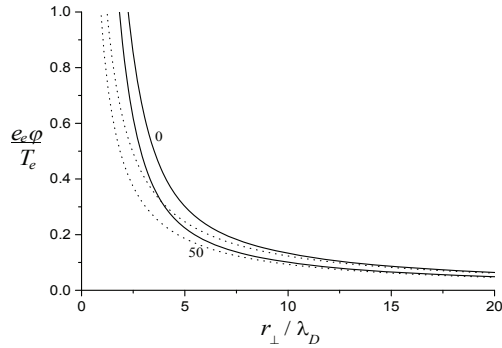


Рис. 2.24. Розподіл безрозмірного потенціалу $e_e \phi / T_e$ перпендикулярно до магнітного поля для $a_d = 0.5\lambda_D$, $\gamma_e = 0, 50$, $\tau = 1$. Суцільні лінії – результати обчислень, точкові лінії – формула (2.127)

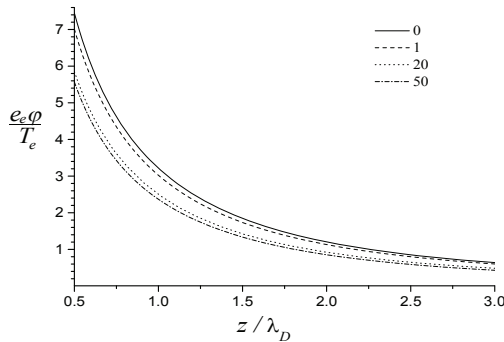


Рис. 2.25. Обчислений розподіл безрозмірного потенціалу $e_e \phi / T_e$ вздовж магнітного поля для $a_d = 0.5\lambda_D$, $\gamma_e = 0, 1, 20, 50$, $\tau = 1$

Модифікація розподілу потенціалу поблизу порошокинки через присутність магнітного поля в ізотермічній плазмі показана на рис. 2.25. Ізолінії потенціалу поблизу порошокинки мають майже колову форму, тому на рисунку представлений розподіл лише вздовж осі z . Видно, що зі збільшенням відношення електронної циклотронної частоти до частоти зіткнень поверхневий потенціал зростає. Варто зазначити, що розподіл потенціалу біля порошокинки є чутливим до слабкого магнітного поля. Навіть невелике значення $\gamma_e = 1$ призводить до помітного відхилення поверхневого потенціалу. Це відповідає рис. 2.26, на якому наведена залежність заряду порошокинки z_d від γ_e . Збільшення магнітного поля призводить до різкого зменшення заряду порошокинки в області $\gamma_e \sim 1$, де електрони стають замагніченими, і більш повільного зменшення в області $\gamma_e \sim 10$. Така

поведінка спричинена зменшенням стаціонарного потоку плазмових частинок зі зростанням γ_e (див. рис. 2.27). Отже, магнітне поле пригнічує потік електронів до порошинки, і її від'ємний заряд зменшується.

З рис. 2.26, 2.27 видно, що залежності безрозмірного заряду і струму від радіуса порошинки є майже лінійними, так само як і у випадку відсутності магнітного поля (рис. 2.21, 2.14).

Формула (2.131) була застосована для знаходження потенціалу порошинки вздовж магнітного поля з $\gamma_e = 50$. Нагадаємо, що в цьому випадку асимптотична формула (2.127) працює погано (див. рис. 2.23). Рис. 2.28 показує, що (2.131) дає правильну асимптотичну поведінку, а на інших відстанях описує розподіл потенціалу досить добре. Отже, (2.131) є більш точною у порівнянні із простою формулою (2.127). Також з'ясовано, що з точки зору числового інтегрування представлення (2.133) для $\varphi_{2\alpha}$ є зручнішим, ніж (2.134).

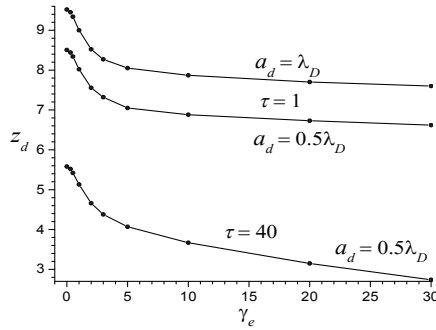


Рис. 2.26. Безрозмірний заряд порошинки $z_d = e_e q / a_d T_e$ від γ_e для $a_d = \lambda_D, 0.5\lambda_D$, $\tau = 1, 40$

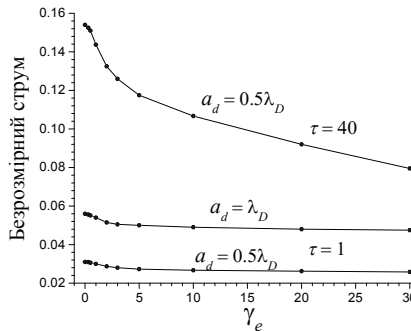


Рис. 2.27. Залежність безрозмірного струму $I_{k_D} / en_0 D_e$ від γ_e для $a_d = \lambda_D, 0.5\lambda_D$, $\tau = 1, 40$

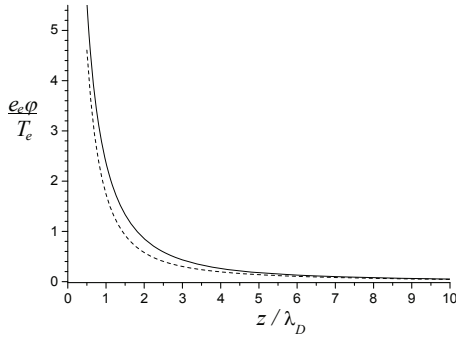


Рис. 2.28. Розподіл безрозмірного потенціалу $e_e \varphi / T_e$ вздовж магнітного поля для $a_d = 0.5\lambda_D$, $\gamma_e = 50$, суцільні лінії – результати обчислень, штрихові лінії – формула (2.131)

Також був розрахований розподіл індукованого заряду біля порошинки, його ізолінії показані на рис. 2.29. Видно, що вздовж магнітного поля (осі z) густина заряду спадає значно повільніше, ніж у інших напрямках.

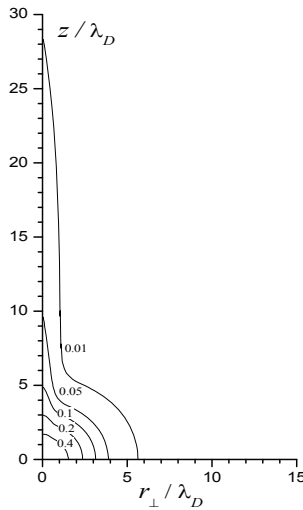


Рис. 2.29. Ізолінії безрозмірної густини заряду $(n_i - n_e) / n_0$, $\gamma_e = 20$, $a_d = 0.5\lambda_D$

2.4.3. Висновки

Отримані результати показують, що навіть слабке магнітне поле (електрони та іони незамагнічені) може помітно впливати на струм заряджання і заряд порошинки. Зокрема поява зовнішнього магнітного поля призводить до різкого зменшення цих величин. Це може бути пояснене зменшенням потоку плазмових частинок до порошинки у перпендикулярному до магнітного поля напрямку. В той же час слабке магнітне поле не змінює помітно просторову симетрію розподілу потенціалу.

Збільшення магнітного поля до значень, при яких електрони стають замагніченими, призводить до порушення сферичної симетрії ефективного потенціалу. Цей ефект залежить від відношення коефіцієнтів дифузії електронів до іонів. Для розглянутих параметрів потенціал спадає швидше у напрямку вздовж поля, ніж у перпендикулярному напрямку. Більше того, подальше збільшення зовнішнього магнітного поля може призвести до зміни знаку потенціалу на певній відстані від порошинки у напрямку вздовж магнітного поля і створити немонотонну просторову залежність потенціалу. Це означає, що для порошинок, які знаходяться на одній силовій лінії поля, можливе слабке притягання. Цей ефект може бути пояснений специфічним самоузгодженим розподілом заряду навколо порошинки у присутності сильного магнітного поля.

Розділ 3

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАПОРОШЕНОЇ ГАЗОРОЗРЯДНОЇ ПЛАЗМИ У ГІДРОДИНАМІЧНОМУ НАБЛИЖЕННІ

У цьому розділі, використовуючи гідродинамічний підхід, показано, як порошинки, якщо вони присутні у плазмі у великій кількості, можуть вплинути на параметри газорозрядної плазми, зокрема на концентрації електронів та іонів та температуру електронів.

Як правило, в експериментах із заповненою плазмою при збільшенні концентрації заряду порошинок ($n_d|Z_d|$) концентрація електронів зменшується, а температура електронів стає більшою [9, 18]. Порошинки також можуть вплинути на процес поглинання енергії в газових розрядах. Зокрема у роботі [62] в результаті числового аналізу було з'ясовано, що більша частина енергії, яка вводиться до розряду в ємнісних заповнених розрядах, поглинається в квазінейтральній частині розряду, а не в шарах просторового заряду біля електродів, як це має місце в звичайних (незаповнених) ємнісних розрядах за тих самих зовнішніх умов. Але з результатів числових розрахунків, які представлено у роботі [62], доволі важко зрозуміти, чому порошинки впливають на процес поглинання енергії в ємнісних високочастотних розрядах. Тому у першому підрозділі цього розділу, використовуючи аналітичні вирази, показано, як порошинки впливають на поглинання енергії в ємнісних високочастотних розрядах [29], і зроблено спробу пояснити цей вплив. Також у підрозділі 3.1 пояснено, як ширина шару просторового заряду біля електродів та енергія, з якою іони бомбардують електроди, залежать від концентрації пилового заряду. Для дослідження процесів, що відбуваються в ємнісному заповненому розряді, представлено модель, в якій властивості шарів просторового заряду біля електродів вивчаються на базі аналітичних формул, які представлено у роботах [63 - 65]. У цьому підрозділі представлено модель заповненої плазми для опису експериментів з вивчення властивостей ємнісних заповнених розрядів, які проводилися протягом багатьох років у Рурському університеті (м. Бохум, ФРН) [30 - 33]. В цих експериментах формування порошинок відбувалося у суміші аргону з ацетиленом. Щоб отримати заповнену аргоніву плазму, після формування порошинок напуск ацетилену у розрядну камеру зупинявся.

Механізм формування вуглеводневих порошинок у плазмовому об'ємі хімічно-активної плазми детально описано у роботі [66]. Вважається, що для формування порошинок у плазмовому об'ємі розряду у су-

міші, яка містить вуглеводневий газ (наприклад, ацетилен або метан) або моносилан, на початковій стадії формування необхідно мати достатньо високу концентрацію негативних іонів [18, 66]. Концентрація негативних іонів, як правило, є більшою в ємнісних розрядах, що характеризуються доволі низькою концентрацією електронів (10^8 - 10^{10} см⁻³), ніж у розрядах з високою концентрацією електронів ($>10^{10}$ см⁻³), як індукційні або мікрохвильові розряди [67]. Тому, на нашу думку, саме ємнісні розряди доволі часто використовуються для формування порошинок.

У підрозділі 3.2 наведено результати наших досліджень властивостей електронегативної заповишеної плазми [68, 69], що містить порошинки субмікронного радіуса, а у підрозділі 3.3 представлено модель та вивчено властивості електронегативної плазми, що містить порошинки радіусом 5-10 нм [70, 71]. Розглядається заповишена плазма в моносилані, оскільки експерименти науковців Орлеанського університету (Франція) показали, що порошинки можуть формуватися в газових розрядах, де одним з робочих газів є моносилан [18, 72]. Зазначимо, що властивості електронегативної заповишеної плазми на сьогоднішній день є менш вивченими, ніж властивості електропозитивної заповишеної плазми, в якій відсутні негативні іони.

3.1. Вплив порошинок на просторові параметри ємнісного розряду

У цьому підрозділі представлено одновимірну теоретичну модель плазми високочастотного ємнісного розряду, що містить порошинки [29]. Використовуючи цю модель, досліджено, як порошинки впливають на поглинання енергії у розряді (враховуючи омічне нагрівання у розряді та стохастичне нагрівання у шарах просторового заряду біля електродів), просторовий розподіл інтенсивності випромінювання атомів аргону на довжині хвилі 660.45 нм, розмір шарів просторового заряду, високочастотне електричне поле, а також на енергію іонів, з якою вони бомбардують електроди [29]. Розрахунки проведено за умов, що відповідають експериментальним умовам науковців Рурського університету (м. Бохум, ФРН) [30-32]. Результати розрахунків порівняно з експериментальними даними німецьких науковців [29].

Розглянемо ємнісний розряд, що створюється між двома плоскими металевими електродами. Відстань між цими електродами дорівнює l , і вона є меншою за розміри електродів. Тому при теоретичному аналізі вважається, що параметри розряду залежать тільки від координати x (перпендикулярної до поверхонь електродів). Схему розряду показано на рис. 2.1.

Крім цього, вважається, що розряд є симетричним відносно площини $x = 0$ (середина відрізка l) і складається з квазінейтрального регіону

завтовшки l_p та шарів просторового заряду, що знаходяться біля електродів, кожний з яких має середню за часом товщину $s_m = (l - l_p)/2$. Плазма підтримується струмом $I_{rf}(t) = I_1 \sin(\omega t)$ (де $\omega = 2\pi \times 13.56$ МГц, а I_1 – амплітуда струму), що тече у напрямку, перпендикулярному до електродів. При цьому амплітуда струму не залежить від координати x [63]. Плазма складається з електронів, однозарядних позитивних іонів та негативно заряджених порошинок субмікронного розміру.



Рис. 2.1. Схема розряду

Науковцями Рурського університету було проведено експерименти з вирощування порошинок у розряді подібного типу [29–32]. Робочим газом в їхніх експериментах була суміш аргону з ацетиленом. Швидкість газопотоку аргону до розрядної камери в експериментах була у 16 разів більшою за швидкість газопотоку C_2H_2 . Тому в моделі вважається, що позитивний іон Ag^+ є домінуючим серед інших іонів у цьому розряді. Вплив молекул C_2H_2 на властивості розряду враховується тільки в рівнянні балансу енергії електронів. При цьому беруться до уваги втрати енергії електронів у непружних зіткненнях електронів з молекулами C_2H_2 , які мають порогові енергії збудження 0.09, 0.255 та 0.407 eV [73], а серед непружних зіткнень електронів з атомами аргону враховуються збудження з основного стану до станів $4s$ та $4p$.

Вважається, що електрони та іони мають максвеллівські розподіли за енергіями, які характеризуються температурами T_e та T_i відповідно. В газорозрядній камері іони та нейтральні частинки перебувають за кімнатної температури (300K). В моделі також вважається, що при $-l_p/2 + 0.5 \text{ см} \leq x \leq l_p/2 - 0.5 \text{ см}$ розподіл концентрації порошинок є однорідним і концентрація порошинок зменшується лінійно до нуля на межах квазінейтральної плазми з шарами просторового заряду. Припускається також, що $\tau_d \gg \tau_{eq}$, де τ_d та τ_{eq} – характерні часи руху порошинок та встановлення

рівноважного стану іонної та електронної підсистем. Це означає, що масивні (у порівнянні з іншими частинками) порошинки в цій моделі вважаються нерухомими. Також вважається, що $r_{Di} \ll d$, де r_{Di} – дебаївський радіус іонів, а d – відстань між окремими порошинками. З останнього припущення випливає, що порошинки не взаємодіють між собою [18]. Крім цього вважається, що концентрація порошинок n_d у центрі розряду не залежить від радіуса окремої порошинки a_d і дорівнює 10^7 см^{-3} , приблизно як і в експериментах німецьких науковців [29]. При розрахунках радіус порошинок змінювався від 0 до 275 нм, що відповідає експериментальним даним науковців Рурського університету [29]. Також вважається, що у будь-який момент часу всі порошинки, що присутні у плазмі, мають однаковий радіус. Це припущення базується на вимірюваннях радіусів порошинок, які були проведені в роботах [29, 74].

Заряд порошинок, що присутні у плазмовому шарі, було розраховано, використовуючи модель обмеженого орбітального руху (підрозділ 1.2.1). Струм електронів до порошинки було обчислено, використовуючи вираз (1.11), а струм позитивно заряджених іонів I_i , який тече на кожен порошинку радіуса a_d , було знайдено з виразу [9, 29]:

$$I_i = \pi a_d^2 e n_i V_i (1 + 2e^2 |Z_d| / (a_d m_i V_i^2)), \quad (3.1)$$

де $V_i = [8T_i / (\pi m_i) + v_i^2]^{1/2}$, n_i та v_i – концентрація та дрейфова швидкість іонів у x -напрямку під впливом амбіполярного електричного поля, а Z_d – зарядове число окремої порошинки. m_i – маса іонів, а e – абсолютне значення заряду електрона. На відміну від виразу (1.10) у виразі (3.1) враховано, що іони крім теплової швидкості мають ще і дрейфову швидкість. Між тим, вираз для струму іонів (3.1) є доволі наближеним, оскільки він не враховує зіткнення іонів з частинками робочого газу у шарі просторового заряду навколо окремої порошинки [75].

У припущенні, що порошинки є нерухомими, а їхній заряд не залежить від часу, струми позитивно та негативно заряджених частинок (іонів та електронів) на поверхню порошинки пов'язані рівнянням (1.12), яке визначає заряд порошинок.

Оскільки порошинки є негативно зарядженими, вважається, що вони відсутні в шарах просторового заряду біля електродів. Для вивчення властивостей шарів просторового заряду (їхнього розміру та поглинання енергії в цих областях) використовується теорія шарів просторового заряду, яку було розроблено для цих шарів у газовому розряді без порошинок [63 - 65]. Надалі плазму без порошинок будемо називати звичайною плазмою. В моделі вважається, що сумарна потужність P_{tot} , яка передається електронам на одиниці площі розряду, є фіксованою і

$$P_{\text{tot}} = P_{\text{Ohmb}} + 2P_{sh}, \quad (3.2)$$

де P_{Ohmb} – потужність, що передається електронам від високочастотного поля на одиниці площі в області квазінейтральної плазми, а P_{sh} – потужність, що передається електронам на одиниці площі в одному шарі просторового заряду. При розрахунках $P_{\text{tot}} = 0.02 \text{ Вт/см}^2$, як і в експерименті науковців Рурського університету [29]. У шарах просторового заряду потужність передається електронам завдяки омичному та стохастичному нагріванню, а в області квазінейтральної плазми – тільки завдяки омичному нагріванню [63, 65].

Просторові розподіли усереднених за часом концентрацій заряджених частинок та температури електронів T_e в області квазінейтральної плазми описуються рівняннями моментів (або гідродинамічними рівняннями балансу електронів, іонів та балансу енергії):

$$\partial j_e / \partial x \approx \nu^i n_e - \nu_{ed}^c n_e, \quad (3.3)$$

$$\partial j_i / \partial x \approx \nu^i n_e - \nu_{id}^c n_i, \quad (3.4)$$

$$\partial q_e / \partial x \approx P_{in} - I_c, \quad (3.5)$$

де ν^i – частота іонізації, ν_{ed}^c та ν_{id}^c – частоти збирання електронів та іонів порожинками, P_{in} – потужність, яка поглинається в одиниці об'єму завдяки омичному нагріванню плазми, I_c – потужність, що втрачається в одиниці об'єму електронами за різних зіткнень. В області квазінейтральної плазми $n_e/n_i \approx \nu_{id}^c/\nu_{ed}^c$ [76], де n_e – концентрація електронів, а [77]

$$\nu_{ed}^c = \pi a_d^2 n_d (n_i/n_e) V_i (1 + 2e^2 |Z_d| / a_d m_i V_i^2). \quad (3.6)$$

Потоки електронів j_e , іонів j_i та тепловий потік q_e у x -напрямку описуються рівняннями [78, 79]:

$$j_e \approx \mu_e n_e E_{amb} - D_e \partial n_e / \partial x, \quad (3.7)$$

$$j_i \approx \mu_i n_i E_{amb} - D_i \partial n_i / \partial x, \quad (3.8)$$

$$q_e \approx 2.5 T_e j_e - (2.5 - (T_e / \nu_e) \partial \nu_e / \partial T_e) n T_e (\partial T_e / \partial x) / m_e \nu_e. \quad (3.9)$$

Тут $\mu_e = -e/m_e v_e$, $\mu_i = 2e/m_i v_i$, $D_i = T_i \mu_i / e$, $D_e = -T_e \mu_e / e$, $v_e = v_{en} + v_{ed}$, $v_i = v_{in} + v_{id}$, а $v_{in}(v_{en})$ та $v_{id}(v_{ed})$ – частоти пружних зіткнень іонів (електронів) з нейтральними частинками та іонів (електронів) з порошинками відповідно, E_{amb} – амбіполярне електричне поле. У рівнянні (3.9) враховано, що v_e – функція температури електронів [80].

В області квазінейтральної плазми $j_e \approx j_i$, і амбіполярне електричне поле $E_{amb} \approx \frac{D_i \partial n_i / \partial x - D_e \partial n_e / \partial x}{\mu_i n_i - \mu_e n_e}$. З виразу для E_{amb} та рівняння (3.7) випливає, що

$$j_e \approx \frac{\mu_e n_e D_i \partial n_i / \partial x - \mu_i n_i D_e \partial n_e / \partial x}{\mu_i n_i - \mu_e n_e}. \quad (3.10)$$

В квазінейтральній області розряду концентрації іонів та електронів пов'язані між собою рівнянням (1.2), або (в змінних, що використовуються у цьому підрозділі)

$$n_e + n_d |Z_d| = n_i. \quad (3.11)$$

За доволі низької частоти генератора та невисоких тисків робочого газу ($\omega^2, \omega v_e \ll \omega_{pe}^2$, де ω_{pe} – електронна плазмова частота) потужність, що передається в одиниці об'єму електронам завдяки омичному нагріванню (P_{in} в рівнянні (3.5)), дорівнює (див. рівняння (4.2.30) та (11.1.25) роботи [63])

$$P_{in} = 0.5 J_1^2 m_e v_e / (e^2 n_e), \quad (3.12)$$

де $J_1 = I_1/A$, а A – площа поверхні одного електрода.

Потужність, яка передається електронам на одиниці площі в області квазінейтральної плазми:

$$P_{Ohmb} = \int_{-l_p/2}^{l_p/2} P_{in} dx. \quad (3.13)$$

Потужність, яка втрачається в одиниці об'єму завдяки зіткненням електронів з нейтральними та пиловими частинками,

$$I_c \approx n_e (\sum_j v_j U^j + v^i U^i) + n_d S_{ed}, \quad (3.14)$$

де ν_j – частота збудження з основного стану до стану j з енергією збудження U^j , а U^i – енергія іонізації. S_{ed} – потужність, яка втрачається в зіткненнях електронів з порошинкою [81]:

$$S_{ed} \approx \pi a_d^2 n_e \int_{-e\Phi_s}^{\infty} u^{3/2} (1 + e\Phi_s / u) \sqrt{2u / m_e} F_0 du, \quad (3.15)$$

де $\Phi_s = eZ_d/a_d$ – потенціал поверхні порошинки, u та F_0 – енергія електронів та функція розподілу електронів за енергією відповідно. Для електронів з максвеллівською функцією розподілу електронів за енергією

$$S_{ed} \approx \pi a_d^2 n_e \frac{2^{3/2} \sqrt{T_e}}{\sqrt{\pi m_e}} \exp(e\Phi_s / T_e) [2T_e - e\Phi_s]. \quad (3.16)$$

Рівняння (3.3) – (3.5), що описують просторові розподіли n_e , n_i та T_e в області квазінейтральної плазми, мають бути доповнені крайовими умовами. Тут вважається, що на межі квазінейтральної плазми з шаром просторового заряду швидкість дрейфового руху іонів дорівнює бомівській швидкості $u_B = (T_e/m_i)^{0.5}$, а $\partial T_e / \partial x$ на цій межі дорівнює нулю. Оскільки розряд є симетричним відносно площини $x = 0$, потік електронів та їхній тепловий потік дорівнюють нулю при $x = 0$.

Щоб знайти розподіли n_e , n_i та T_e , необхідно також знати товщину шару квазінейтральної плазми l_p та потужність, яка передається електронам у шарі квазінейтральної плазми P_{Ohmb} . Товщина шару квазінейтральної плазми залежить від товщини шару просторового заряду: $l_p = l - 2s_m$.

Товщина шару просторового заряду у випадку, коли довжина вільного пробігу іонів є меншою за розмір цього шару, визначається рівнянням [64]:

$$s_m = 1.95 H s_0, \quad (3.17)$$

де $H = (2\lambda_i s_0 / (\pi^2 \lambda_{De}^2))^{1/2}$, $s_0 = J_1 / (e\omega n_{es})$. Тут λ_i – довжина вільного пробігу іонів, яка вважається незалежною від просторових координат в області квазінейтральної плазми та в шарах просторового заряду біля електродів, λ_{De} та n_{es} – електронна дебайвська довжина та концентрація електронів (іонів) на межі квазінейтральної плазми з шаром просторового заряду.

Потужність P_{sh} , що передається електронам на одиниці площі в одному шарі просторового заряду, складається з потужності P_{Ohmsh} , яка передається завдяки омичному нагріванню, та потужності P_{stoc} , що передається завдяки стохастичному нагріванню [65], тобто $P_{sh} = P_{Ohmsh} + P_{stoc}$. Потужність, що передається в шарі просторового заряду на одиниці площі завдяки омичному нагріванню в момент часу t , можна знайти з рівняння [65]:

$$S(t) = \int_0^s J_1^2 m_e v_e / (e^2 n_i(s)) \sin^2(\omega t) ds, \quad (3.18)$$

де $s(\phi)$ – положення осцилюючої межі електронного шару в час t при фазі струму $\phi = \omega t$ [64]. Вважаючи, що $ds/n_i(s) = (ds/d\phi)d\phi/n_i(\phi)$, та використовуючи рівняння (11) та (12) роботи [64], які визначають $ds/d\phi$ та $n_i(\phi)$, отримаємо

$$S(t) = \frac{m_e v_e}{e} \frac{s_0 2\lambda_i}{n_{es} u_B^2 \pi m_i} J_1^2 \sin^2(\omega t) \int_0^{\omega t} \bar{E} \sin(\phi) d\phi, \quad (3.19)$$

де $\bar{E} = (4J_1 / \omega)(\sin\phi - \phi \cos\phi)$. Усреднюючи рівняння (3.19) за фазою ωt в інтервалі $(0, \pi)$, отримаємо середню за часом потужність, яка передається в шарі просторового заряду завдяки омичному нагріванню,

$$P_{Ohmsh} = \bar{S} = \frac{3m_e v_e J_1^3 s_0 \lambda_i}{4en_{es} T_{es} \omega}, \quad (3.20)$$

де T_{es} – температура електронів на межі квазінейтральної плазми з шаром просторового заряду. Потужність, що передається на одиниці площі в одному шарі просторового заряду завдяки стохастичному нагріванню (рівняння (36) роботи [64]),

$$P_{stoc} = \frac{1}{2} \frac{J_1^2}{G_s}, \quad (3.21)$$

де $G_s = 1.02e^2 n_{es} / (Hm_e v_{Te})$, $v_{Te} = (8T_e / \pi m_e)^{0.5}$.

Можна також оцінити середню енергію E_{ic} , з якою іони бомбардують електроди. З рівняння (11.2.57) роботи [63] випливає, що:

$$E_{ic} \approx 0.62 e \bar{V} \lambda_i / s_m. \quad (3.22)$$

Тут \bar{V} – середня за часом різниця потенціалів на електроді та на межі шару просторового заряду. З рівнянь (11.2.55) та (11.2.56) роботи [63]

маємо, що $E_{ic} \propto J_1$. Енергія E_{ic} є меншою за величину $e\bar{V}$ тому, що іони втрачають енергію при зіткненнях у шарах просторового заряду, створюючи швидкі нейтралі [63]. Незалежно від механізму створення швидких нейтралів доцільно припустити, що енергія швидких нейтралів є пропорційною до енергії E_{ic} і, таким чином, густини струму J_1 .

Просторові розподіли концентрації електронів та іонів, потоку електронів, теплового потоку та температури електронів в області квазі-нейтральної плазми було знайдено з рівнянь (3.7), (3.9)-(3.11), застосовуючи метод скінченних різниць [82, 83].

За допомогою наданої вище моделі розряду нами було проаналізовано властивості $Ag-C_2H_2$ ємнісного запоорошеного розряду при параметрах, що є близькими до експериментальних [29]. При цьому досліджувалося, як порошинки впливають на інтенсивність випромінювання атомів аргону на довжині хвилі 660.45 нм. Випромінювання на цій довжині хвилі відбувається завдяки переходам електронів в атомах аргону з рівня $4d$ на рівень $4p$. За теоретичного аналізу вважалося, що інтенсивність цього випромінювання є пропорційною $n_e v^{exc}$, де v^{exc} – частота збудження атомів аргону електронним ударом з основного рівня до рівня $4d$. Цю частоту було розраховано, використовуючи поперечний переріз, що характеризує даний процес збудження [84]. Розраховані розподіли $n_e v^{exc}$, n_e та T_e для різних a_d показано на рис. 3.2. Розрахунки проводилися для тиску робочого газу $P = 0.125$ мм рт. ст., який дещо більший за тиск робочого газу в експериментах науковців Рурського університету [29]. Такий тиск робочого газу при розрахунках було обрано тому, що при цьому тиску за відсутності порошинок максимум функції $n_e v^{exc}$ відрізняється від $n_e v^{exc}$ при $x = 0$ приблизно у два рази (така ж різниця між відповідними інтенсивностями випромінювання спостерігалася в експерименті [29]).

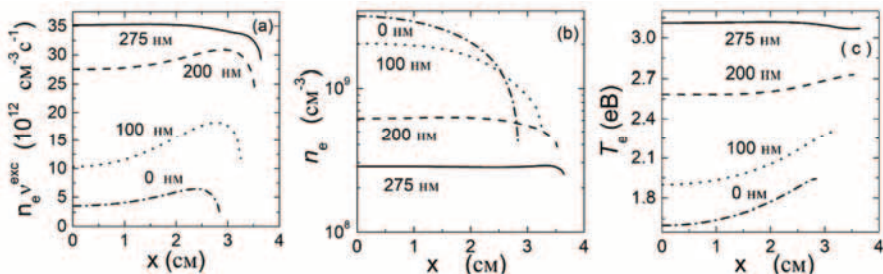


Рис. 3.2. Розподіли $n_e v^{exc}$ (a), концентрації електронів (b) та температури електронів (c) при $P_{tot} = 0.02 \text{ Вт/см}^2$, $P = 0.125 \text{ мм рт. ст.}$ та різних радіусах порошинок

Тиск робочого газу в експерименті дорівнював $P = 0.076$ мм рт. ст. При $P = 0.076$ мм рт. ст. різниця між максимумом розрахованої функції $n_e v^{\text{exc}}$ та $n_e v^{\text{exc}}$ при $x = 0$ складала приблизно 5 %. З рис. 3.2 (а) видно, що при зростанні радіуса порошинок величина $n_e v^{\text{exc}}$ збільшується у всьому поперечному перерізі розряду. Крім цього, за збільшення радіуса порошинок величина $n_e v^{\text{exc}}$ при $x = 0$ зростає відносно максимуму функції $n_e v^{\text{exc}}$. Для частинок радіуса 275 нм максимум $n_e v^{\text{exc}}$ розташований у центрі плазмового шару, а для частинок меншого радіуса він знаходиться біля межі плазми. Ці результати розрахунків добре узгоджуються з експериментальними даними науковців Рурського університету, як це показано на рис. 3.3.

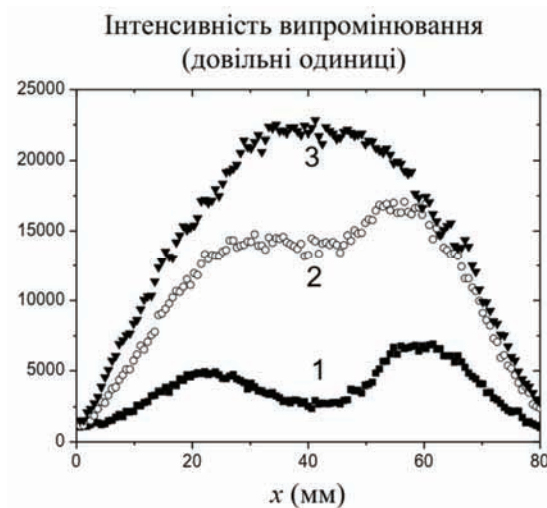


Рис. 3.3. Розподіли інтенсивності випромінювання атомів аргону на довжині хвилі 660.45 нм залежно від x -координати, які отримано в експериментах науковцями Рурського університету [30]. Електроди розташовано при $x = 0$ та $x = 80$ мм. Криві 1, 2 та 3 отримано при $a_d \approx 0, 200$ та 275 нм відповідно

Зрозуміло, що варіація просторового розподілу $n_e v^{\text{exc}}$ при зміні радіуса порошинок відбувається завдяки змінам просторових розподілів концентрації та температури електронів. Тому проаналізуємо, як порошинки впливають на просторові розподіли концентрації та температури електронів.

У звичайній плазмі або при малих a_d профіль концентрації електронів є схожим на добре відомий розподіл функції косинуса (рис. 3.2 (b)). При збільшенні a_d профіль концентрації електронів стає більш однорідним у центральній частині розряду, що узгоджується з результатами роботи

[62]. Збільшення однорідності n_e при зростанні радіуса порошинок можна пояснити тим, що при великих радіусах порошинок втрати електронів на порошинках домінують над їхніми втратами на стінках розрядної камери, і профіль концентрації електронів визначається просторовим розподілом концентрації порошинок. Завдяки просторово однорідному розподілу n_e при достатньо великих a_d поглинання енергії в області квазінейтральної плазми також стає близьким до однорідного (див. (3.12)), і внаслідок цього профіль температури електронів у x -напрямку також стає близьким до однорідного (рис. 3.2 (с)).

Отже, можна зробити висновок: $n_e v^{\text{exc}}$ залежить від n_e та T_e , і, коли n_e та T_e є однорідними в центральній частині розряду, розподіл величини $n_e v^{\text{exc}}$ є також просторово однорідним у цій області (рис. 3.2 (а)).

Порівняємо розраховану усереднену в x -напрямку концентрацію електронів $\langle n_e \rangle$ з середньою концентрацією електронів, яку було отримано в результаті експериментальних вимірювань. На рис. 3.4 показано ці концентрації як функції радіуса порошинок.

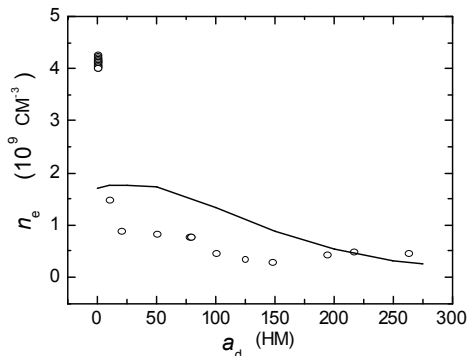


Рис. 3.4. Середні концентрації електронів як функції радіуса порошинок.
Суцільна крива відповідає результатам розрахунків,
а кружечки – експериментальні дані [29]

З рис. 3.4 видно, що при $a_d < 150$ нм середні концентрації електронів, які було отримано як експериментально, так і в результаті числових розрахунків, зменшуються при зростанні a_d . Але у діапазоні $150 \text{ нм} < a_d < 220 \text{ нм}$ виміряна концентрація електронів трошки зростає при збільшенні a_d , а розрахована середня концентрація електронів зменшується. Цю різницю між експериментальними та розрахованими залежностями $\langle n_e \rangle$ можна пояснити деякими спрощеннями у представленій моделі розряду та похибками при експериментальних вимірюваннях (порядку 30 %).

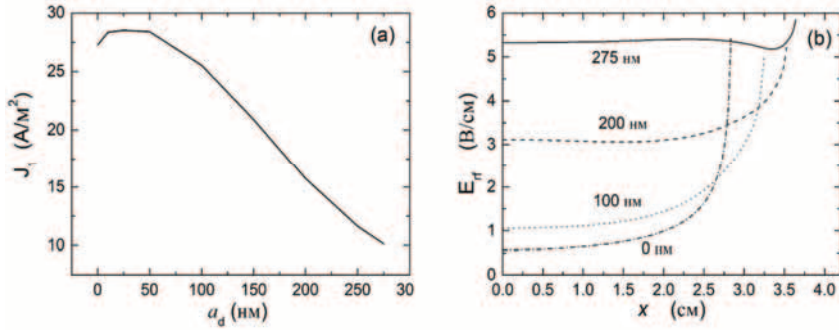


Рис. 3.5. Залежності J_1 та E_{rf} від радіуса порошинок за умов, які відповідають рис. 3.2

Дослідимо, як порошинки впливають на середню енергію E_{ic} , з якою іони бомбардують електроди. Як вже згадувалося раніше у цьому підрозділі, енергія E_{ic} визначається густиною струму J_1 . Залежність J_1 від радіуса порошинок, яку було розраховано за допомогою наданої у цьому підрозділі моделі розряду, показано на рис. 3.5 (а). З цього рисунка видно, що залежність J_1 від a_d є подібною до розрахованої залежності середньої концентрації електронів від радіуса порошинок (рис. 3.4): обидві величини зменшуються при збільшенні радіуса порошинок. Зменшення величини J_1 при зростанні a_d можна пояснити тим, що $P_{in} \sim J_1^2 / n_e$ (рівняння (3.12)). Тому при $P_{tot} = const$ величина J_1^2 залежить від розміру порошинок приблизно так само, як середня концентрація електронів $\langle n_e \rangle$. Завдяки зменшенню густини струму J_1 при зростанні a_d енергія, з якою іони бомбардують електроди, також зменшується.

Цікаво також дослідити, як амплітуда електричного поля E_{rf} залежить від радіуса порошинок. За експериментальних умов науковців Рурського університету ($\omega^2, \omega v_e \ll \omega_{pe}^2$) амплітуду електричного поля E_{rf} можна знайти за допомогою рівняння [63]:

$$E_{rf} \approx \frac{J_1}{\sigma_{DC}}, \quad (3.23)$$

де $\sigma_{DC} = \frac{e^2 n_e}{m_e v_e}$. Розподіли E_{rf} вздовж x -напрямку для різних a_d показано на рис. 3.5 (b). З цього рисунка видно, що при збільшенні a_d високочастотне електричне поле в центральній частині розряду стає більш однорідним, а його величина зростає, що узгоджується з результатами роботи

[85]. Зміна просторового розподілу E_{rf} при зростанні a_d відбувається завдяки варіації розподілу концентрації електронів (рис. 3.2 (b)), а величина E_{rf} зростає тому, що зменшується концентрація електронів.

Порошинки також впливають на поглинання потужності у розряді. Залежності P_{Ohmb}/P_{tot} , $2P_{stoc}/P_{tot}$ та $2P_{Ohmsh}/P_{tot}$ від a_d показано на рис. 3.6 (a). З рис. 3.6 (a) видно, що у звичайній плазмі за умов, що розглядаються, приблизно 70 % потужності, яка вводиться до розряду, поглинається в шарах просторового заряду біля електродів, а тільки приблизно 30 % – в області квазінейтральної плазми. При збільшенні радіуса порошинок поглинання енергії в шарах просторового заряду у порівнянні з її поглинанням в області квазінейтральної плазми зменшується. При $a_d = 275$ нм приблизно 90 % потужності, що вводиться до розряду, поглинається в квазінейтральній області. Зменшення поглинання потужності в шарах просторового заряду при збільшенні a_d відбувається завдяки залежностям P_{Ohmsh} (3.20) та P_{stoc} (3.21) від J_1 , T_{es} та n_{es} . Залежність n_{es} від a_d показано на рис. 3.6 (b). Оскільки $P_{Ohmsh} \propto J_1^4 / (n_{es}^2 T_{es})$ та $P_{stoc} \propto J_1^5 / n_{es}$, поглинання потужності в шарах просторового заряду зменшується зі збільшенням a_d тому, що величина J_1 зменшується, а величина T_{es} зростає.

Зазначимо, що розмір шару просторового заряду зменшується при збільшенні радіуса порошинок a_d (рис. 3.6 (b)). Зменшення величини s_m при зростанні a_d відбувається завдяки залежності розміру шару просторового заряду від J_1 , T_{es} та n_{es} (див. рівняння (3.17)): $s_m \sim J_1^{3/2} / (n_{es} T_{es}^{1/2})$. Оскільки n_{es} змінюється слабо при зростанні a_d (рис. 3.6 (b)), величина s_m зменшується, в основному, завдяки зростанню T_{es} та зменшенню J_1 .

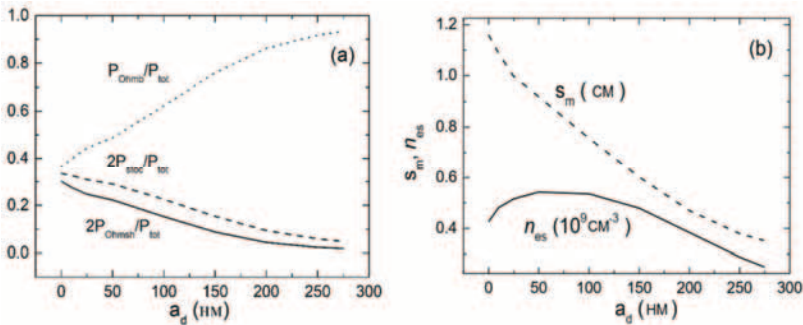


Рис. 3.6. Залежності P_{Ohmb}/P_{tot} , $2P_{Ohmsh}/P_{tot}$ та $2P_{stoc}/P_{tot}$ від a_d (a). Розмір шару просторового заряду та n_{es} як функції радіуса порошинок (b) за умов, що відповідають рис. 3.2

3.2. Просторові розподіли параметрів плазми в електронегативному газовому розряді з порошинками субмікронного розміру

У цьому підрозділі представлено модель електронегативної плазми з порошинками субмікронного розміру та результати дослідження властивостей цієї плазми [68].

Розглянемо шар плазми, параметри якої залежать тільки від x -координати. Будемо вважати, що плазма є симетричною відносно площини $x = 0$ та обмеженою при $x = \pm L/2$ металевими або діелектричними плоскими поверхнями (рис. 3.7). Вважається, що електричне поле, яке підтримує плазму, є однорідним уздовж x - напрямку, а плазма складається з електронів, позитивних та негативних однозарядних іонів, а також порошинок. З припущення, що електричне поле є просторово однорідним, впливає, що температура електронів також є близькою до просторово однорідної. Як було показано у роботі [62] та у попередньому підрозділі, за достатньо високої концентрації пилового заряду та просторово однорідного розподілу порошинок розподіл електричного поля, що підтримує плазму, та розподіл температури електронів є однорідними у центральній частині ємнісних пилових розрядів. Просторовий розподіл температури електронів є близьким до однорідного і в розрядах з неоднорідним ВЧ полем, за низьких тисків робочого газу або малих розмірів розрядної камери. В моделі вважається, що порошинки мають однаковий розмір. Коли розмір порошинок є достатньо великим ($a_d > 10$ нм), заряд порошинок – від'ємний. При $a_d < 10$ нм серед порошинок можуть бути і частинки з додатним зарядом [18].

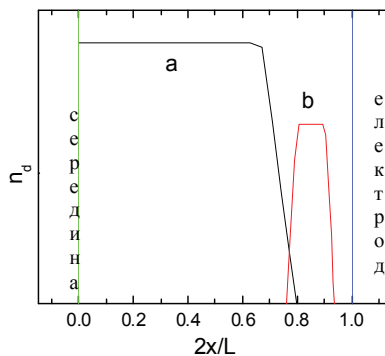


Рис. 3.7. Просторовий розподіл n_d , який використовується при розрахунках. Крива (a) моделює просторово однорідний розподіл концентрації порошинок, а крива (b) відповідає випадку формування пилового шару поблизу електродів. $x = 0$ – середина розряду

У представленій в цьому підрозділі моделі просторовий розподіл концентрації порошинок є зовнішнім параметром. При цьому розглядаються два розподіли їх концентрації, які є типовими для експериментів з порошинками [18]. У першому випадку вважається, що концентрація порошинок n_d є однорідною у центральній частині розряду (крива a на рис. 3.7). Цей розподіл є типовим для експериментів з вирощування порошинок у розрядах, в яких одним з робочих газів є SiH_4 [72]. Другий профіль (крива b на рис. 3.7) відповідає випадку, коли шар пилових частинок формується поблизу стінок розряду або електродів [86]. Масивні (у порівнянні з іншими частинками газового розряду) порошинки в даній моделі вважаються нерухомими. Також вважається, що порошинки не взаємодіють між собою. Крім цього припускається, що розміри шарів просторового заряду біля стінок розряду є малими у порівнянні з розміром квазінейтральної області. Це має місце при достатньо високих концентраціях електронів [63], або, як це було показано у попередньому підрозділі, високих концентраціях пилового заряду.

В гідродинамічному наближенні баланс електронів, позитивних та негативних іонів описується рівняннями [68]

$$\partial_t n_e + \partial_x \Gamma_e = v^i n_e - v_{att} n_e - v_{ed}^c n_e, \quad (3.24)$$

$$\partial_t n_i + \partial_x \Gamma_i = v^i n_e - K_{rec} n_i n_- - v_{id}^c n_i, \quad (3.25)$$

$$\partial_t n_- + \partial_x \Gamma_- = v_{att} n_e - K_{rec} n_i n_- - v_{-d}^c n_-, \quad (3.26)$$

де n_α та Γ_α – концентрація та проекція потоку частинок сорту α (електронів (e), позитивних (i) та негативних ($-$) іонів) на x -напрямок. K_{rec} – коефіцієнт іон-іонної рекомбінації, v_{att} – частота прилипання електронів до нейтральних частинок. v_{ed}^c , v_{id}^c та v_{-d}^c – частоти зіткнень електронів, позитивних та негативних іонів з порошинками, що характеризують осадження електронів та іонів на їх поверхню. Також вважається, що всі заряджені частинки мають максвеллівські розподіли за енергією, а температури іонів та нейтральних частинок дорівнюють 0.035 eV (~ 400 K).

Рівняння (3.24) – (3.26) схожі на рівняння балансу заряджених частинок в електронегативній незапорошеній плазмі [63]. Відмінність цих рівнянь від рівнянь балансу у звичайній плазмі полягає у тому, що в (3.24) – (3.26) присутні додаткові члени, які описують зіткнення заряджених частинок з порошинками.

У дифузійному наближенні [63]

$$\begin{aligned} \Gamma_e &\approx -D_e \partial_x n_e + n_e \mu_e E, \\ \Gamma_i &\approx -D_i \partial_x n_i + n_i \mu_i E, \\ \Gamma_- &\approx -D_- \partial_x n_- + n_- \mu_- E, \end{aligned} \quad (3.27)$$

де E – проекція електричного поля просторового заряду на x -напрямок, $D_\alpha = T_\alpha / (m_\alpha v_{\text{ам}})$ та $\mu_\alpha = e_\alpha D_\alpha / T_\alpha$ – коефіцієнти дифузії та рухомості. m_α та e_α – маса та заряд частинок сорту α , $v_{\text{ам}}$ – ефективна частота пружних зіткнень частинок сорту α з нейтральними та пиловими частинками.

Плазма вважається квазінейтральною:

$$n_i = n_e + n_- + n_d |Z_d| \quad (3.28)$$

та квазістаціонарною ($\partial_t = 0$ у рівняннях (3.24) — (3.26)).

Потоки позитивно та негативно заряджених частинок у плазмовому об'ємі пов'язані співвідношенням [73]:

$$\Gamma_i = \Gamma_e + \Gamma_- \quad (3.29)$$

Струми електронів та позитивно заряджених іонів, які течуть на кожному порошинку радіусом a_d , визначаються за допомогою моделі обмеженого орбітального руху (рівняння (1.11) та (3.1)), і вважається, що ці струми пов'язані рівнянням (1.12). У холодній плазмі ($T_i, T_- \ll T_e$) струм негативних іонів на негативно заряджену порошинку, як правило, є малим у порівнянні з I_e та I_i [87]. Тому при розрахунках заряду порошинок струм негативних іонів на порошинку вважався рівним нулю.

В моделі припускається, що втрати енергії електронів завдяки осадженню електронів на порошинки є меншими за втрати енергії в електрон-нейтральних зіткненнях. У підрозділі 4.2 буде показано, що це припущення є справедливим за типових умов оперування запорошених розрядів. За цього припущення рівняння балансу енергії електронів може бути представлено у наступному вигляді [80]:

$$\partial_x q_e \approx -n_e J_e + S_{\text{ext}}, \quad (3.30)$$

де $q_e \approx -(5n_e T_e / (2m_e v_{\text{ен}})) \partial_x T_e$ – густина теплового потоку електронів, а

$$J_e = \sum_j v_j \varepsilon_j \quad (3.31)$$

– інтеграл зіткнень. v_j – частота зіткнень електронів з іншими частинками, ε_j – втрати енергії при зіткненнях. $S_{\text{ext}} \approx n_e v_{\text{ен}} m_e u_{\text{osc}}^2$, де u_{osc} – середня за

часом осциляційна швидкість електронів в електричному полі, що підтримує плазму. Потужність, яка поглинається на одиниці площі, $P_{in} = \int_{-L/2}^{L/2} S_{ext} dx$ є зовнішнім параметром у цій моделі.

Рівняння (3.24) – (3.26) та (3.30) необхідно доповнити крайовими умовами. У випадку, що розглядається, завдяки симетрії плазмового шару можна вважати, що градієнти температури електронів та градієнти концентрації іонів та електронів при $x = 0$ дорівнюють нулю. На межах плазми ($x = \pm L/2$) вважається, що дрейфові швидкості руху електронів та позитивних іонів дорівнюють бомівській швидкості $u_B = \sqrt{T_e(\pm L/2)/m_i}$, а густина теплового потоку електронів $q_e(\pm L/2) = T_e(\pm L/2) \left(2 + \ln \sqrt{m_i/m_e} \right) n_e(\pm L/2) \sqrt{T_e(\pm L/2)/m_i}$ [80]. Оскільки $T_e \gg T_+$, потік негативно заряджених іонів до негативно заряджених стінок камери є малим у порівнянні з потоком електронів, і тому його можна вважати рівним нулю.

З рівнянь (3.27) та (3.29) можна отримати вирази для електричного поля E та потоків електронів і позитивних іонів у x -напрямку:

$$E = (D_i \partial_x n_i - D_e \partial_x n_e - D_+ \partial_x n_+) \xi^{-1}, \quad (3.32)$$

$$\Gamma_e = (-\mu_i n_i + \mu_- n_-) D_e \xi^{-1} \partial_x n_e + \mu_e n_e (D_i \partial_x n_i - D_+ \partial_x n_+) \xi^{-1}, \quad (3.33)$$

$$\Gamma_i = (\mu_e n_e + \mu_- n_-) D_i \xi^{-1} \partial_x n_i - \mu_i n_i (D_e \partial_x n_e + D_+ \partial_x n_+) \xi^{-1}, \quad (3.34)$$

де $\xi = \mu_i n_i - \mu_e n_e - \mu_- n_-$. Стаціонарне електричне поле (3.32) прискорює позитивно заряджені іони та уповільнює рух електронів і негативних іонів.

Беручи до уваги квазінейтральність плазми (3.28), з рівнянь (3.33) та (3.34) отримаємо, що

$$\Gamma_e = [-\mu_i n_i + \mu_- (n_i - n_e - n_d |Z_d|)] D_e \zeta^{-1} \partial_x n_e + \mu_e n_e (D_i \partial_x n_i - \chi D_+) \zeta^{-1}, \quad (3.35)$$

$$\Gamma_i = [\mu_e n_e + \mu_- (n_i - n_e - n_d |Z_d|)] D_i \zeta^{-1} \partial_x n_i - \mu_i n_i (D_e \partial_x n_e + \chi D_+) \zeta^{-1}, \quad (3.36)$$

де $\zeta = (\mu_i - \mu_-) n_i - (\mu_e - \mu_-) n_e + \mu_- n_d |Z_d|$ та $\chi = \partial_x n_i - \partial_x n_e - \partial_x (n_d |Z_d|)$.

За допомогою (3.28) можна виключити n_- з рівняння балансу позитивно заряджених іонів (3.25) та отримати наступне рівняння

$$\partial_t n_i + \partial_x \Gamma_i = v^i n_e - K_{rec} n_i (n_i - n_e - n_d |Z_d|) - v_{id}^c n_i, \quad (3.37)$$

яке використовується при числових розрахунках.

Коли для потоків позитивно та негативно заряджених частинок виконується співвідношення (3.29), з (3.24) – (3.26) отримаємо, що

$$v_{ed}^c n_e + v_{-d}^c n_- = v_{id}^c n_i. \quad (3.38)$$

У запоорошеній електропозитивній плазмі або при $v_{-d}^c = 0$ рівняння (3.38) спрощується до $v_{ed}^c n_e = v_{id}^c n_i$. При $|I_i| \approx |I_e|$ v_{ed}^c описується виразом (3.6).

Надану у цьому підрозділі теоретичну модель розряду було застосовано для дослідження запоорошеного розряду, в якому робочим газом є SiH_4 . При цьому вважалося, що іони SiH_3^+ та SiH_3^- є домінуючими серед інших іонів у цьому розряді [88]. Систему рівнянь (3.24), (3.30), (3.35) — (3.37) було розв'язано числовими методами [68]. Частоти електрон-нейтральних зіткнень у рівняннях (3.24), (3.30) та (3.37) було отримано, використовуючи відповідні поперечні перерізи електрон-нейтральних зіткнень у SiH_4 плазмі, які було взято з роботи [89]. Розрахунки проводилися за різних коефіцієнтів іон-іонної рекомбінації: $K_{rec} = 5 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ (як у роботі [90]), $2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ (як у роботі [91]) та $10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$. Поперечний переріз іон-нейтральних зіткнень σ_{in} вважався рівним $6 \times 10^{-15} \text{ см}^2$ [92], а частота іон-нейтральних зіткнень $\nu_{in} = \sigma_{in} n_n v_i$, де n_n – концентрація нейтральних частинок, а v_i – швидкість іонів.

Було досліджено, як параметри запоорошеної плазми залежать від потужності, що поглинається на одиниці площі. На рис. 3.8 показано розподіли концентрацій заряджених частинок у запоорошеній плазмі для різних P_{in} . При отриманні цих розподілів вважалося, що при $x \leq 1 \text{ см}$ $n_d = 2 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$, а в області $1 \text{ см} \leq x \leq 1.25 \text{ см}$ концентрація порошинок лінійно зменшується до нуля (крива a на рис. 3.7). Також було розглянуто випадок, коли порошинки відсутні у плазмі (рис. 3.8 (а)). При цьому вважалося, що $L = 3 \text{ см}$, $P = 0.1 \text{ мм рт. ст. та } K_{rec} = 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$.

По-перше, порівняємо розподіли електронів та іонів у запоорошеній плазмі (рис. 3.8 (b)) з n_e , n_i та n_- у звичайній плазмі (рис. 3.8 (a)). З рисунків 3.8 (a) та 3.8 (b) видно, що за відсутності порошинок концентрація позитивних іонів у центрі ($x = 0$) приблизно в 4 рази більша за концентрацію електронів, яка практично однорідна при $x < 1.0 \text{ см}$. Зазначимо, що розподіли концентрацій іонів та електронів на рис. 3.8 (a) схожі на розподіли, які представлено на рис. 10.2 та 10.3 роботи [63]. Концентрація електронів

у заповненій плазмі при тій самій потужності, як і у плазмі без порошків, приблизно в півтори рази менша за n_e при $n_d = 0$.

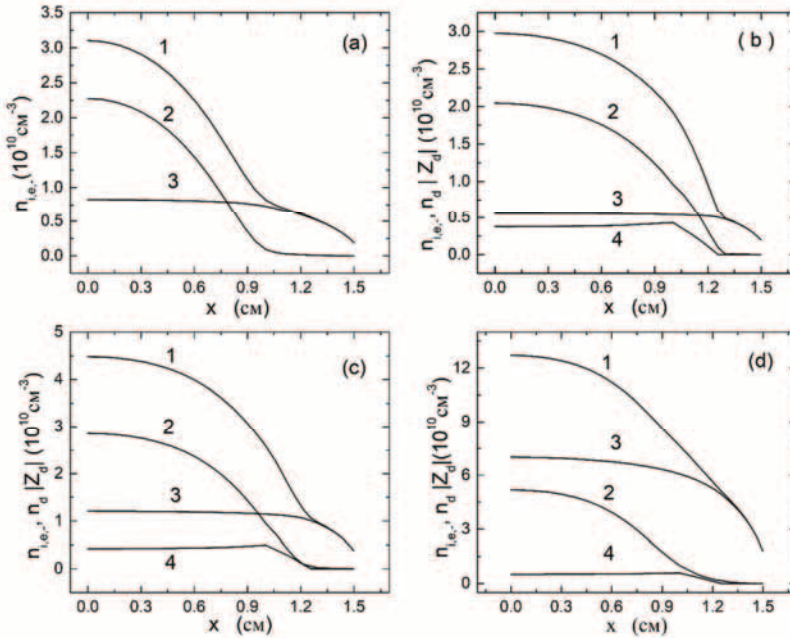


Рис. 3.8. Розподіли концентрацій позитивних (криві 1) та негативних (криві 2) іонів, концентрації електронів (криві 3) та n_d/Z_d (криві 4) у плазмовому шарі 3 см завтовшки при $P = 0.1 \text{ мм рт.ст.}$ та $K_{rec} = 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$. На рис. 3.8 (а) представлено розподіли концентрацій іонів та електронів у звичайній плазмі при $P_{in} = 0.12 \text{ Вт/см}^2$. Розподіли на рис. 3.8 (b) – 3.8 (d) отримано при $a_d = 100 \text{ нм}$, $n_d = 2 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ та $P_{in} = 0.12, 0.24$ та 1.2 Вт/см^2 відповідно

Зменшення концентрації електронів у заповненій плазмі у порівнянні з n_e у звичайній плазмі відбувається завдяки осадженню електронів на порошок. З порівняння кривих на рис. 3.8 (a) та 3.8 (b) також видно, що у заповненій плазмі концентрація позитивних іонів в області $x < 1 \text{ см}$ є більш однорідною, ніж у звичайній плазмі. Це відбувається тому, що при збільшенні $|n_d Z_d|/n_i$ зростають втрати іонів на порошок у порівнянні з їх втратами на стінках розрядної камери та за іон-іонної рекомбінації, і профіль концентрації іонів починає залежати від профілю $|n_d Z_d|$.

Порошок також впливає на температуру електронів. Як видно з рис. 3.9 (a), температура електронів у заповненій плазмі є більшою, ніж у звичайній плазмі. T_e більша у заповненій плазмі, оскільки втрати електронів у цій плазмі є більшими, ніж у незаповненому розряді, завдяки

осадженню електронів на порошинки. Щоб зберегти баланс між втратами та генерацією електронів та іонів, іонізація повинна бути більшою у запорошеній плазмі, ніж у плазмі без порошинок. У випадку, що розглядається, збільшення частоти іонізації можливе лише за рахунок зростання температури електронів.

На рис. 3.8 (c) та 3.8 (d) показано профілі концентрацій заряджених частинок для $P_{in} = 0.24$ та 1.2 Вт/см². З рис. 3.8 (b) – 3.8 (d) видно, що концентрації електронів та іонів зростають зі збільшенням P_{in} . Залежність n_e від P_{in} є практично лінійною, а концентрація позитивних іонів при збільшенні потужності зростає повільніше, ніж n_e . Це може бути пояснено тим, що при зростанні потужності процес іон-іонної рекомбінації стає більш інтенсивним.

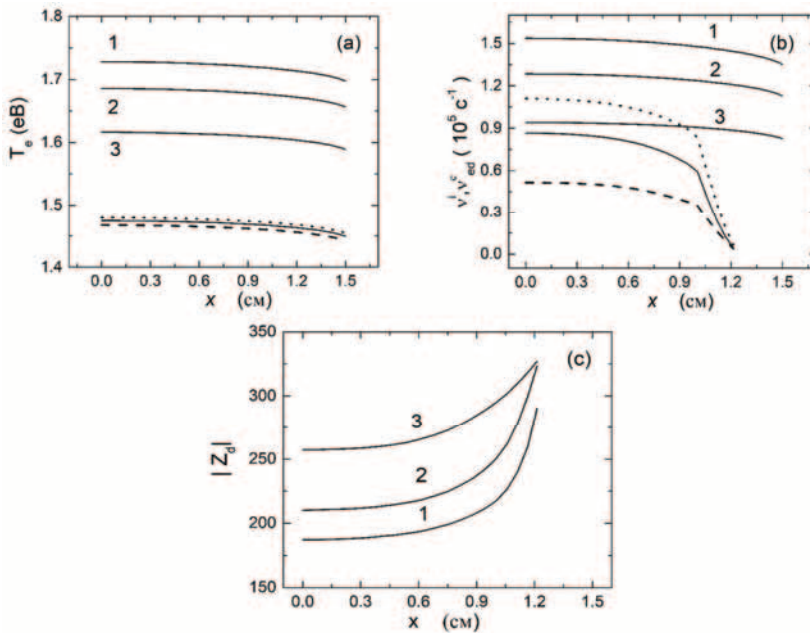


Рис. 3.9. Профілі температури електронів T_e (a), частоти іонізації ν (b) та заряду порошинок (c) для різних потужностей: $P_{in} = 0.12$ Вт/см² (криві 1), $P_{in} = 0.24$ Вт/см² (криві 2) та $P_{in} = 1.2$ Вт/см² (криві 3). Ненумеровані криві (---), (—), (···) на рис. 3.9 (a) для T_e у звичайній плазмі, а на рис. 3.9 (b) для ν_{ed}^c у запорошеній плазмі, отримано при $P_{in} = 0.12$ Вт/см², $P_{in} = 0.24$ Вт/см² та $P_{in} = 1.2$ Вт/см² відповідно. Інші умови такі самі, як і для рис. 3.8 (b)

На рис. 3.9 (a) також показано просторові розподіли температури електронів для різних потужностей у випадках запорошеної та незапорошеної плазми. З цього рисунка видно, що у звичайній плазмі T_e слабко

залежить від потужності, а у запоорошеній плазмі вона зменшується зі зростанням P_{in} . Це зменшення T_e відбувається тому, що при збільшенні потужності зростає концентрація електронів. А при фіксованій концентрації порошинок зростання n_e супроводжується зменшенням втрат електронів на порошинках у порівнянні з сумарними втратами електронів у розряді. Як це видно з рис. 3.8, при збільшенні потужності і фіксованій n_d величина n_i/n_e зменшується, що призводить до зменшення v_{ed}^c (рис. 3.9(b)) ($v_{ed}^c \sim n_i/n_e$, див. рівняння (3.6)). Заряд порошинок зростає при збільшенні P_{in} (рис. 3.9 (c)), що відбувається завдяки збільшенню кількості електронів та іонів, які осаджуються на порошинки.

Параметри електронегативної запоорошеної плазми також залежать від тиску робочого газу P . Розподіли концентрацій заряджених частинок та $n_d|Z_d|$ для різних P показано на рис. 3.10 (a) – 3.10 (c).

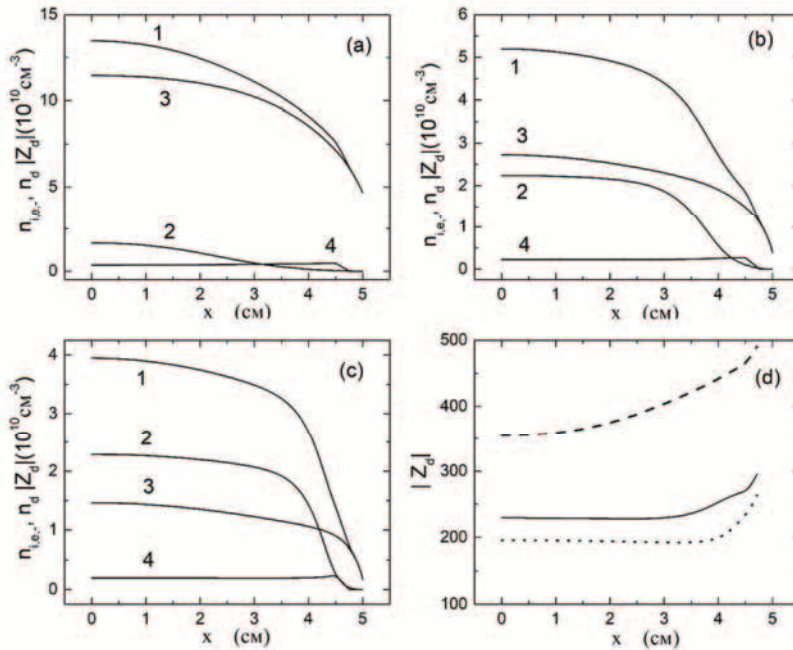


Рис. 3.10. Розподіли n_i (криві 1), n_e (криві 2), n_e (криві 3) та $n_d|Z_d|$ (криві 4) у SiH_4 запоорошеній плазмі при $L = 10$ см та різних тисках робочого газу: (a) $P = 0.01$ мм рт. ст., (b) $P = 0.1$ мм рт. ст. та (c) $P = 0.2$ мм рт. ст. Криві (---), (—) та (···) на рис. 3.10 (d) отримано при $P = 0.01, 0.1$ та 0.2 мм рт. ст. відповідно. При $x \leq 4.5$ см $n_d = 10^7 \text{ см}^{-3}$, а в області $4.5 \text{ см} \leq x \leq 4.75$ см концентрація порошинок лінійно зменшується до нуля. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.8 (d)

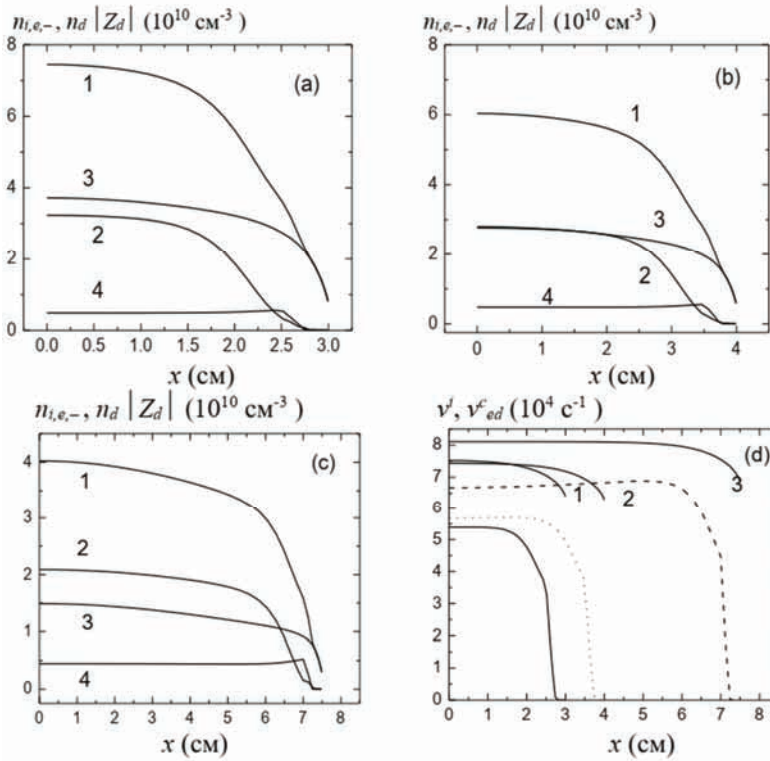


Рис. 3.11. Розподіли n_i (криві 1), n_- (криві 2), n_e (криві 3) та n_d/Z_d (криві 4) для $P = 0.1$ мм рт. ст. при різній товщині плазмового шару: (а) $L = 6$ см, (б) 8 см та (с) 15 см. Ненумеровані криві (—), (---), (---) для v_{ed}^c та нумеровані криві 1, 2 та 3 для v^j на рис. 3.11 (d) отримано при $L = 6$ см, 8 см, 15 см відповідно. Тут при $x \leq L/2 - 0.5$ см $n_d = 2 \times 10^7$ см $^{-3}$, а в області $L/2 - 0.5$ см $\leq x \leq L/2 - 0.25$ см концентрація порошинок лінійно зменшується до нуля. Інші умови такі самі, як і для рис. 3.8 (d)

З цих рисунків видно, що концентрації електронів та позитивних іонів зменшуються при збільшенні тиску робочого газу. Зменшення n_i та n_e при зростанні P відбувається завдяки збільшенню інтеграла зіткнень (3.31) у рівнянні балансу енергії (3.30).

Температура електронів також зменшується при зростанні P . За параметрів, що відповідають рис. 3.10, $T_e(x = 0)$ дорівнює 1.36, 1.44 та 2.03 еВ для $P = 0.2$, 0.1 та 0.01 мм рт. ст. відповідно. Завдяки зменшенню концентрацій електронів та позитивних іонів та температури електронів заряд порошинок також стає меншим при зростанні P (рис. 3.10 (d)).

Також було досліджено, як властивості заповненої плазми залежать від розміру плазмового шару [69]. На рис. 3.11 (а) – 3.11 (с) зображено просторові розподіли концентрацій електронів та іонів та концентрації заряду порошинок для різних розмірів плазмового шару L . З рис. 3.11 видно, що при збільшенні товщини плазмового шару та фіксованій P_{in} концентрації електронів та позитивних іонів зменшуються, а частка середньої концентрації негативних іонів до середньої концентрації електронів зростає. Збільшення відносної концентрації негативних іонів відбувається внаслідок зменшення втрат іонів за іон-іонної рекомбінації при зменшенні концентрацій іонів.

Було також розраховано температуру електронів для різної товщини плазмового шару. $T_e(x=0) = 1.57, 1.57$ та 1.59 eВ при $L = 6$ см, 8 см та 15 см відповідно. Тобто, на відміну від звичайної плазми, де температура електронів зменшується при збільшенні L , у заповненій плазмі за умов, що тут розглядаються, при зростанні товщини плазмового шару температура електронів збільшується або залишається постійною. Це відбувається тому, що при збільшенні L зростає частка v_{ed}^c / v^i .

Також було досліджено, як параметри плазми залежать від концентрації та розміру порошинок. На рис. 3.12 (а) – 3.12 (с) показано розподіли концентрацій заряджених частинок, які було отримано при різних a_d . З рис. 3.12 (а) – 3.12 (с) видно, що концентрація електронів зменшується при зростанні a_d , а профіль концентрації позитивних іонів у центрі плазмового шару стає більш однорідним.

Температура електронів також залежить від a_d . При збільшенні радіуса порошинок температура електронів зростає (рис. 3.12 (d)). Зростання T_e відбувається завдяки тому, що при збільшенні a_d зростає площа поверхні, на яку осаджуються електрони та іони, і це призводить до зростання втрат електронів та іонів на порошинках. Щоб збалансувати ці втрати, необхідна більша іонізація (рис. 3.12 (e)), яка зростає за рахунок підвищення T_e . Завдяки зростанню T_e інтеграл зіткнень J_e у рівнянні (3.30) також зростає, що при фіксованій потужності призводить до зменшення концентрації електронів.

При збільшенні поверхні порошинок, на яку осаджуються електрони та іони, частота збирання електронів (рис. 3.12 (e)) та заряд порошинок (рис. 3.12 (f)) зростають. Завдяки збільшенню заряду порошинок при зростанні a_d змінюються розподіли концентрацій заряджених частинок у плазмовому шарі (рис. 3.12 (а) – 3.12 (с)). Щоб підтримати квазінейтральність плазми, концентрація позитивних іонів стає більшою біля межі плазми, де збільшення $|Z_d|$ є найбільш суттєвим.

Зазначимо, що від розміру порошинок залежить і концентрація негативних іонів, яка дещо зростає при збільшенні a_d . Зростання n_- може відбуватися завдяки збільшенню v_{att} внаслідок зростання T_e .

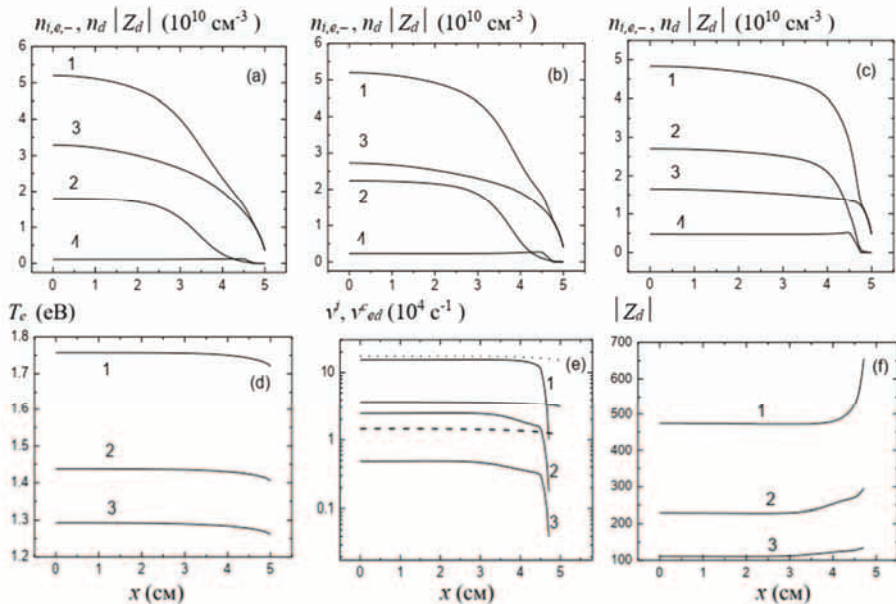


Рис. 3.12. Розподіли n_i (криві 1), n_- (криві 2), n_e (криві 3) та $n_d |Z_d|$ (криві 4) для $P = 0.1$ мм рт. ст. при різних радіусах порошинок: (а) $a_d = 50$ нм, (б) 100 нм та (с) 200 нм. Температура електронів (д), частота збирання електронів порошинками (е) та $|Z_d|$ (ф) при $a_d = 200$ нм (криві 1), 100 нм (криві 2) та 50 нм (криві 3). Ненумеровані криві (---), (—) та (···) на рис. 3.12 (е) – це розподіли ν^j для $a_d = 50, 100$ та 200 нм відповідно. Інші умови такі самі, як і для рис. 3.10

При зростанні концентрації порошинок параметри розряду змінюються приблизно так само, як і при збільшенні a_d . Це пояснюється тим, що при збільшенні n_d , як і при зростанні a_d , збільшується сумарна поверхня порошинок, що призводить до збільшення втрат електронів та іонів на цих частинках. При вивченні залежностей параметрів плазми від n_d було розглянуто також випадок, коли порошинки локалізовані біля меж плазми. При цьому вважалось, що концентрація порошинок є просторово однорідною при $4 \text{ см} < x < 4.5 \text{ см}$ і лінійно зменшується до нуля при $x = 3.75 \text{ см}$ та $x = 4.25 \text{ см}$ (крива b рис. 3.7). Розподіли концентрацій електронів та іонів і $n_d |Z_d|$ для різних концентрацій порошинок показано на рис. 3.13 (а) – 3.13 (д).

Як видно з рис. 3.13 (а) – 3.13 (д), концентрація електронів при зростанні n_d зменшується в області, де знаходяться порошинки: для $n_d = 10^6, 10^7, 3 \times 10^7$ та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ концентрація електронів при $x = 5 \text{ см}$ дорівнює $3.3 \times 10^9, 3.0 \times 10^9, 2.4 \times 10^9$ та $1.8 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Очевидно, що це зменшення n_e при зростанні n_d відбувається завдяки збільшенню кількості електронів, які осаджуються на порошинки. Завдяки зменшенню n_e біля

меж плазми зменшується тепловий потік електронів на стінки розрядної камери, і внаслідок цього втрати енергії на стінках розрядної камери також зменшуються. Це, в свою чергу, призводить до слабкого зростання концентрацій іонів та електронів у центральній частині плазмового шару. При збільшенні n_d від 10^6 до $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ температура електронів у центрі ($x = 0$) зростає від 1.217 до 1.258 eV. Це зростання, як і при збільшенні a_d , відбувається завдяки підсиленню збирання електронів порошинками. Зазначимо, що частота збирання електронів порошинками в запоорошеній області плазми може значно перевищувати частоту іонізації (рис. 3.13 (e)).

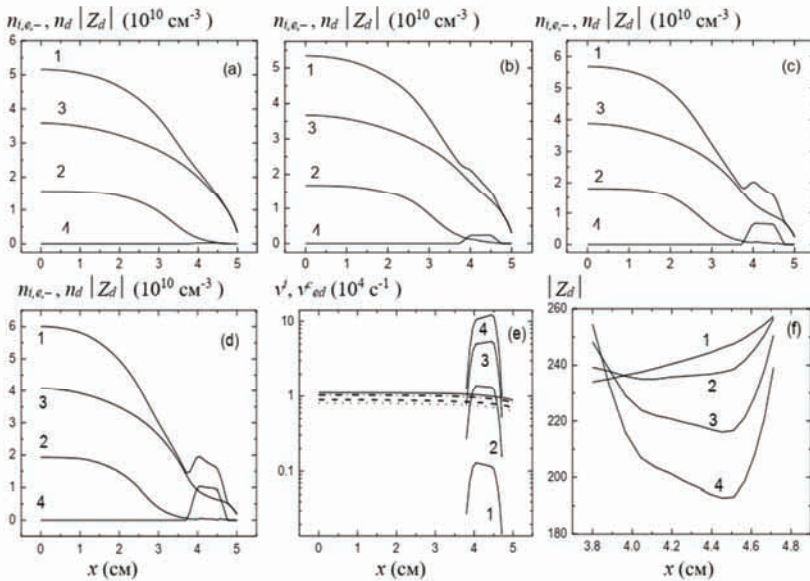


Рис. 3.13. Те саме, що і на рис. 3.12, при $P = 0.1 \text{ мм рт. ст.}$ n_d в області $4 \text{ см} < x < 4.5 \text{ см}$ дорівнює 10^6 (a), 10^7 (b), 3×10^7 (c) та 5×10^7 (d) см^{-3} відповідно. Криві 1-4 на рис. 3.13 (e) для ν_{ed}^i та для заряду порошинок на рис. 2.13 (f), а також точкова, штрихова, штрих-пунктирна та суцільна нумеровані криві на рис. 3.13 (e) для ν^i , отримано для $n_d = 10^6, 10^7, 3 \times 10^7$ та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.12

Цікаво проаналізувати просторовий розподіл заряду порошинок (рис. 3.13 (f)). При малих n_d заряд порошинок зростає монотонно в x -напрямку. Але при значних n_d він спадає в області $x < 4.5 \text{ см}$ та збільшується при $x > 4.5 \text{ см}$. Цей розподіл $|Z_d|$ є схожим до розподілу заряду порошинок в області просторового заряду біля межі плазми [93].

Властивості запорошеної плазми також залежать від іон-іонної рекомбінації [68]. Щоб з'ясувати, як параметри плазми залежать від інтенсивності цього процесу, розрахунки було проведено для різних коефіцієнтів рекомбінації (рис. 3.14). Результати розрахунків, які було отримано для $K_{rec} = 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ та інших зовнішніх умов, що і для рис. 3.14 (а), представлено на рис. 3.12 (б). З порівняння рис. 3.12 (б) та рис. 3.14 (а) видно, що при збільшенні K_{rec} концентрації іонів суттєво зменшуються, а концентрація електронів слабко змінюється. Внаслідок цього при зменшенні K_{rec} частка n_i/n_e зростає, і це призводить до збільшення частоти збирання електронів порошинками (рис. 3.14(с)), оскільки $v_{ed}^c \sim n_i/n_e$ (вираз (3.6)). Це означає, що при менших коефіцієнтах іон-іонної рекомбінації потоки електронів та іонів на порошинки є більшими. Внаслідок цього при зростанні K_{rec} температура електронів зменшується: $T_e = 1.6$ та 1.42 еВ при $K_{rec} = 10^{-8}$ та $5 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ відповідно.

З рис. 3.14 (d) видно, що заряд порошинок зростає при збільшенні K_{rec} . Це можна пояснити зменшенням частки n_i/n_e .

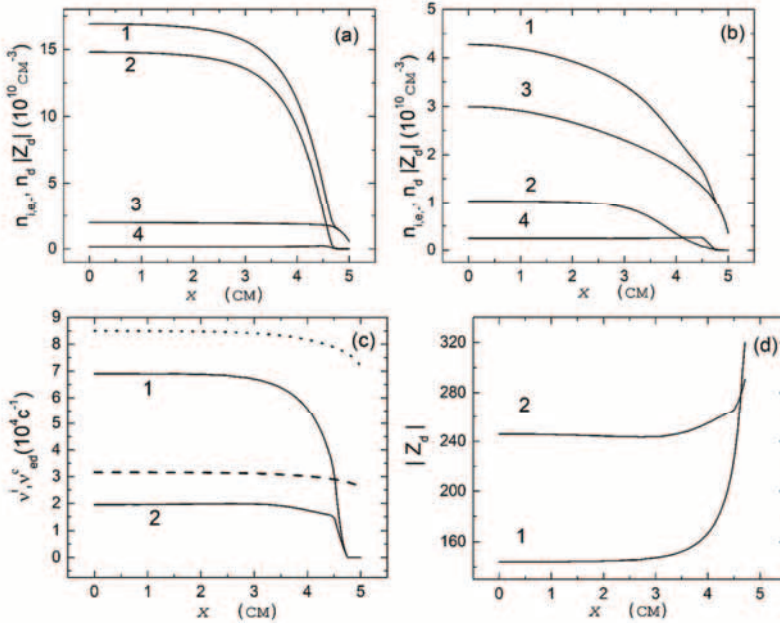


Рис. 3.14. Те саме, що і на рис. 3.13, але для $a_d = 100$ нм при $K_{rec} = 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$ (а) та $5 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ (б). Криві 1 та 2 на рис. 3.14 (с) для v_{ed}^c та на рис. 3.14 (d) для $|Z_d|$ отримано при $K_{rec} = 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$ та $5 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ відповідно. Точкова та штрихова криві на рис. 3.14 (с) для v_i відповідають $K_{rec} = 10^{-8} \text{ см}^3/\text{с}$ та $5 \times 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.12

3.3. Властивості електронегативної плазми з порошинками радіусом 5-10 нм

У моделях запорошеної плазми, які було представлено раніше в цій монографії, ігнорувалося дискретністю заряду порошинок. Тобто вважалося, що заряд порошинок змінюється неперервно, а не дискретно. В дійсності, електрони та іони поглинаються поверхнею порошинки у випадкові моменти часу та випадковими порціями [10]. Як наслідок заряд порошинки може флукутувати випадковим чином біля свого середнього значення. Якщо в одиниці об'єму багато порошинок, то можна ввести таке поняття, як функція розподілу порошинок за зарядом, яка у плазмі з низькою концентрацією порошинок ($n_d |Z_d| \ll n_e$) є близькою до функції розподілу Гаусса (див. [94] та вираз (17.2.14) з [63]) з середньоквадратичним відхиленням порядку $0.5|Z_d|^{1/2}$. При малих радіусах порошинок це відхилення може стати порівняним з їхнім середнім зарядом [95]. У цьому випадку крім середнього заряду порошинок необхідно також визначати їхню функцію розподілу за зарядом.

Крім того, при малих a_d на заряд порошинок може суттєво впливати електромагнітне випромінювання, яке виникає при переході атомів чи молекул робочого газу з одного збудженого стану до іншого. Завдяки фотоефекту негативний заряд порошинок може зменшитись, навіть стати додатним [96]. Тому модель електронегативної плазми з порошинками субмікронного радіуса, яку представлено у підрозділі 3.2, слід модифікувати перед тим, як використовувати для опису плазми з порошинками меншого радіуса.

Розглянемо електронегативну плазму з порошинками малого радіуса ($a_d = 5 - 10$ нм) у тій самій структурі, як і у попередньому підрозділі. Основні припущення, що використовувалися у підрозділі 3.2, вважаються справедливими і у цьому випадку. При цьому вважається, що просторовий розподіл концентрації порошинок відповідає залежності (а) на рис. 3.7.

За малих радіусів порошинок рівняння квазінейтральності (3.28) дещо модифікується і набуває вигляду

$$n_i - n_e - n_- + \sum_k n_d^k Z_d^k = 0, \quad (3.39)$$

де n_d^k – концентрація порошинок, які мають заряд $Z_d^k = ke$ (k – ціле число). У цьому випадку сумарна концентрація порошинок $n_d = \sum_k n_d^k$.

Як і у підрозділі 3.2, вважається, що потік позитивних іонів у x -напрямку дорівнює сумі потоків електронів та негативних іонів у цьому напрямку

$$\Gamma_i = \Gamma_e + \Gamma_- , \quad (3.40)$$

де [70]

$$\Gamma_e = [-\mu_i n_i + \mu_-(n_i - n_e + \sum_k n_d^k Z_d^k)] D_e \xi^{-1} \partial_x n_e + \mu_e n_e (D_i \partial_x n_i - \chi D_-) \xi^{-1}, \quad (3.41)$$

$$\Gamma = [\mu n + \mu_-(n - n_e + \sum_k n_d^k Z_d^k)] D \xi^{-1} \partial_x n_i - \mu n (D \partial_x n + \chi D_-) \xi^{-1}, \quad (3.42)$$

$$\xi = (\mu_i - \mu_-) n_i - (\mu_e - \mu_-) n_e - \mu_- \sum_k n_d^k Z_d^k \quad \text{та}$$

$$\chi = \partial_x n_i - \partial_x n_e + \partial_x \left(\sum_k n_d^k Z_d^k \right).$$

Рівняння балансу електронів та іонів також змінюються за малих радіусів порошинок [70]

$$\partial_t n_e + \partial_x \Gamma_e = v^i n_e - v_{at} n_e - \sum_k v_{ed}^k n_d^k, \quad (3.43)$$

$$\partial_t n_i + \partial_x \Gamma_i = v^i n_e - K_{rec} n_i n_- - \sum_k v_{id}^k n_d^k, \quad (3.44)$$

$$\partial_t n_- + \partial_x \Gamma_- = v_{at} n_e - K_{rec} n_i n_- - \sum_k v_{-d}^k n_d^k, \quad (3.45)$$

де $v_{\alpha d}^k$ – частота, з якою частинки сорту α (електрони або іони) осаджуються на порошинку із зарядом Z_d^k .

Враховуючи квазінейтральність плазми (3.39), рівняння балансу позитивних іонів (3.44) можна записати у вигляді

$$\partial_t n_i + \partial_x \Gamma_i = v^i n_e - K_{rec} n_i (n_i - n_e + \sum_k n_d^k Z_d^k) - \sum_k v_{id}^k n_d^k. \quad (3.46)$$

У цій моделі вважається, що порошинки слабо впливають на баланс енергії у розряді, тому рівняння балансу енергії для плазми з порошинками малого радіуса залишається таким самим, як і у підрозділі 3.2 (рівняння (3.30)). Крайові умови для концентрацій електронів та іонів і температури електронів також залишаються такими самими, як і у попередньому підрозділі.

Порошинки малого радіуса отримують та втрачають заряд, в основному, завдяки потокам електронів та позитивних іонів на їхню поверхню. Негативні іони також осаджуються на порошинки, але, коли $T_- \ll T_e$, їх потік є малим.

Потоки іонів та електронів на поверхню порошинок можна розрахувати за допомогою моделі обмеженого орбітального руху [18], що дозволяє

знайти частоти, з якими частинка з зарядом Z_d^k збирає електрони та іони [96],

$$\begin{aligned} v_{ed,id}^k &= n_{e,i} \pi a_d^2 u_{e,i} \exp(-q_{e,i} Z_d^k / (a_d \varepsilon_{e,i})) && \text{при } q_{e,i} Z_d^k \geq 0, \\ v_{ed,id}^k &= n_{e,i} \pi a_d^2 u_{e,i} (1 - q_{e,i} Z_d^k / (a_d \varepsilon_{e,i})) && \text{при } q_{e,i} Z_d^k < 0, \end{aligned} \quad (3.47)$$

де $u_e = (8T_e / \pi m_e)^{1/2}$, $\varepsilon_e = T_e$, $q_{e,i} = \mp e$ – заряд електрона та позитивного іона відповідно, $v_i = \Gamma_i / n_i$, $u_i = (v_i^2 + 8T_i / \pi m_i)^{1/2}$ та $\varepsilon_i = m_i u_i^2 / 2$.

Функція розподілу порошинок за зарядом визначається відносною кількістю порошинок F_k , які мають заряд ke . У квазістаціонарній плазмі справедливе наступне рекурентне співвідношення [96]:

$$F_{k+1} = F_k v_{id}^k / v_{ed}^{k+1}. \quad (3.48)$$

Починаючи розрахунки з довільного F_k та враховуючи, що $\sum_k F_k = 1$, з (3.48) можна отримати функцію розподілу порошинок за зарядом. При сумарній концентрації порошинок n_d концентрація порошинок n_d^k , що мають заряд Z_d^k , дорівнює $F_k n_d$.

Дана теоретична модель використовується для дослідження властивостей SiH₄ плазми, яка містить порошинки радіусом 5 – 10 нм. Як і у попередньому підрозділі, вважається, що іони SiH₃⁺ та SiH₃⁻ є домінуючими в цій плазмі. Систему рівнянь (3.30), (3.39) – (3.43), (3.46) – (3.48), що описує електронегативну плазму з порошинками розміром 5 – 10 нм, було розв'язано числовими методами, які описано у роботі [70]. Представляючи результати цих числових розрахунків, далі ми покажемо, як зміна зовнішніх параметрів, таких як потужність, що поглинається на одиниці площі, тиск робочого газу, а також варіації концентрації та розміру порошинок впливають на параметри плазми. Дослідження було проведено для порошинок радіусом 5, 7 та 10 нм, концентрація яких n_d варіювалася від 10⁶ до 2.0×10⁹ см⁻³. Формування порошинок такого радіуса і такої концентрації є типовим для плазми, що створюється у сумішах інертних газів з SiH₄ [72].

Спершу покажемо, як параметри плазми залежать від концентрації порошинок. На рис. 3.15 (а) представлено залежності n_i , n_- , $n_d \langle Z_d \rangle$ та n_e при $x = 0$ від сумарної концентрації порошинок. При розрахунках цих залежностей вважалось, що сумарна концентрація порошинок n_d є однорідною при $x \leq 1$ см і лінійно зменшується до нуля біля межі плазми (при 1 см $\leq x \leq 1.5$ см) (крива (а) на рис. 3.7). Тут $\langle Z_d \rangle = \sum_k n_d^k Z_d^k / n_d$. Просторові розподіли концентрації позитивних іонів для різних n_d показано на

рис. 3.15 (b). З рис. 3.15 (a) та (b) видно, що при збільшенні концентрації порошків концентрація електронів зменшується, а n_i зростає. Наночастинки також впливають на температуру електронів. При $n_d = 10^8, 5 \times 10^8$ та 10^9 см^{-3} T_e дорівнює 1.49, 1.62 та 1.72 eV відповідно. Зростання температури електронів при збільшенні концентрації наночастинок, так само як і для субмікронних частинок, відбувається завдяки збільшенню втрат електронів на порошинках. При збільшенні n_d зростає заряд, що накопичується на порошинках в одиниці об'єму $\left| \sum_k n_d^k Z_d^k \right|$ (крива 3 на рис. 3.15 (a)).

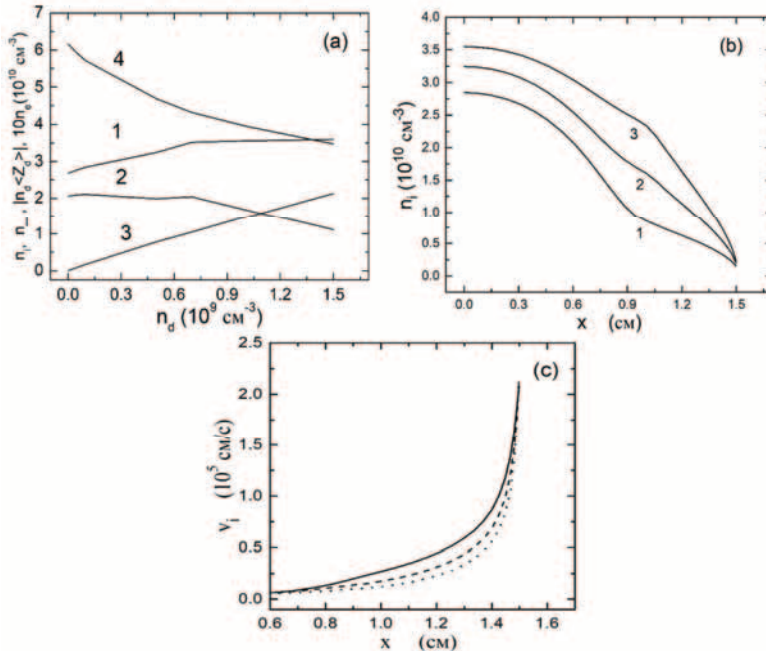


Рис. 3.15. n_i (крива 1), n_- (крива 2), $n_d \left| \langle Z_d \rangle \right|$ (крива 3) та $10 n_e$ (крива 4)

при $x = 0$ для $L = 3 \text{ см}$, $a_d = 10 \text{ нм}$, $P = 0.1 \text{ мм рт. ст.}$ та $P_m = 0.12 \text{ Вт/см}^2$ залежно від концентрації наночастинок (а). Розподіли концентрації позитивних іонів (b) та швидкості позитивних іонів (c) при тих самих умовах, як і для рис. 3.15 (a). Криві 1, 2 та 3 на рис. 3.15 (b) та (—), (---), (····) на рис. 3.15 (c) отримано при $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $5.0 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$ та 10^9 см^{-3} відповідно

Достатньо суттєве зростання величини $\left| \sum_k n_d^k Z_d^k \right|$ відносно концентрації іонів спостерігається при $x \sim 1 \text{ см}$ і для того, щоб підтримати квазінейтральність плазми при збільшенні n_d , концентрація позитивних іонів також істотно збільшується поблизу $x = 1 \text{ см}$ (рис. 3.15(b)). Збільшення n_i поблизу $x = 1 \text{ см}$ викликає зменшення просторових градієнтів концентрації

позитивних іонів та дрейфової швидкості позитивних іонів (рис. 3.15(с)) у центрі плазми ($x \leq 1$ см).

З рис. 3.15 (а) видно, що за малих концентрацій наночастинок ($n_d \leq 7 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$) концентрація негативних іонів слабо залежить від n_d , а за достатньо високих їх концентрацій величина n_- зменшується при збільшенні n_d . Таку нелінійну залежність n_- від n_d можна пояснити тим, що концентрація негативних іонів залежить від прилипання електронів до нейтральних частинок. А інтенсивність прилипання також залежить від концентрації та температури електронів.

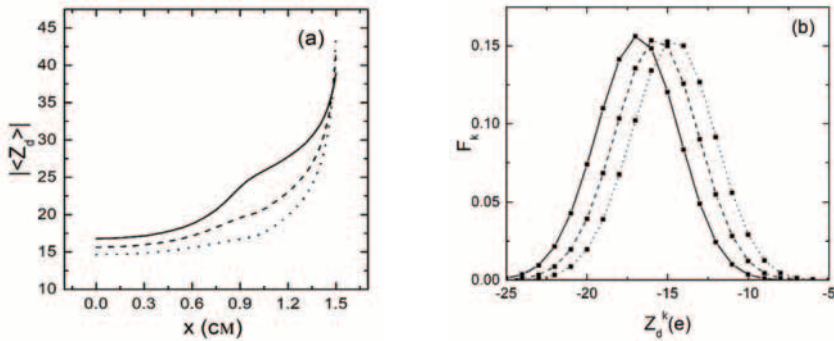


Рис. 3.16. Просторовий розподіл $\langle Z_d \rangle$ (а) та функція розподілу наночастинок за зарядом F_k при $x = 0.16$ см (b) для різних концентрацій наночастинок. Криві (—), (---) та (····) отримано при $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $5.0 \times 10^8 \text{ см}^{-3}$ та 10^9 см^{-3} відповідно. Зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.15

Зменшення концентрації електронів при збільшенні n_d супроводжується зменшенням середнього заряду порошинок (рис. 3.16 (а)). Оскільки при збільшенні n_d середній заряд порошинок зменшується, то функція розподілу порошинок за зарядом (ФРПЗ) зсувається в область меншого заряду (рис. 3.16 (b)). При цьому висота ФРПЗ трошки зменшується.

Розглянемо, як параметри плазми залежать від розміру наночастинок. На рис. 3.17(а) – 3.17(с) представлено розподіли концентрацій заряджених частинок для різних a_d . При отриманні цих профілів вважалося, що сумарна концентрація порошинок є однорідною при $x \leq 4.5$ см і зменшується лінійно до нуля при $4.5 \text{ см} \leq x \leq 5$ см. З рис. 3.17 (а) та 3.17 (b) видно, що при збільшенні a_d концентрація електронів зменшується, а концентрація позитивних іонів трошки зростає. При зростанні a_d розподіл концентрації позитивних іонів у центрі плазми стає більш однорідним. При $a_d = 5, 7$ та 10 нм температура електронів у центрі плазми дорівнює 1.53, 1.64 та 1.83 еВ відповідно. Зростання T_e обумовлено збільшенням втрат електронів на порошинках. Збільшення температури електронів призводить до збіль-

шення втрат енергії електронами у зіткненнях з молекулами робочого газу, що описується доданком J_e у рівнянні (3.30), і при постійній величині P_{in} це супроводжується зменшенням концентрації електронів.

При зростанні розміру порошинок їхній середній заряд $|\sum_k n_d^k Z_d^k / n_d|$ збільшується (рис. 3.17(d)), що призводить до більшої однорідності n_i у центральній частині розряду. За зовнішніх умов, які тут розглядаються, концентрація негативних іонів практично не залежить від розміру порошинок (рис. 3.17(c)). При зменшенні a_d функція розподілу порошинок за зарядом стає вузкою і зсувається в область меншого заряду.

Параметри розряду також залежать від потужності P_{in} , що поглинається на одиниці площі. На рис. 3.18 (а) зображено залежності n_i , n_- , $n_d \langle Z_d \rangle$ та n_e при $x = 0$ від P_{in} . Тут і надалі, де це додатково не обговорюється, просторовий розподіл n_d є таким самим, як і для рис. 3.17.

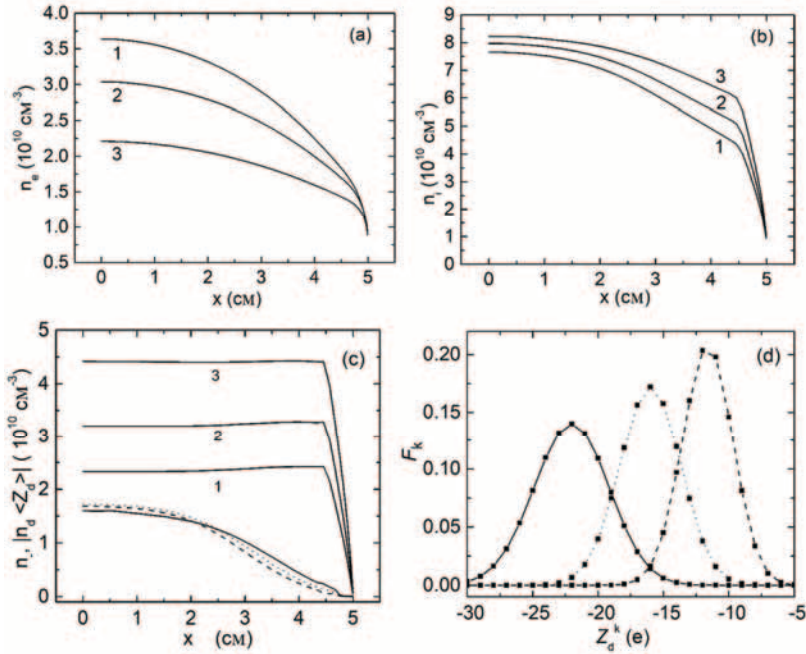


Рис. 3.17. Просторові розподіли n_e (a), n_i (b) та $n_d \langle Z_d \rangle$ (c) при $L = 10 \text{ см}$, $P_{in} = 1.2 \text{ Вт/см}^2$, $P = 0.05 \text{ мм рт. ст.}$, $n_d = 2.0 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$ залежно від радіуса наночастинок: (1) 5 нм, (2) 7 нм та (3) 10 нм. Криві (---), (---), (—) на рис. 3.17 (c) для n_- , а також на рис. 2.17 (d) для F_k (при $x = 0.52 \text{ см}$) отримано при $a_d = 5, 7$ та 10 нм відповідно

З рис. 3.18 (а) видно, що при зростанні P_{in} збільшуються концентрації усіх заряджених частинок. Температура електронів у центрі плазми ($x = 0$)

при $P_{in} = 0.3, 2.4$ та 4.8 Вт/см² дорівнює 1.83, 1.63 та 1.6 еВ відповідно, тобто T_e збільшується при зменшенні потужності. Збільшення температури електронів при зменшенні P_{in} відбувається завдяки взаємодії електронів та іонів з порошинками. Зі зменшенням P_{in} при постійній концентрації порошинок частка $n_d \langle |Z_d| \rangle$ до n_e зростає, що призводить до збільшення втрат електронів та іонів на порошинках у порівнянні з їхньою загибеллю на межах плазми. Зростання відносних втрат електронів на порошинках і призводить до збільшення температури електронів у плазмовому об'ємі.

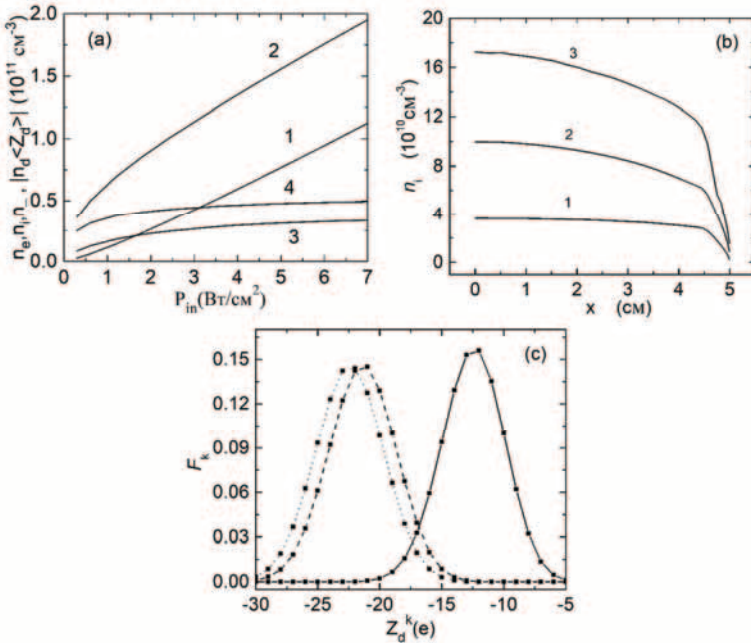


Рис. 3.18. Концентрації електронів (1), позитивних (2) та негативних (3) іонів та $n_d \langle |Z_d| \rangle$ (4) при $x = 0$ залежно від P_{in} (а). Просторовий розподіл концентрації позитивних іонів (б) та F_k при $x = 0.52$ см (с). Криві 1–3 на рис. 3.18 (б) та криві (—), (---), (---) на рис. 3.18 (с) отримано при $P_{in} = 0.3, 2.4$ та 4.8 Вт/см² відповідно. Тут $P = 0.1$ мм рт. ст., $n_d = 2.0 \times 10^9$ см⁻³, $a_d = 10$ нм

Просторові розподіли концентрації позитивних іонів для різних P_{in} показано на рис. 3.18 (б). Як і при збільшенні розміру порошинок (підсиленні взаємодії електронів та іонів з порошинками), при зменшенні P_{in} розподіл концентрації іонів стає більш плоским у центральній частині розряду. Концентрація негативних іонів зростає при збільшенні P_{in} завдяки збільшенню концентрації електронів, які генерують негативні іони під час зіткнень електронів з нейтральними частинками (рис. 3.18 (а)). Середній

заряд порошинок також зростає зі збільшенням P_{in} , що відбувається завдяки зростанню потоків іонів та електронів на порошинки, а висота ФРПЗ при зростанні P_{in} дещо зменшується (рис. 3.18 (с)).

Дослідимо, як параметри запоорошеної плазми з наночастинками залежать від тиску робочого газу. На рис. 3.19 (а) – 3.19 (с) показано розподіли концентрацій заряджених частинок, які було отримано за різних тисків робочого газу. З цих рисунків видно, що концентрації електронів та позитивних іонів зменшуються при збільшенні P . Температура електронів також зменшується при зростанні тиску робочого газу. $T_e(x=0)$ дорівнює 1.57, 1.69 та 1.83 eV при $P = 0.2, 0.1$ та 0.05 мм рт. ст. відповідно. Це зниження n_e у SiH_4 плазмі при зростанні P може відбуватися завдяки збільшенню втрат енергії електронів у зіткненнях з молекулами робочого газу, що описується величиною J_e у рівнянні (3.30). Величина J_e зростає тому, що у SiH_4 плазмі, на відміну від Ar плазми, істотна частина енергії електронів втрачається в непружних електрон-нейтральних зіткненнях з достатньо низькою енергією збудження (0.1 - 0.3 eV).

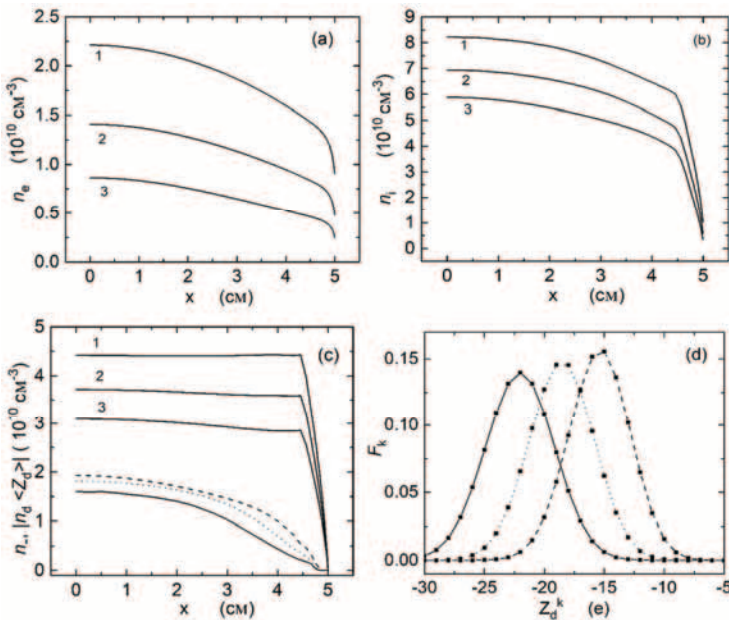


Рис. 3.19. Профілі n_e (а), n_i (б) та $n_{-} \langle Z_d^k \rangle$ (с) для $P_{in} = 1.2 \text{ Вт/см}^2$ та різних тисків робочого газу: 0.05 мм рт. ст. (крива 1), 0.1 мм рт. ст. (крива 2) та 0.2 мм рт. ст. (крива 3). Криві (—), (---) та (---) на рис. 3.19 (с) для n_{-} та на рис. 3.19 (д) для F_k (при $x = 0.52$ см) отримано при $P = 0.05, 0.1$ та 0.2 мм рт. ст. відповідно. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.18

При збільшенні тиску робочого газу концентрація негативних іонів зростає, що може відбуватися завдяки збільшенню концентрації нейтральних частинок. Оскільки концентрація та температура електронів при зростанні P стають меншими, середній заряд наночастинок також зменшується (рис. 3.19 (d)). При цьому висота функції розподілу порошинок за зарядом збільшується.

Концентрації електронів та іонів також залежать від розміру плазмового шару [71]. При збільшенні L концентрації електронів та іонів зменшуються (рис. 3.20 (a)).

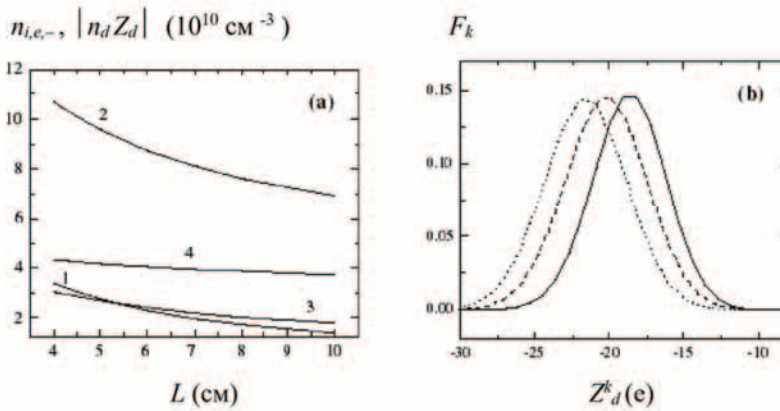


Рис. 3.20. (a) n_e (1), n_i (2), n_- (3) та $n_d \langle Z_d \rangle$ (4) при $x = 0$ залежно від L . Криві (—), (---) та (···) на рис. 3.20 (b) для F_k (при $x = 0$) отримано при $L = 10, 6$ та 4 см відповідно. Тут $P = 0.1$ мм рт. ст., концентрація порошинок є однорідною (крім граничних областей завтовшки 0.5 см), а інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.19

Це відбувається тому, що зменшується потужність, яка поглинається в одиниці об'єму, P_{in}/L . За даних зовнішніх умов ($L = 4 - 10$ см) температура електронів слабо залежить від L ($T_e \approx 1.7$ eV). Зазначимо, що у плазмі без порошинок температура електронів зазвичай зменшується при зростанні розмірів плазми [80]. Ця різниця між залежностями T_e від L у запорошеній та звичайній плазмі спостерігається тому, що у запорошеній плазмі, як це було показано раніше, температура електронів зростає при збільшенні відношення n_d/n_e . Тобто за даних умов зменшення T_e завдяки зростанню розміру плазми компенсується зростанням температури електронів під впливом збільшення величини n_d/n_e . Зменшення концентрації електронів зі збільшенням L при практично сталій T_e природно супроводжується зменшенням середнього заряду порошинок (рис. 3.20 (b)).

На процес зарядження наночастинок можуть впливати різні процеси, що відбуваються у плазмі газового розряду. Це – емісія електронів з порошинок, що спричинена фотоефектом (фотоемісія) та вторинною емісією електронів (завдяки бомбардуванню порошинок високоенергетичними електронами, що генеруються при бомбардуванні електродів потоками іонів), та емісія електронів при зіткненнях порошинок з молекулами або атомами робочого газу, які перебувають у збуджених станах. Враховуючи ці процеси, рекурентне співвідношення (3.48) для функції розподілу частинок за зарядом модифікується до [96]

$$F_{k+1} = F_k (v_{id}^k + v_\gamma + v_{qu} + v_{se}) / v_{ed}^{k+1}, \quad (3.49)$$

де v_γ, v_{qu} та v_{se} – частоти заряджання (або розряджання) порошинок завдяки емісії електронів при фотоефекті, при зіткненнях з нейтральними частинками, які перебувають у збуджених станах, та завдяки вторинній емісії. За типових експериментальних умов $v_\gamma \gg v_{qu}, v_{se}$ (див. рис. 8 роботи [96]). Тому при розрахунках заряду порошинок у роботі [70] було враховано тільки вплив фотоефекту. Визначення величини v_γ є дуже складною задачею, і тому при числових розрахунках величина v_γ варіювалася як зовнішній параметр.

Фотоемісія електронів з порошинок також впливає на баланс електронів у розряді. Щоб врахувати цей вплив, до правої частини рівняння (3.43) було додано доданок $v_\gamma n_d$.

Розрахунки проводилися при $v_\gamma = 10^3, 10^5, 10^6 \times n_e/n_e(0) \text{ c}^{-1}$, де $n_e(0)$ – концентрація електронів при $x = 0$. Присутність $n_e/n_e(0)$ у виразі для v_γ дозволяє врахувати просторову неоднорідність розподілу нейтральних частинок у збудженому стані (див. рівняння (4) та (19) роботи [96]) і, таким чином, просторову неоднорідність розподілу v_γ . Зазначимо, що величина v_γ , яку було розраховано у роботі [96] для SiH₄/Ag плазми при експериментальних умовах роботи [72], варіювалася у діапазоні $10^3 - 10^6 \text{ c}^{-1}$.

Просторові розподіли концентрацій частинок плазми, які було розраховано за різних частот фотоемісії, показано на рис. 3.21 (а)–3.21 (с).

З цих рисунків видно, що при збільшенні частоти фотоемісії концентрація електронів зростає, а n_i зменшується. Фотоемісія також впливає на температуру електронів. $T_e(0) = 1.83, 1.82$ та 1.72 eV для $v_\gamma = 10^3, 10^5$ та $10^6 \times n_e/n_e(0) \text{ c}^{-1}$ відповідно. При збільшенні v_γ зростає кількість електронів, які емітуються з порошинок, що спричиняє зменшення їх середнього заряду (рис. 3.21 (с), (d)). Таким чином, завдяки фотоемісії електронів

з поверхні порошинок сумарні втрати електронів у розряді зменшуються. Це призводить до зменшення температури електронів, від якої залежить інтенсивність іонізації плазми, а також до збільшення концентрації електронів (рис. 3.21(a)).

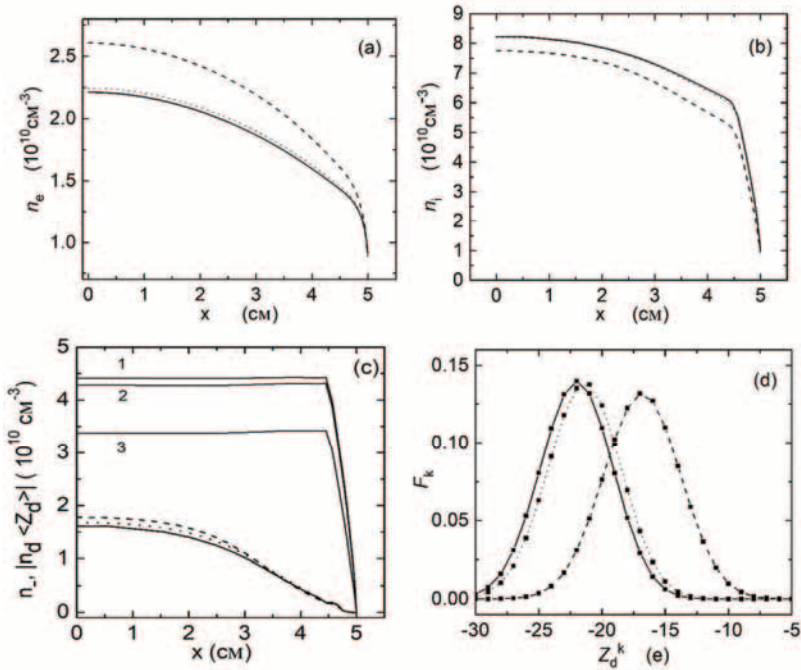


Рис. 3.21. Те саме, що і на рис. 3.19, але для $P = 0.05$ мм рт. ст. та частот фотоemisії: $v_\gamma = 10^3$ (—), 10^5 (⋯) та 10^6 (---) $\times n_e/n_e(0) \text{ c}^{-1}$. Криві 1–3 на рис. 3.21 (c) відповідають $n_d \langle Z_d \rangle$ при $v_\gamma = 10^3, 10^5$ та $10^6 \times n_e/n_e(0) \text{ c}^{-1}$ відповідно. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 3.19

Завдяки зменшенню заряду порошинок при зростанні v_γ вплив порошинок на розподіл концентрації позитивних іонів слабшає, і n_i зменшується в усьому плазмовому шарі (рис. 3.21 (b)). Концентрація негативних іонів зростає при збільшенні v_γ (рис. 3.21 (c)), що можна пояснити збільшенням n_e . З рис. 3.21 (d) також видно, що при зростанні v_γ висота функції розподілу порошинок за зарядом зменшується, і це узгоджується з результатами, що представлено у роботі [96].

3.4. Висновки до третього розділу

Отже, у цьому розділі представлено гідродинамічні моделі для розрядів низького тиску, які містять порошинки. Зокрема побудовано одновимірну модель ємнісного заповишеного розряду, в якому основним робочим газом є аргон. За допомогою цієї моделі показано, як порошинки впливають на поглинання енергії у розряді (враховуючи омичне нагрівання у розряді та стохастичне нагрівання у шарах просторового заряду біля електродів), просторовий розподіл інтенсивності випромінювання атомів аргону на довжині хвилі 660.45 нм, розмір шарів просторового заряду, високочастотне електричне поле, а також на енергію іонів, з якою вони бомбардують електроди. Надано результати числових розрахунків, які проведено за умов, відповідних до тих, що спостерігались в експерименті науковців Рурського університету [29, 30]. Результати числових розрахунків добре узгоджуються з експериментальними даними німецьких науковців.

Представлено також гідродинамічні моделі для розрядів низького тиску, що містять порошинки та негативні іони. За допомогою цих моделей з'ясовано, як параметри плазми цих розрядів залежать від зовнішніх параметрів (тиску робочого газу, потужності, що поглинається на одиниці площі, та ширини плазмового шару) та розміру і концентрації порошинок.

Зокрема показано, що температура електронів у SiH_4 заповишеній плазмі може бути зменшеною за рахунок підвищення тиску робочого газу та зменшення розміру і концентрації порошинок. На відміну від звичайної плазми, де температура електронів слабко залежить від потужності, що поглинається у розряді, у заповишеній плазмі T_e зростає при зменшенні P_{in} . Це відбувається тому, що при фіксованих концентрації та розмірі порошинок вплив порошинок на інші частинки плазми зростає при зменшенні потужності, що вводиться до розряду.

Керування температурою електронів є важливим у деяких технологічних процесах. Наприклад, у роботі [97] зазначається, що для отримання якісних кремнієвих плівок необхідно вирощувати ці плівки у плазмі з низькою T_e . З іншого боку, для інтенсифікації хімічних реакцій у газовому розряді та для прискорення осадження частинок з плазми на зразки, що обробляються цією плазмою, корисно підвищувати температуру електронів. Від T_e також залежить швидкість формування порошинок у плазмі [18, 98].

Результати розрахунків показують, що концентрація SiH_3^- також сильно залежить від зовнішніх параметрів та концентрації і розміру порошинок. Керування концентрацією SiH_3^- у розрядах, які підтримуються у сумішах різних газів з SiH_4 , є необхідним тому, що негативні іони SiH_3^- відіграють важливу роль при формуванні порошинок [98]. Концентрацію n_- можна збільшити за рахунок збільшення потужності, що погли-

нається у розряді (рис. 3.8 та 3.18), або тиску робочого газу (рис. 3.19 (с)). При збільшенні концентрації порошинок концентрація SiH_3^- зменшується (рис. 3.15 (а)). У деяких випадках n_- можна збільшити, збільшуючи розмір порошинок (рис. 3.12).

У запорошеній плазмі просторовий розподіл концентрації позитивних іонів також може ефективно змінюватися. Коли просторовий розподіл концентрації порошинок є близьким до однорідного, при збільшенні відносного заряду порошинок в одиниці об'єму $n_a \langle Z_a \rangle / n_i$ розподіл n_i стає більш однорідним (рис. 3.12 та 3.15 (b)). Це відбувається тому, що при просторово однорідному розподілі порошинок величина $n_a \langle Z_a \rangle / n_i$ є максимальною біля межі плазми і, щоб підтримати квазінейтральність плазми, n_i сильно зростає в цій області у порівнянні з концентрацією іонів у цій області в звичайній плазмі.

Функція розподілу порошинок за зарядом також залежить від зовнішніх параметрів. Середній заряд порошинок (його абсолютне значення) збільшується при зростанні потужності, що поглинається на одиниці площі, та зменшенні тиску робочого газу (рис. 3.9, 3.10, 3.18 (с) та 3.19 (d)).

У цьому розділі також показано, що електромагнітне випромінювання, яке виникає при переході електронів з одного енергетичного рівня на інший в молекулах (або атомах) робочого газу, може суттєво впливати на заряд порошинок, концентрацію та температуру електронів та концентрації позитивних та негативних іонів. Під впливом цього випромінювання зменшуються середній заряд порошинок, концентрація позитивних іонів та температура електронів і збільшуються концентрації електронів та негативних іонів.

Розділ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ АРГОНОВОЇ ПЛАЗМИ, ЯКА МІСТИТЬ ПОРОШИНКИ СУБМІКРОННОГО РОЗМІРУ, У КІНЕТИЧНОМУ НАБЛИЖЕННІ

При теоретичному вивченні запорошеної плазми зазвичай використовуються гідродинамічні моделі, в яких вважається, що розподіли електронів та іонів за енергіями є максвеллівськими [9, 18]. Але у багатьох джерелах плазми, таких як індукційні або ємнісні розряди, функція розподілу електронів за енергією відрізняється від максвеллівської [99, 100]. Відхилення розподілу електронів від максвеллівського відбувається завдяки прискоренню електронів в електромагнітних полях та завдяки різним непружним зіткненням у плазмовому об'ємі [101]. Параметри плазми, такі як температура електронів, концентрації іонів та електронів і заряд порошинок (для запорошеної плазми), залежать від функції розподілу електронів за енергією (ФРЕЕ) [18, 63].

Деякими авторами було розроблено моделі запорошеної плазми, в яких не припускалося, що ФРЕЕ є максвеллівською. Зокрема в роботі [102] було запропоновано модель «частинка у сітці/Монте-Карло», а в роботі [103] – гібридну Монте-Карло/ молекулярно-динамічну модель для визначення функції розподілу електронів за енергією та інших параметрів запорошеної плазми. Але ці числові моделі доволі складні, числові коди на базі цих моделей, як правило, не є загальнодоступними, і для розрахунків параметрів розряду за допомогою цих моделей потрібно багато комп'ютерного часу. З іншого боку, ФРЕЕ у звичайній плазмі (без порошинок) у багатьох випадках може бути отримана з рівняння Больцмана, використовуючи підхід Лоренца [101, 104].

У роботі [105] рівняння Больцмана для ФРЕЕ у запорошеній плазмі було розв'язано, використовуючи підхід Лоренца, і вивчалось, як порошинки впливають на функцію розподілу електронів за енергією. Але в цій роботі амплітуда ВЧ електричного поля, що підтримує плазму, була зовнішнім параметром.

У даному розділі представлено просторово-усереднені та одновимірну моделі запорошеної плазми, в яких електричне поле, що підтримує плазму, описується самоузгоджено з іншими параметрами розряду [81, 106 - 109]. ФРЕЕ отримується з рівняння Больцмана, використовуючи підхід Лоренца. У підрозділі 4.1 надано основні рівняння цих моделей запорошеної плазми та основні припущення, які використовувалися при формулюванні цих

моделей. У підрозділах 4.2 та 4.5 параметри запорошеної плазми досліджено за допомогою просторово-усереднених моделей розряду, а в підрозділах 4.3 та 4.4 – за допомогою одновимірної моделі. У підрозділі 4.6 показано, що у деяких випадках ФРЕЕ у запорошеній плазмі може бути описана аналітично. Надано вирази для ФРЕЕ та з'ясовано, за яких зовнішніх умов можна використовувати аналітичний підхід.

4.1. Обґрунтування моделей запорошеної плазми

У цьому підрозділі сформульовано основні рівняння та припущення просторово-усереднених та одновимірної моделей запорошеної плазми [81, 106 - 109]. Розглянуто запорошену аргонну плазму, яка складається з електронів, однозарядних позитивних іонів та порошинок субмікронного радіуса.

Як відомо, функція розподілу електронів за швидкістю $F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ в електричному полі \mathbf{E} описується рівнянням Больцмана [104, 110]

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v} F) - \nabla_{\mathbf{v}} \cdot \left(\frac{e\mathbf{E}}{m_e} F \right) = \left(\frac{\delta F}{\delta t} \right)_c, \quad (4.1)$$

де $(\delta F / \delta t)_c$ – інтеграл зіткнень, що враховує виникнення та зникнення електронів зі швидкістю \mathbf{v} в околі точки \mathbf{r} в одиницю часу за рахунок різних зіткнень.

Функцію F нормовано так, що $n_e(\mathbf{r}, t) = \int F d^3 v$. Вважається, що електричне поле $\mathbf{E} (= \mathbf{E}^{(0)} + \text{Re}(\mathbf{E}^{(1)} e^{i\omega t}))$ складається з поля просторового заряду ($\mathbf{E}^{(0)} = \mathbf{E}_s$) та зовнішнього змінного електричного поля з амплітудою $\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}_p$ та частотою ω .

У багатьох випадках функція розподілу електронів за швидкістю є близькою до сферично-симетричної функції, і її можна представити у вигляді суми (підхід Лоренца) [104, 110]:

$$F(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \approx F_0(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + (\mathbf{v}/v) \cdot \mathbf{F}_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (4.2)$$

де ізотропна частина F_0 описує хаотичний рух електронів, а \mathbf{F}_1 – спрямований рух електронів в електричному полі. При цьому $F_0 \gg F_1$.

Представлення (4.2) є справедливим, коли [99, 100, 104]: (i) довжина вільного пробігу електронів λ_e є значно меншою за характерний розмір плазми L , тобто $\lambda_e \ll L$; (ii) енергія, яку отримує електрон від електричного поля між зіткненнями, є меншою за середню теплову енергію електронів;

(iii) амплітуда осциляцій електронів у змінному електричному полі менша за відстань L .

Надалі вважається, що ізотропна функція F_0 не залежить від часу, що є справедливим для звичайної (без порошинок) плазми, коли [111, 112]

$$\omega > (2m_e / m_i) \langle v_{em} \rangle + \langle v^* \rangle, \quad (4.3)$$

де v^* – сумарна частота непружних зіткнень, а v_{em} – частота пружних зіткнень електронів з атомами (або молекулами) робочого газу. Дужки $\langle \rangle$ позначають середню за часом та енергією величину. У випадку запоорошеної плазми до правої частини нерівності (4.3) слід додати доданки $(2m_e / m_d) \langle v_{ed}^e \rangle + \langle v_{ed}^c \rangle$, де v_{ed}^e та v_{ed}^c – частоти пружних та непружних зіткнень електронів з порошинками, m_d – маса порошинки.

Якщо підставити (4.2) до рівняння (4.1), то отримаємо [100, 101]:

$$\begin{aligned} & \frac{2e}{3m_e} \frac{u^{3/2}}{v_m} \left[-\nabla_r^2 F_0 + \nabla_r \cdot \left(\mathbf{E}_s \cdot \frac{\partial F_0}{\partial u} \right) \right] - \\ & \qquad \qquad \qquad \text{(I)} \qquad \qquad \qquad \text{(II)} \\ & - \frac{2e}{3m_e} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{v_m} (-\mathbf{E}_s \cdot \nabla_r) F_0 + \frac{u^{3/2}}{v_m} \left(|\mathbf{E}_s|^2 + \frac{|\mathbf{E}_p|^2}{2} \frac{v_m^2}{v_m^2 + \omega^2} \right) \frac{\partial F_0}{\partial u} \right] \approx C_0(F_0), \\ & \qquad \qquad \qquad \text{(III)} \qquad \qquad \text{(IV)} \qquad \qquad \text{(V)} \end{aligned} \quad (4.4)$$

де $u = m_e v^2 / 2e$, а $v_m \approx v_{em} + v_{ed}^e$. $C_0(F_0)$ – функція, що описує зіткнення електронів з нейтральними частинками, порошинками та електронами. Тут F_0 нормовано так, що $\int F_0(u) \sqrt{u} du = n_e$.

Доданок (I) у рівнянні (4.4) описує вільну дифузію електронів, а доданок (II) – вплив поля \mathbf{E}_s на спрямований рух електронів. Перенос енергії завдяки неоднорідності поля просторового заряду враховано доданком (III). Передача енергії електронам від поля просторового заряду та змінного електричного поля враховується (IV) та (V) доданками відповідно.

Рівняння (4.4) схоже на рівняння для ФРЕЕ у плазмі без порошинок [101]. Але у даному випадку у виразах для $C_0(F_0)$ та v_m враховано зіткнення електронів з порошинками.

Коли довжина вільного пробігу електронів менша за розміри системи, доданки (III) та (IV) є меншими за інші доданки цього рівняння [101]. У цьому випадку

$$\begin{aligned} & \frac{2e}{3m_e} \frac{u^{3/2}}{v_m} \left[-\nabla_r^2 F_0 + \nabla_r \cdot \left(\mathbf{E}_s \cdot \frac{\partial F_0}{\partial u} \right) \right] - \\ & - \frac{2e}{3m_e} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{v_m} \frac{|\mathbf{E}_p|^2}{2} \frac{v_m^2}{v_m^2 + \omega^2} \frac{\partial F_0}{\partial u} \right] \approx C_0(F_0). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Рівняння (4.5) може бути додатково спрощеним, коли $F_0 = n_e(\mathbf{r})f_0(u)$, де функцію $f_0(u)$ нормовано так, що $\int_0^\infty f_0(u)\sqrt{u}du = 1$. Таке розділення змінних можливо за умови, що [113]

$$\mathbf{E}_s \approx -\frac{u_s \nabla_r n_e}{n_e}, \quad (4.6)$$

де $u_s = -(D_e - D_a)/\mu_e$, D_e та D_a – коефіцієнти дифузії та амбіполярної дифузії електронів відповідно, а μ_e – рухливість електронів. У підрозділі 4.5 буде показано, коли залежність електричного поля від концентрації електронів (4.6) має місце. Коли справедливе рівняння (4.6), то рівняння (4.5) спрощується до [105, 113]

$$\frac{2e}{3m_e} \frac{u^{3/2}}{v_m \Lambda_e^2} \left(f_0 + u_s \frac{\partial f_0}{\partial u} \right) - \frac{2e}{3m_e} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{v_m} \left(\frac{|\mathbf{E}_p|^2}{2} \frac{v_m^2}{v_m^2 + \omega^2} \right) \frac{\partial f_0}{\partial u} \right] \approx S_0(f_0), \quad (4.7)$$

де $S_0(f_0) = S_{ea}(f_0) + S_{ed}(f_0) + S_{ee}(f_0)$. Інтеграли зіткнень $S_{ea}(f_0)$, $S_{ed}(f_0)$ та $S_{ee}(f_0)$ описують зіткнення електронів з нейтральними частинками, порошинками та електронами відповідно. Λ_e – ефективна довжина дифузії.

Інтеграл електрон-нейтральних зіткнень $S_{ea}(f_0)$ складається з декількох доданків. Пружні зіткнення описуються доданком

$$S_{ea}^e(f_0) = \frac{d}{du} \left[\frac{2m_e}{m_i} u^{3/2} v_{em}(u) \left(f_0 + T_g \frac{df_0}{du} \right) \right], \quad (4.8)$$

де T_g – температура нейтрального газу. Вона вважається рівною кімнатній температурі (0.026 eV). Член, що описує збудження атомів нейтрального газу, має вигляд

$$S_{ea}^{exc}(f_0) = \sum_k \left[v_{ea}^k(u + V_k) f_0(u + V_k) (u + V_k)^{1/2} - v_{ea}^k(u) f_0(u) u^{1/2} \right], \quad (4.9)$$

де v_{ea}^k – частота збудження атомів аргону з основного стану до k -го збудженого стану з енергією збудження V_k .

Процес іонізації описується доданком [110]

$$S_{ea}^i(f_0) = 4v_{ea}^i(2u + V_i)f_0(2u + V_i)(2u + V_i)^{1/2} - v_{ea}^i(u)f_0(u)u^{1/2}, \quad (4.10)$$

де V_i – енергія іонізації, а v_{ea}^i – частота іонізації.

Член $S_{ee}(f_0)$, що описує електрон-електронні зіткнення, має вигляд [113]

$$S_{ee}(f_0) = \frac{d}{du} \left[2u^{3/2} v_{ee}(u) \left(f_0 G(u) + H(u) \frac{df_0}{du} \right) \right], \quad (4.11)$$

де $H(u) = \frac{2}{3} \left(\int_0^u u^{3/2} f_0(u) du + u^{3/2} \int_u^\infty f_0(u) du \right)$, $G(u) = \int_0^u u^{1/2} f_0(u) du$,

$v_{ee}(u) = 4\pi \left(e^2 / m_e \right)^2 n_e \ln \Lambda / v^3$ та $\ln \Lambda$ – кулонівський логарифм.

Транспортні перерізи зіткнень для визначення частот електрон-атомних зіткнень в аргонівій плазмі було взято з роботи [101].

В моделях запоорошеної плазми, які представлено у цьому розділі, припускається, що $\tau_d \gg \tau_{eq}$, де τ_d – характерний час руху порошинок, τ_{eq} – характерний час встановлення рівноважного стану для електронної та іонної компонент плазми. Також вважається, що відстань між порошинками є більшою за дебаївський радіус [114] $\lambda_D = \left[4\pi e^2 (n_e / T_e + n_i / 2E_i) \right]^{-0.5}$, де E_i – середня енергія іонів і $a_d \ll \lambda_D$. За цих припущень потенціал $\varphi(r)$ навколо порошинки може бути описаним за допомогою лінійної теорії Дебая–Хюккеля (2.11) [18]:

$$\varphi(r) = \varphi_s (a_d / r) \exp[-(r - a_d) / \lambda_D], \quad (4.12)$$

де φ_s – потенціал на поверхні порошинки, а r – відстань від центра порошинки. Вираз (4.12) доволі гарно описує розподіл потенціалу навколо порошинки, якщо $a_d < 1 \mu\text{м}$ [4, 18, 114].

За взаємодії електронів з порошинками частина електронів осаджується на порошинки, але більшість електронів відбивається під впливом потенціального поля навколо порошинок. Інтеграл електрон-пилових зіткнень [105]

$$S_{ed}(f_0) = \frac{d}{du} \left[\frac{2m_e}{m_d} u^{3/2} v_{ed}^e(u) \left(f_0 + T_d \frac{df_0}{du} \right) \right] - v_{ed}^e(u) f_0 u^{1/2}, \quad (4.13)$$

де T_d – температура порошинок. За розрахунків вважалося, що $T_d = 0.026$ eВ, а $m_d = (4/3)\rho_d\pi a_d^3$, де $\rho_d = 2$ г/см³ – густина пилового матеріалу. $v_{ed}^e(u) = n_d\sigma_{ed}^e(u)(2eu/m_e)^{0.5}$, а $v_{ed}^c(u) = n_d\sigma_{ed}^c(u)(2eu/m_e)^{0.5}$, де σ_{ed}^e та σ_{ed}^c – поперечні перерізи електрон-пилових зіткнень, за яких електрони відбиваються від порошинок та осаджуються на поверхню порошинок відповідно. Переріз електрон-пилових зіткнень, який характеризує процес пружного відбиття електронів від порошинок [105],

$$\sigma_{ed}^e(u) \approx \pi a_d^2 (-\varphi_s / u)^2 e^{2a_d/\lambda_D} \ln \chi, \quad (4.14)$$

де $\chi \approx -\lambda_D T_{eff} / (a_d \varphi_s)$. Ефективна температура електронів визначається формулою

$$T_{eff} = (2/3) \int_0^\infty f_0(u) u^{3/2} du. \quad (4.15)$$

Переріз, що описує поглинання електронів порошинками, (1.7) [4]

$$\sigma_{ed}^c(u) = \pi a_d^2 (1 + \varphi_s / u) \quad \text{при } u \geq -\varphi_s, \quad (4.16)$$

та

$$\sigma_{ed}^c(u) = 0 \quad \text{при } u < -\varphi_s.$$

Потенціал порошинок φ_s залежить від їх заряду eZ_d : $\varphi_s = eZ_d / a_d$. Величина eZ_d розраховується у припущенні, що струм електронів на поверхню порошинки за абсолютним значенням дорівнює струму іонів (1.12).

Струм електронів на поверхню порошинки [115]

$$I_e = -\pi a_d^2 e n_e \int_{-\varphi_s}^\infty \left(1 + \frac{\varphi_s}{u}\right) \sqrt{\frac{2eu}{m_e}} f_0(u) \sqrt{u} du. \quad (4.17)$$

У цьому розділі там, де це додатково не обговорюється, вважається, що струм іонів на порошинку описується виразом $I_i = \pi a_d^2 e n_i (2eu_i/m_i)^{0.5} (1 - \varphi_s/u_i)$ [116], де eu_i – енергія іонів.

Плазма вважається квазінейтральною, тобто

$$n_e + n_d |Z_d| = n_i. \quad (4.18)$$

4.2. Просторово-усереднені параметри запоорошеної аргонної плазми

Просторово-усереднені (глобальні) моделі, що дозволяють визначити середні у просторі параметри плазми, показали свою ефективність за дослідження властивостей індукційних джерел плазми [63]. У порівнянні з моделями, які описують просторові розподіли параметрів плазми, при застосуванні глобальних моделей просторово-усереднені параметри плазми можуть бути розрахованими доволі легко, без використання складних числових кодів.

У цьому підрозділі представлено просторово-усереднену модель запоорошеної аргонної плазми [81]. Цю модель побудовано аналогічно до глобальної моделі індукційного джерела звичайної плазми [117]. За допомогою цієї моделі досліджено, як параметри запоорошеної плазми залежать від концентрації та розміру порошинок та потужності, що поглинається у розряді.

Розглянемо запоорошену плазму, яка підтримується в циліндричній камері радіусом R та висотою L електричним високочастотним або надвисокочастотним полем $E_p \exp(i\omega t)$, де E_p – амплітуда електричного поля, $\omega = 2\pi f_E$, $f_E = 13.56$ МГц або 2.45 ГГц. Будемо вважати, що розподіл концентрації порошинок n_d є однорідним у центральній частині розряду, а область плазми біля стінок завтовшки l є вільною від порошинок.

При достатньо великих розмірах плазми та тисках робочого газу ($PL, PR > 0.1$ мм рт. ст. × см) [118] ФРЕЕ може бути розрахованою за допомогою однорідного рівняння Больцмана

$$-\frac{2e}{3m_e} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{v_m} \frac{|E_p|^2}{2} \frac{v_m^2}{v_m^2 + \omega^2} \frac{\partial f_0}{\partial u} \right] \approx S_0(f_0) \quad (4.19)$$

Рівняння (4.19) впливає з (4.5) за умови, що просторовий дрейф електронів слабо впливає на ФРЕЕ (локальне наближення). Доданки (I) та (II) можна виключити з рівняння (4.4), якщо довжина релаксації енергії λ_ε є меншою за розмір плазми: $\lambda_\varepsilon < L, R$ [100]. Довжина релаксації енергії у запоорошеній плазмі [106, 108]

$$\lambda_\varepsilon \approx \lambda_e \left\{ \left(\langle v_m \rangle + \langle v_{ed}^e \rangle \right) / \left[(2m_e / m_i) \langle v_{em} \rangle + (2m_e / m_d) \langle v_{ed}^e \rangle + \langle v_{ea}^{exc} \rangle + \langle v_{ed}^c \rangle \right] \right\}^{1/2}, \quad (4.20)$$

і локальне наближення є справедливим, коли

$$K_L = (n_d L)^2 Q Q^* > 1 \quad \text{та} \quad K_R = (n_d R)^2 Q Q^* > 1, \quad (4.21)$$

де $Q^* = \langle \sigma_{ea}^{exc} \rangle + \langle \sigma_{ed}^c \rangle n_d / n_a$, $Q = \langle \sigma_{em} \rangle + \langle \sigma_{ed}^e \rangle n_d / n_a$, n_a – концентрація атомів аргону, σ_{ea}^{exc} – сумарний переріз для непружних зіткнень електронів з атомами аргону, σ_{em} – переріз пружних зіткнень електронів з атомами аргону. У підрозділі 4.5 буде порівняно ФРЕЕ, що отримано з однорідного рівняння Больцмана, з функцією розподілу електронів за енергією, яку розраховано за допомогою (4.5).

У даному підрозділі будемо розглядати випадок, коли ФРЕЕ описується рівнянням (4.19). Іонізація атомів в однорідному рівнянні Больцмана у підрозділах 4.2 – 4.4 описується як звичайний процес збудження з основного стану до стану з енергією V_i [113].

Для того, щоб знайти функцію розподілу електронів за енергією, необхідно знати концентрації електронів та іонів.

Концентрація іонів (тут Ag^+) може бути знайдена з рівняння їх балансу:

$$K_{iz} n_e n_a V - K_{id} n_d n_i V_d - n_{is} u_{Bi} S = 0, \quad (4.22)$$

де u_{Bi} – швидкість амбіполярного потоку іонів на межі квазінейтральної плазми з шаром просторового заряду біля межі плазми. V – загальний об'єм плазми, а V_d – об'єм області, в якій присутні порошинки. S – площа поверхні розряду, K_{id} – коефіцієнт збирання іонів порошинками ($K_{id} n_i = I_i / e$), $K_{iz} = \int v_{ea}^i(u) f_0(u) \sqrt{u} du / n_a$ – коефіцієнт іонізації, а n_{is} – концентрація плазми біля межі, де швидкість іонів дорівнює u_{Bi} . Величина u_{Bi} приблизно дорівнює швидкості Бома [63, 80]. Для максвеллівського розподілу електронів за енергією бомівська швидкість дорівнює $\sqrt{eT_{eff} / m_i}$ [63, 80], а при довільній ФРЕЕ $u_{Bi} = \sqrt{2e / m_i} \left(\int f_0(u) u^{-1/2} du \right)^{-1/2}$ [119].

Біля стінок розряду в плазмових шарах завтовшки l , де відсутні порошинки, іони та електрони рухаються так само, як у звичайній плазмі. Тому вважається, що $n_{is} = n_{eb} \cos(l \sqrt{K_{iz} n_a / D_s})$, де n_{eb} – концентрація іонів на відстані l від стінок розрядної камери. За високих концентрацій порошинок величина n_{is} може стати від'ємною; у цьому випадку вважалось, що потік іонів на стінки розрядної камери дорівнює нулю. Оскільки заповнена плазма схожа на електронегативний розряд, то можна припустити, що в області, де знаходяться порошинки, концентрація електронів не залежить від просторової координати [62], і n_{eb} приблизно дорівнює середній концентрації електронів. $D_s = D_a / (1 + 2K_{iz} n_a / v_{in})$ – ефективний коефіцієнт дифузії [101, 120],

$$D_a = (D_e \mu_i - D_i \mu_e) / (\mu_i - \mu_e), \quad D_e = \frac{2e}{3m_e} \int \frac{u^{3/2}}{v_{em}(u)} f_0(u) du, \quad D_i = eE_i / m_i v_{in},$$

$$\mu_i = e / m_i v_{in}, \quad \mu_e = \frac{2e}{3m_e} \int \frac{u^{3/2}}{v_{em}(u)} \frac{df_0(u)}{du} du, \quad v_{in} - \text{частота іон-нейтральних зіткнень.}$$

E_i – середня енергія іонів у плазмовому об'ємі.

Баланс енергії в розряді можна описати рівнянням

$$P_{in} = P_{ea} + P_w + P_{dust}, \quad (4.23)$$

де P_{in} – загальна потужність, що поглинається в розряді (P_{in} – зовнішній параметр), P_{ea} – втрати потужності в електрон-нейтральних зіткненнях, а P_w та P_{dust} – втрати потужності на стінках розрядної камери та на порожинках відповідно. Потужність, що втрачається в електрон-нейтральних зіткненнях [121],

$$P_{ea} = en_e V \left(K_{iz} n_a V_i + \sum_{k=1}^{N_{exc}} n_a K_{exc}^k V_k + 2 \frac{m_e}{m_i} \int_0^{\infty} v_{em}(u) f_0(u) u^{3/2} du \right), \quad (4.24)$$

де $K_{exc}^k = \int v_{ea}^k(u) f_0(u) u^{1/2} du / n_a$ – коефіцієнт збудження атомів електронним ударом з основного стану до стану з енергією V_k . N_{exc} – кількість різних процесів збудження. За розрахунків, результати яких представлено у цьому підрозділі, враховувалися збудження атомів аргону з основного стану до станів $4s$, $4p$ та $5s$ [122]. Останній доданок у рівнянні (4.24) описує втрати енергії в пружних електрон-нейтральних зіткненнях.

Потужність, що втрачається на стінках розрядної камери, $P_w = en_{is} u_{Bi} S(\varepsilon_e + \varepsilon_i)$ [121], де ε_e та ε_i – середні втрати потужності електронами та іонами на стінках розрядної камери, що припадають на одну електрон-іонну пару. Середня втрата потужності електронами визначається з частки потоку енергії електронів до потоку електронів [63, 119]. Для довільної функції розподілу електронів за енергією

$$\varepsilon_e = \frac{\int u^2 f_0(u) du}{\int u f_0(u) du}. \quad (4.25)$$

За максвеллівського розподілу електронів за енергією $\varepsilon_e = 2T_{eff}$.

Енергія, що втрачається іонами на стінках розрядної камери, складається з енергії, з якою іони входять до шару просторового заряду, та енергії, що вони набирають, прискорюючись у цьому шарі [63]:

$\varepsilon_i = m_i u_{Bi}^2 / 2e - \Phi_w$, де Φ_w – негативний потенціал стінки відносно потенціалу на межі квазінейтральної плазми.

Щоб знайти потенціал Φ_w , необхідно прирівняти потік іонів на стінку розряду [63] $\Gamma_i = n_{is} u_{Bi}$, який вважається сталим (незалежним від просторових координат) у шарі просторового заряду, до потоку електронів $\Gamma_e = 0.25 n_{is} \langle v_e \rangle \exp(\Phi_w / T_{eff})$, де $\langle v_e \rangle = \int \sqrt{2eu / m_e} f_0(u) \sqrt{u} du$ – середня швидкість електронів. За припущення $\Gamma_i = \Gamma_e$ потенціал стінки Φ_w дорівнює $T_{eff} \ln(4u_{Bi} / \langle v_e \rangle)$. За максвеллівського розподілу електронів за енергією $m_i u_{Bi}^2 / 2e = T_{eff} / 2$, а $\Phi_w \approx -4.7 T_{eff}$. У цьому випадку іони бомбардують стінки розрядної камери з енергією $\varepsilon_i \approx -5.2 T_{eff}$ [63].

Електрони з енергією, меншою за $-e\varphi_s$, відбиваються від порошників, а електрони з енергією, що перевищує $-e\varphi_s$, осаджуються на поверхню порошників. Потік енергії на окрему порошинку завдяки осадженню електронів

$$q_{ed} = \pi a_d^2 n_e \int_{-e\varphi_s}^{\infty} \left(1 + \frac{\varphi_s}{u}\right) \sqrt{\frac{2eu}{m_e}} f_0 u^{3/2} du, \quad (4.26)$$

а сумарні втрати потужності на порошинках

$$P_{dust} = eq_{ed} n_d V_d. \quad (4.27)$$

Рівняння (1.12), (4.18), (4.19), (4.22) та (4.23) було розв'язано, використовуючи числові методи [82]. У даному підрозділі представлено результати досліджень того, як ФРЕЕ та інші параметри плазми залежать від радіуса порошників a_d , концентрації порошників n_d та потужності P_{in} , що поглинається в розряді.

На рис. 4.1 показано функції розподілу електронів за енергією у звичайній плазмі та запорошеній плазмі за різних концентрацій порошників. ФРЕЕ у запорошеній плазмі було отримано з рівнянь (1.12), (4.18), (4.19), (4.22) та (4.23). За розгляду звичайної плазми доданки у цих рівняннях, які описують зіткнення електронів та іонів з порошинками, вважалися рівними нулю. За розрахунків вважалося, що $l = 0.5$ см.

Значимо, що за даних умов у звичайній плазмі ФРЕЕ є близькою до дрювестейнівської функції розподілу електронів за енергією [119, 123], яка при одній і тій же ефективній температурі електронів завдяки непружним електрон-нейтральним зіткненням є більшою в діапазоні середніх енергій, а при високих енергіях – меншою, ніж максвеллівський розподіл електронів за енергією. Дрювестейнівський розподіл є типовим для розрядів час-

тоти 13.56 МГц з достатньо низькою концентрацією електронів ($n_e \leq 10^{11} \text{ см}^{-3}$ при 0.1 мм рт. ст.) та достатньо високою частотою пружних електрон-нейтральних зіткнень ($v_m > \omega$) [124, 125].

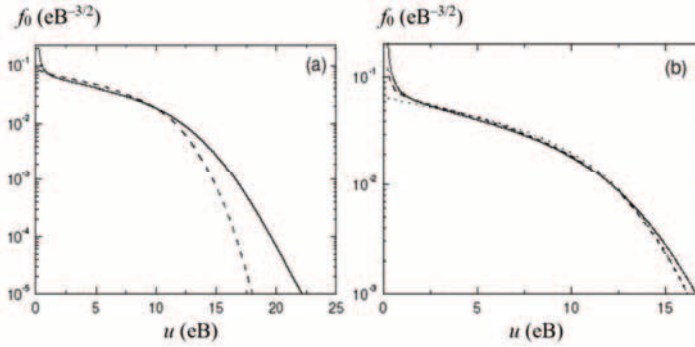


Рис. 4.1. (а) ФРЕЕ у звичайній (---) та заповишеній плазмі (—) при $f = 13.56$ МГц, $P = 0.1$ мм рт. ст., $P_{in} = 100$ Вт, $R = L = 10$ см, $a_d = 100$ нм та $n_d = 5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$.
(б) ФРЕЕ у заповишеній плазмі за різних концентрацій порошинок: $n_d = 10^6$ (····), 2×10^7 (---) та 5×10^7 (—) см^{-3} . Інші параметри такі самі, як і для рис. 4.1 (а)

З рис. 4.1 (б) видно, що при збільшенні n_d кількість електронів в області низьких ($u < 2.5$ eV) та високих ($u \geq 13$ eV) енергій зростає, але зменшується їхня кількість у діапазоні середніх енергій ($u = 4 \div 10$ eV). Зменшення числа електронів у діапазоні середніх енергій відбувається завдяки збиранню електронів порошинками. Внаслідок цього за високої концентрації заряду порошинок функції розподілу електронів за енергією у заповишеній та звичайній плазмі можуть сильно відрізнитися (рис. 4.1 (а)).

При збільшенні n_d ФРЕЕ зростає у діапазоні високих енергій завдяки збільшенню електричного поля E_p . $E_p = 335, 352$ та 437 В/м для $n_d = 10^6, 2 \times 10^7$ та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Це збільшення E_p відбувається завдяки зростанню втрат електронів та іонів на порошинках (рис. 4.2(а)). Щоб компенсувати ці втрати, іонізація також зростає у плазмовому об'ємі. Зростання іонізації відбувається за рахунок збільшення електричного поля. З даної моделі розряду випливає, що втрати заряджених частинок на стінках розряду ($n_{is} u_{Bi} S$) зменшуються при зростанні n_d (рис. 4.2 (а)). Це відбувається тому, що величина n_{is} ($= n_{eb} \cos(l \sqrt{K_{iz} n_g / D_s})$) стає меншою зі збільшенням n_d . Концентрація іонів на межі квазінейтральної плазми зменшується тому, що при збільшенні n_d зростає частота іонізації (рис. 4.2 (а)).

При зростанні n_d збільшується сумарна площа поверхні порошинок, на яку осаджуються електрони та іони. Це призводить до зростання заряду

порошинок в одиниці об'єму $n_d |Z_d|$, як це видно з рис. 4.2 (b). При зростанні n_d концентрація електронів зменшується тому, що зростають втрати електронів на порошинках, а концентрація іонів збільшується, щоб підтримати квазінейтральність плазми.

Поглинання потужності в розряді також залежить від концентрації порошинок. При збільшенні n_d сумарна потужність, що поглинається порошинками, зростає (рис. 4.2 (c)), а потужність, що поглинається на стінках розряду, зменшується. Зменшення P_w відбувається завдяки зменшенню n_{is} при зростанні концентрації порошинок. За низьких n_d на стінках розряду поглинається приблизно 20 % сумарної потужності, що поглинається у розряді (рис. 3.2 (c)). А при високих концентраціях порошинок P_w стає значно меншою за потужність, що втрачається електронами в зіткненнях з нейтральними атомами та порошинками. При високих n_d потужність, що поглинається на порошинках, стає достатньо великою ($\sim 0.2P_{in}$). Енергія, яка поглинається порошинками, іде на нагрівання, збудження та іонізацію порошинок [18, 91].

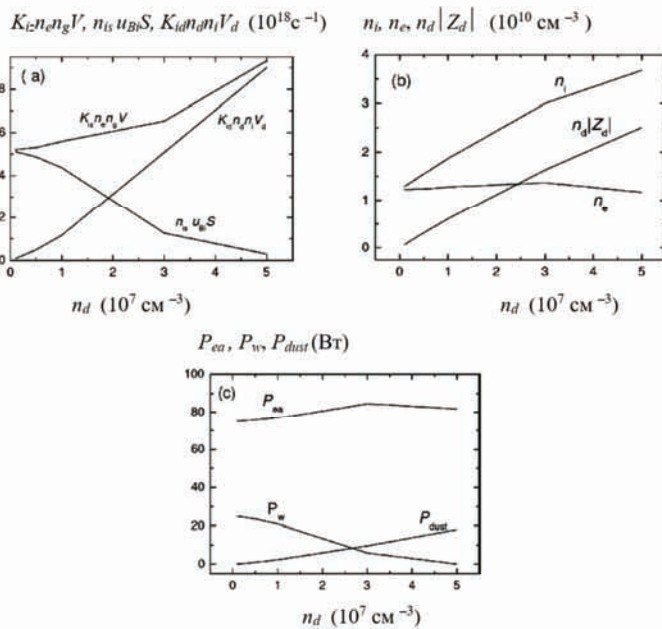


Рис. 4.2. (a) Швидкість іонізації у плазмовому об'ємі ($K_i n_e n_g V$), втрати іонів на стінках розрядної камери ($n_{is} u_B S$) та втрати іонів на порошинках ($K_d n_d n_i V_d$). (b) Концентрації іонів та електронів та $n_d |Z_d|$. (c) P_{ea} , P_w та P_{dust} залежно від концентрації порошинок. Інші умови такі самі, як і для рис. 4.1

Цікаво порівняти ФРЕЕ, яку обчислено з рівняння (4.19), з максвеллівським та дрювестейнівським розподілами. На рис. 4.3 показано максвеллівські та дрювестейнівські розподіли та ФРЕЕ, яку отримано з рівняння (4.19), для різних концентрацій порошинок [106, 109]. З рис. 4.3 видно, що за відсутності порошинок ФРЕЕ є близькою до дрювестейнівського розподілу, а при високих концентраціях порошинок – до максвеллівської функції розподілу електронів за енергією. Ця відмінність ФРЕЕ в запорошеній плазмі від ФРЕЕ у не запорошеному розряді є завдяки зіткненням електронів з порошинками. Максвеллізацію ФРЕЕ під впливом порошинок було підтверджено експериментально [126].

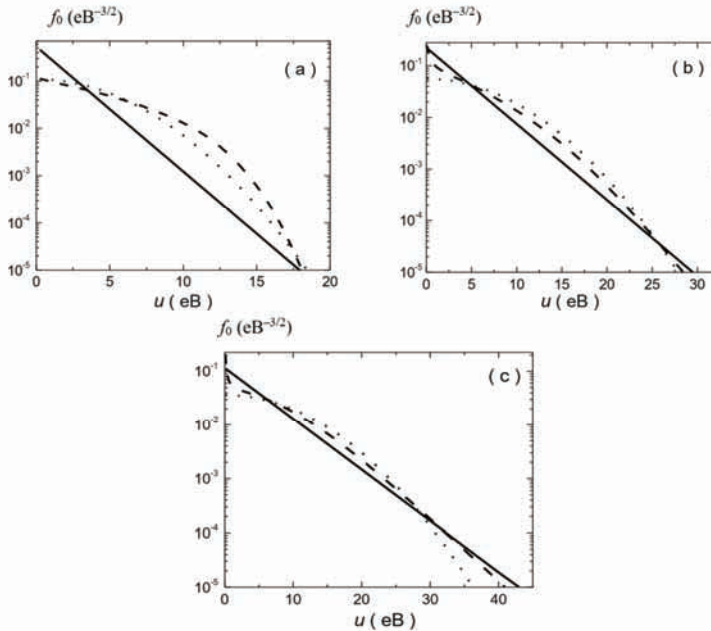


Рис. 4.3. Максвеллівська (—), дрювестейнівська (---) та ФРЕЕ, яку обчислено з (4.19) (-.-), при $f = 13.56$ МГц, $P = 0.1$ мм рт. ст., $P_{in} = 500$ Вт, $R = L = 10$ см, $a_d = 200$ нм та $n_d = 0$ (a), 5×10^7 (b) та 10^8 (c) см $^{-3}$

Зі збільшенням n_d кількість електронів у діапазоні середніх енергій ($-e\varphi_s \leq u \leq 20$ eV) в порівнянні з їхньою кількістю при дрювестейнівському розподілі зменшується.

Температура електронів та заряд порошинок також залежать від типу ФРЕЕ [109]. На рис. 4.4 показано залежності $|Z_d|$ та T_{eff} від концентрації порошинок. З цього рисунка видно, що абсолютне значення заряду порошинок, яке розраховано за допомогою (4.19), при низьких концентра-

ціях порошинок практично збігається з $|Z_d|$, що отримано у припущенні дрювестейнівського розподілу електронів за енергією.

А при високих n_d абсолютне значення заряду порошинок, яке отримано за допомогою (4.19), є близьким як до $|Z_d|$, що розраховано за максвеллівського розподілу, так і до $|Z_d|$, що отримано при дрювестейнівській ФРЕЕ. T_{eff} , яка отримана з (4.19), при низьких концентраціях порошинок є ближчою до температури електронів, яку обчислено при дрювестейнівському розподілі, а при достатньо високих n_d є приблизно середньою величиною між температурами, які розраховано у припущеннях максвеллівської та дрювестейнівської ФРЕЕ.

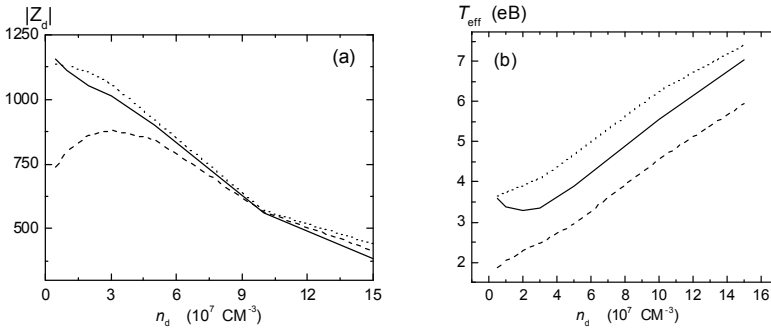


Рис. 4.4. Заряд порошинок (а) та ефективна температура електронів (б), які отримано з (4.19) (суцільні криві), у порівнянні з $|Z_d|$ та T_{eff} , які розраховано за умови, що електрони мають максвеллівський (---) або дрювестейнівський розподіл (···). Інші умови такі самі, як і для рис. 4.3

Залежність параметрів розряду від розміру порошинок є приблизно такою самою, як і від їх концентрації [81]. Зокрема, порівнюючи ФРЕЕ при $a_d = 50$ нм та при $a_d = 150$ нм (рис. 4.5 (а)), можна побачити, що при зростанні a_d відносна кількість електронів у діапазоні середніх енергій ($3\text{eV} < u < 10 \text{ eV}$) зменшується, а в діапазоні високих енергій ($u > 10 \text{ eV}$) зростає.

При збільшенні a_d зростають втрати електронів та іонів на порошинках, які балануються зростанням іонізації (завдяки збільшенню E_p). При $a_d = 100, 150$ та 200 нм інтенсивність електричного поля дорівнює 365, 521 та 821 В/м відповідно. Зростання інтенсивності електричного поля призводить до збільшення кількості електронів у діапазоні високих енергій. При достатньо великих розмірах порошинок, завдяки осадженню електронів на їх поверхню та збільшенню кількості високо-енергетичних електронів, кількість електронів з енергією $u < 10 \text{ eV}$ зменшується (рис. 4.5 (а)). Це призводить до того, що при зростанні a_d ФРЕЕ наближається до максвеллівського розподілу.

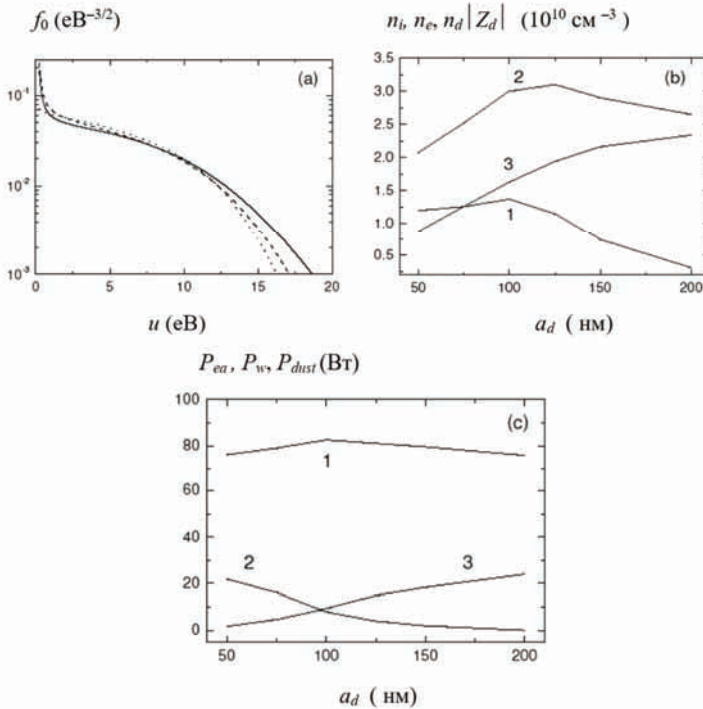


Рис. 4.5. (а) ФРЕЕ при $n_d = 3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ та $a_d = 50 \text{ нм}$ (···), 150 нм (---), 200 нм (—).
 (b) Концентрації іонів (2), електронів (1) та n_d/Z_d (3) залежно від a_d . (c) P_{ea} (1), P_w (2) та P_{dust} (3) залежно від a_d . Інші умови такі самі, як і для рис. 4.1

При достатньо малих a_d ефективна температура електронів зменшується зі збільшенням a_d (завдяки осадженню електронів на поверхню порошинок), а при великих радіусах порошинок T_{eff} зростає завдяки збільшенню електричного поля. $T_{eff} = 4.28, 4.1, 4.24$ та 4.66 eV при $a_d = 50, 100, 150$ та 200 нм відповідно.

Аналогічно, як і при збільшенні n_d , при зростанні a_d величина n_d/Z_d стає більшою. Залежність концентрації іонів від a_d є більш складною, ніж від n_d . n_i збільшується при $a_d \leq 125 \text{ нм}$ та зменшується при більших радіусах порошинок (рис. 4.5 (b)). При малих радіусах ($a_d \leq 100 \text{ нм}$) потужність, яка поглинається в зіткненнях електронів з атомами, трошки зростає зі збільшенням a_d (рис. 4.5 (c)). Це зростання може відбуватися завдяки збільшенню ФРЕЕ у діапазоні високих енергій при практично постійній n_e (рис. 4.5 (b)). При великих радіусах порошинок величина P_{ea} зменшується зі зростанням a_d тому, що зменшується n_e . Зі збільшенням радіуса порошинок P_{dust} зростає, а P_w зменшується.

На рис. 4.6 (а) зображено функції розподілу електронів за енергією для різних P_{in} . З цього рисунка видно, що при зменшенні P_{in} кількість електронів у діапазоні високих енергій зростає. Це зростання пов'язано з тим, що при малих P_{in} підсилюється вплив порошинок на розряд: при фіксованих n_d та a_d зменшення P_{in} супроводжується зменшенням n_i та n_e (рис. 4.6 (b)). Тому при зменшенні P_{in} зростає відносна кількість електронів, які осаджуються на порошинки. Для того, щоб компенсувати ці втрати на порошинках, іонізація зростає через збільшення кількості високо-енергетичних електронів (рис. 4.6 (a)). Це відбувається завдяки зростанню електричного поля. $E_p = 392, 365, 311$ та 295 В/м для $P_{in} = 50, 100, 200$ та 400 Вт відповідно. При збільшенні кількості високоенергетичних електронів ефективна температура електронів також збільшується. Вона дорівнює $4.21, 4.09, 3.87$ та 3.8 еВ при $P_{in} = 50, 100, 200$ та 400 Вт відповідно. Зазначимо, що величина $n_d |Z_d|$ тільки трошки зростає при збільшенні P_{in} (рис. 4.6 (b)).

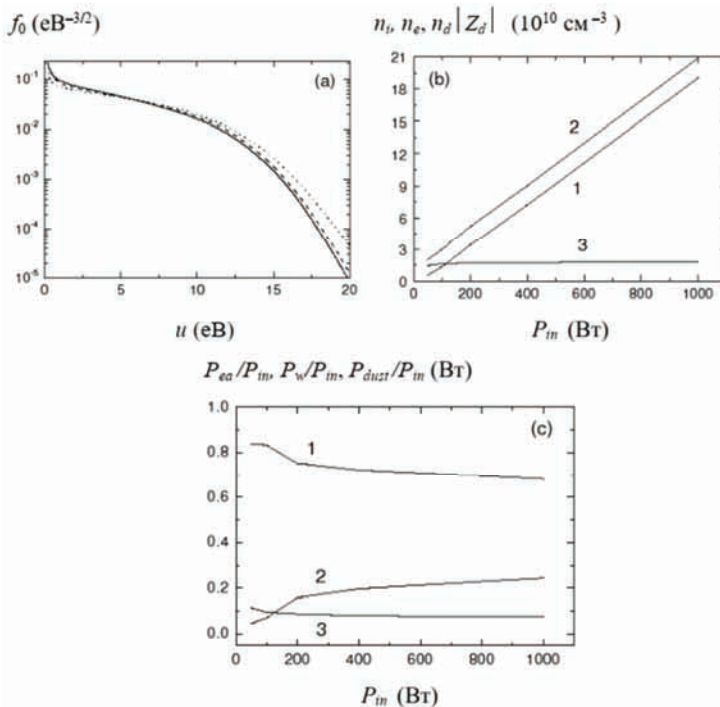


Рис. 4.6. (а) ФРЕЕ при $P = 0.1$ мм рт. ст., $a_d = 100$ нм для різних потужностей: $P_{in} = 50$ (···), 200 (---) та 1000 (—) Вт. (б) Концентрації іонів (2), електронів (1) та $n_d |Z_d|$ (3). (с) P_{ea}/P_{in} (1), P_w/P_{in} (2) та P_{dust}/P_{in} (3) залежно від P_{in} . Інші умови такі самі, як і для рис. 4.5

У звичайній плазмі T_{eff} також зменшується при зростанні потужності, що поглинається в розряді [127]. При малій P_{in} концентрація електронів є малою, а електрон-електронні зіткнення є неінтенсивними, і ФРЕЕ у типових високочастотних розрядах при низьких n_e є близькою до дрювестейнівського розподілу електронів за енергією. При збільшенні P_{in} концентрація електронів зростає, і це інтенсифікує електрон-електронні зіткнення, які роблять ФРЕЕ близькою до максвеллівського розподілу [106]. Зазвичай T_{eff} , що відповідає дрювестейнівській ФРЕЕ, є більшою за температуру електронів у максвеллівській плазмі [119].

Залежності P_{dust}/P_{in} , P_w/P_{in} та P_{ea}/P_{in} від потужності, що поглинається у заповишеній плазмі, показано на рис. 4.6 (с). Величини P_{dust}/P_{in} та P_{ea}/P_{in} зменшуються при зростанні P_{in} . Зменшення P_{ea}/P_{in} при зростанні P_{in} відбувається завдяки зменшенню ФРЕЕ в діапазоні високих енергій. А P_{dust}/P_{in} зменшується тому, що зменшується частка n_d/n_e . Втрати енергії на стінках розряду зростають при збільшенні P_{in} тому, що P_{dust} та P_{ea} зменшуються, а сумарна потужність, що поглинається у розряді, є фіксованою за даного розгляду.

Розглянемо заповишену плазму, яка підтримується електричним полем частоти 2.45 ГГц. На рис. 4.7 (а) показано функції розподілу електронів за енергією для наступних концентрацій порошинок: $n_d = 5 \times 10^6$, 3×10^7 та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$, що вважаються присутніми у цій плазмі.

В протилежність розрядам, які підтримуються полем частоти $f = 13.56$ МГц, ФРЕЕ у звичайній та заповишеній плазмі при $f = 2.45$ ГГц є близькою до максвеллівського розподілу електронів за енергією [80]. З рис. 4.7 (а) видно, що при збільшенні n_d ФРЕЕ у діапазоні високих енергій росте, і це призводить до інтенсифікації іонізації (як і в розрядах частоти 13.56 МГц). Збільшення кількості високо-енергетичних електронів відбувається завдяки зростанню E_p : $E_p = 6245$, 7399 та 8239 В/м при $n_d = 5 \times 10^6$, 3×10^7 та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Як і в розрядах частоти 13.56 МГц, при збільшенні n_d відносна кількість електронів (з їх загального числа), що мають енергію в діапазоні середніх енергій ($5 \text{ eV} < u < 15 \text{ eV}$), зменшується.

Концентрація заряду порошинок зростає при збільшенні n_d . $n_d |Z_d| = 2.56 \times 10^9$, 1.44×10^{10} та $2.35 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ при $n_d = 5 \times 10^6$, 3×10^7 та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Як і в розрядах частоти 13.56 МГц, при збільшенні n_d втрати потужності на порошинках зростають, а на стінках розряду зменшуються. $P_{dust} = 14.1$, 83 та 128 Вт, а $P_w = 201$, 120 та 74 Вт для $n_d = 5 \times 10^6$, 3×10^7 та $5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно.

Залежність ФРЕЕ від радіуса порошинок є схожою до її залежності від n_d . Функції розподілу, що обчислено при різних a_d , показано на рис. 4.7 (b). З цього рисунка видно, що при збільшенні a_d кількість елект-

ронів з енергією $u \leq 2.5$ eV та $u \geq 18$ eV зростає, а тих, що мають енергію в діапазоні $5\text{eV} \leq u \leq 16$ eV, зменшується.

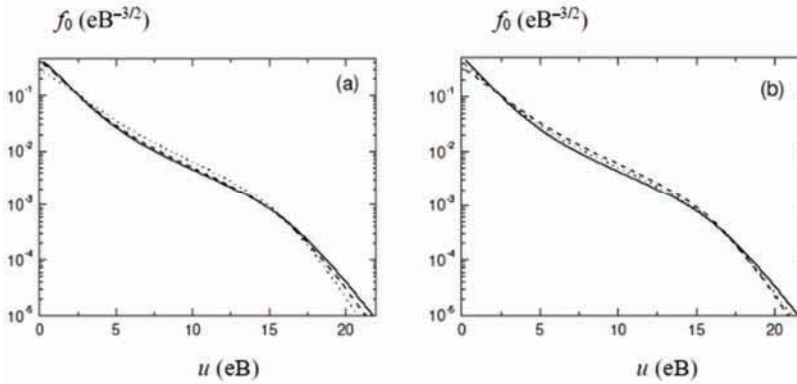


Рис. 4.7. ФРЕЕ при різних концентраціях порошинок (а): 5×10^6 (---), 3×10^7 (---) та 5×10^7 (—) cm^{-3} при $a_d = 100$ нм та ФРЕЕ при різних радіусах порошинок (б): $a_d = 50$ нм (---), 100 нм (---) та 200 нм (—) при $n_d = 10^7$ cm^{-3} . В обох випадках $f = 2.45$ ГГц, $P = 0.1$ мВт, $P_{in} = 1$ кВт, $R = L = 10$ см

Отже, у даному підрозділі представлено просторово-усереднену модель заповненої плазми. Використовуючи цю модель, обчислено функцію розподілу електронів за енергією, середні концентрації електронів, іонів, ефективну температуру електронів та заряд порошинок для різних зовнішніх параметрів. Показано, що функція розподілу електронів за енергією, середні концентрації електронів, іонів, ефективна температура електронів та заряд порошинок суттєво залежать від потужності, що поглинається у розряді, концентрації та розміру порошинок. При достатньо високих концентраціях порошинок ФРЕЕ у високочастотній заповненій плазмі стає близькою до максвеллівського розподілу електронів за енергією. Цей висновок узгоджується з результатами експериментальних досліджень, які представлено у роботах [126, 128]. У даному підрозділі також оцінено втрати потужності на порошинках, стінках розрядної камери та в електрон-нейтральних зіткненнях. Показано, що при збільшенні концентрації або радіуса порошинок втрати потужності на порошинках стають більшими.

4.3. Одновимірна модель заповненої аргонної плазми

У просторово-усередненій моделі заповненої плазми, яку представлено у підрозділі 4.2, припускалося, що в центральній частині розряду, де присутні порошинки, концентрація електронів є просторово однорідною.

Це припущення підтверджується числовими розрахунками французьких науковців [62]. У роботі [62] було показано, що при просторово однорідному розподілі порошинок у центральній частині розряду і високій концентрації пилового заряду $n_d|Z_d|$ (у порівнянні з n_e) концентрації електронів та іонів також є однорідними в центрі розряду (рис. 9 роботи [62]). Але концентрація електронів може бути неоднорідною при низьких концентраціях пилового заряду, оскільки у звичайній плазмі, що утворюється між плоскими поверхнями, просторовий розподіл концентрації електронів є близьким до розподілу у формі функції косинуса. Крім цього, глобальна модель не дозволяє з'ясувати, як просторові розподіли концентрацій електронів та іонів залежать від просторових розподілів концентрації порошинок та електричного поля, що підтримує плазму. Дослідити це можливо, використовуючи одновимірну модель заповненої плазми.

У цьому підрозділі представлено одновимірну модель заповненої плазми та досліджено, як неоднорідність розподілу концентрації порошинок впливає на просторові розподіли параметрів плазми [106].

Розглядається газорозрядна слабоіонізована плазма, висота якої L є значно меншою за її радіус. У цьому випадку параметри плазми є доволі однорідними в горизонтальній площині, а у вертикальному напрямку залежать від координати x (відстані від верхньої межі плазми). Плазма підтримується електричним полем $E(t) = E_p \exp(i\omega t)$, де $\omega = 2\pi f_E$, а $f_E = 13.56$ МГц. Вважається, що плазма складається з електронів, однозарядних позитивних іонів аргону та негативно заряджених порошинок, які мають приблизно однаковий субмікронний розмір. Розглядаються два просторові розподіли концентрації порошинок (рис. 3.7). У першому випадку вважається, що порошинки є розподіленими однорідно в центральній частині розряду, а у другому – сконцентровані біля стінок плазми. Основні припущення, які було зроблено в підрозділі 4.1, вважаються справедливими і у даному випадку.

Рівняння балансу електронів та іонів

$$\partial_x \Gamma_\alpha = n_e \langle v^i \rangle - n_d n_\alpha K_{ad} \quad (4.28)$$

визначають їхні просторові розподіли. Тут $\alpha = i$ або e , $\langle v^i \rangle = \int v_{ea}^i(u) f_0(u) u^{1/2} du$ – середня частота іонізації, а K_{ad} – коефіцієнт поглинання частинок сорту α порошинками. $K_{ed} n_d = \langle v_{ed}^c \rangle = \int_{-\varphi_s}^{\infty} v_{ed}^c f_0(u) \sqrt{u} du$.

Вважається, що функція розподілу електронів за енергією $f_0(u)$ описується однорідним рівнянням Больцмана (4.19).

За достатньо високих тисків робочого газу, коли довжини вільного пробігу іонів та електронів є меншими за розміри розряду, потік частинок уздовж напрямку x

$$\Gamma_\alpha = -D_\alpha \partial_x n_\alpha + \mu_\alpha E_s n_\alpha, \quad (4.29)$$

де E_s – амбіполярне електричне поле, що підтримує квазінейтральність плазми. $D_i = (2/3) e u_i / m_i v_{in}$, $\mu_i = e / m_i v_{in}$, $(D_e, \mu_e) = \frac{2e}{3m_e} \int \frac{u^{3/2}}{v_m(u)} [f_0(u), d_u f_0(u)] du$.

Оскільки в квазінейтральній та стаціонарній плазмі $\Gamma_e = \Gamma_i$ [54], з рівняння (4.28) випливає, що $n_e K_{ed} = n_i K_{id}$.

Використовуючи рівняння (4.28) та (4.29) та враховуючи квазінейтральність плазми (4.18), отримаємо, що

$$\frac{\partial n_e}{\partial x} = -\frac{1}{D_1} \left[n_e v_e + D_2 \frac{\partial (n_d |Z_d|)}{\partial x} \right], \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial x} = \frac{v_e}{D_1} \left[v_e + \frac{D_2}{n_e} \frac{\partial (n_d |Z_d|)}{\partial x} \right] + \langle v^i \rangle - n_d K_{ed}, \quad (4.31)$$

де $D_1 = [\mu_i (n_e + n_d |Z_d|) D_e - n_e \mu_e D_i] / [\mu_i (n_e + n_d |Z_d|) - \mu_e n_e]$, а

$D_2 = -n_e \mu_e D_i / [\mu_i (n_e + n_d |Z_d|) - \mu_e n_e]$. Рівняння (4.30) та (4.31) використовувалися при числових розрахунках для визначення просторового розподілу концентрації електронів. Потужність P_{in} , що поглинається на одиниці площі, є зовнішнім параметром в цій моделі, і $P_{in} = \frac{1}{2} \int_0^L (\text{Re } \sigma_p) |E_p|^2 dx$

[101], де $\text{Re } \sigma_p = -\frac{2}{3} \frac{e^2 n_e}{m_e} \int_0^\infty \frac{u^{3/2} v_m}{\omega^2 + v_m^2} \frac{df_0}{du} du$.

Рівняння (4.30) та (4.31) слід доповнити крайовими умовами. Якщо E_p не залежить від x , то дрейфові швидкості електронів та іонів в центрі плазми ($x = L/2$) дорівнюють нулю, а на межі плазми ці швидкості дорівнюють бомівській швидкості $u_{Bi} = \sqrt{2e/m_i} (\int f_0(u) u^{-1/2} du)^{-1/2}$. Рівняння (1.12), (4.18), (4.19), (4.30) та (4.31) було розв'язано числовими методами. Деталі числової програми надано у роботі [106].

З рівнянь (1.12), (4.18), (4.19), (4.30) та (4.31) було отримано ФРЕЕ (для різних x), просторові розподіли концентрацій іонів, електронів та заряду порошинок для різних концентрацій та просторових розподілів

концентрації порошинок. При цьому вважалось, що електричне поле, яке підтримує плазму, є просторово однорідним у напрямку x .

По-перше, розглянемо випадок, коли порошинки займають весь плазмовий об'єм. При цьому концентрація порошинок n_d є однорідною в області $1.17 \text{ см} < x < 8.83 \text{ см}$ і зменшується до нуля за законом косинуса у напрямку меж плазми. Просторові розподіли n_e , n_i та $n_d|Z_d|$ для різних концентрацій порошинок (у центрі розряду) показано на рис. 4.8 (а) – 4.8 (с).

З рис. 4.8 видно, що при зростанні n_d концентрації електронів та іонів у центральній частині плазмового шару зменшуються, а $n_d|Z_d|$, $\langle v_{ed}^c \rangle$ та $\langle v^i \rangle$ збільшуються. Іонізація підсилюється, щоб підтримати у плазмовому об'ємі баланс між генерацією та втратами частинок. $\langle v^i \rangle$ збільшується завдяки зростанню електричного поля E_p . $E_p=257$, 302.6 та 603.9 В/м при $n_d=5 \times 10^6$, 10^7 та $4 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно.

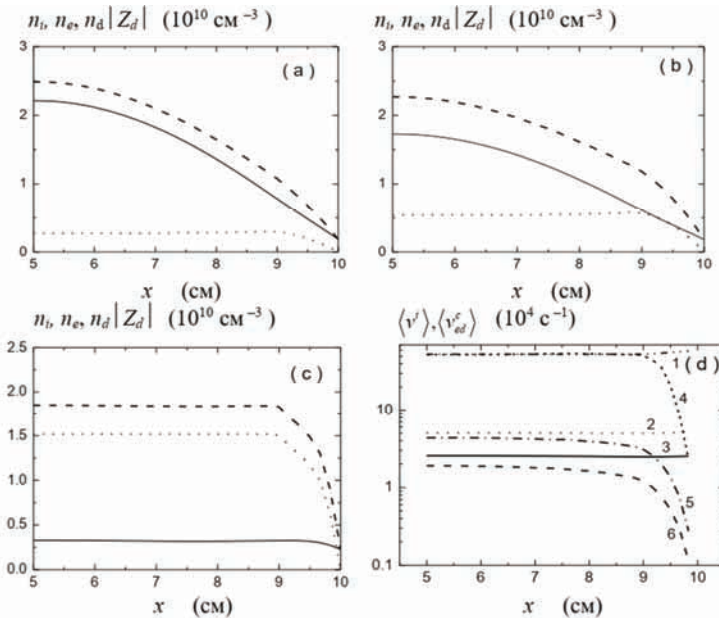


Рис. 4.8. Концентрації іонів (---), електронів (—) та $n_d|Z_d|$ (···) при різних концентраціях порошинок: $n_d=5 \times 10^6$ (а), 10^7 (б) та 4×10^7 (с) см^{-3} . На рис. 4.8 (d) зображено розподіли частоти іонізації (криві 1, 2 та 3) та частоти збирання електронів (криві 4, 5 та 6) для $n_d=4 \times 10^7$, 10^7 та $5 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ відповідно. Тут $P_m=0.1 \text{ Вт/см}^2$, $P=0.1 \text{ мм рт. ст.}$, $L=10 \text{ см}$, $a_d=100 \text{ нм}$, а $x=5 \text{ см}$ відповідає середині плазмового шару

З рисунка 4.9 (а) видно, що при збільшенні n_d збільшується відносна кількість електронів від їх загального числа в області високих енергій (завдяки зростанню E_p), що призводить до збільшення частоти іонізації. ФРЕЕ в області плазми, де концентрація порошинок є високою, відрізняється від ФРЕЕ в області з низькою n_d (рис. 4.9 (b)). Ця різниця між ФРЕЕ в різних областях плазми пояснюється тим, що при високих концентраціях порошинок більша кількість електронів осаджується на їхню поверхню.

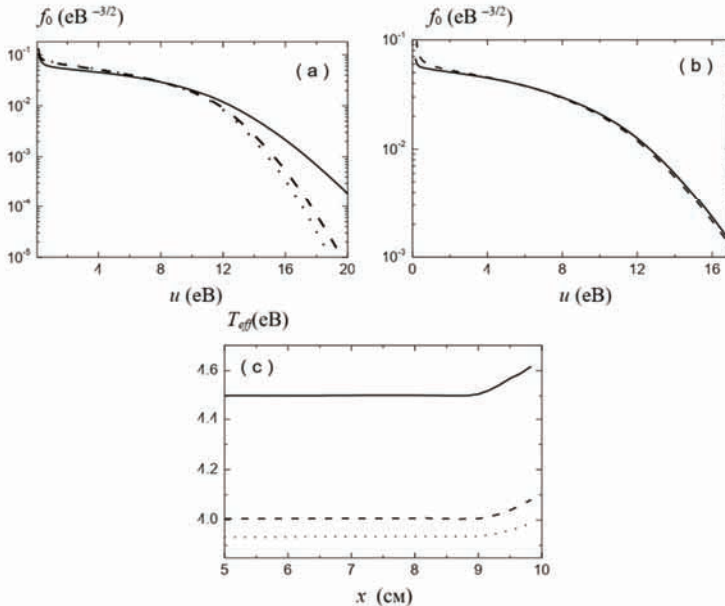


Рис. 4.9. (а) ФРЕЕ при $x = 5 \text{ см}$ для різних концентрацій порошинок: $n_d = 5 \times 10^6$ (···), 10^7 (---) та 4×10^7 (—) см^{-3} . (б) ФРЕЕ при $x = 5 \text{ см}$ (---) та $x = 9.83 \text{ см}$ (—) для $n_d = 4 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$. (с) Просторові розподіли T_{eff} для $n_d = 5 \times 10^6$ (···), 10^7 (---) та 4×10^7 (—) см^{-3} . Інші параметри такі самі, як і для рис. 4.8

З рис. 4.9 (с) видно, що T_{eff} також сильно залежить від n_d . Зі збільшенням n_d ефективна температура електронів зростає у всьому плазмовому об'ємі. Це зростання відбувається завдяки збільшенню E_p . Біля межі плазми, де концентрація порошинок є малою (збирання електронів порошинками є менш інтенсивним), температура електронів є більшою за її величину в центрі плазмового шару.

Залежності ФРЕЕ та інших параметрів плазми від a_d є подібними до залежностей параметрів плазми від n_d , і тому вони не представлені тут.

Розглянемо випадок, коли порошинки сконцентровані біля меж плазми. Вважатимемо, що розподіл концентрації порошинок залежить від

x -координати наступним чином: $n_d = n_{dmax} \cos(x - b)$. Концентрація порошинок дорівнює нулю при $5.0 \text{ см} < x < 7.6 \text{ см}$ та $x > 9.8 \text{ см}$, а профіль їх концентрації є симетричним відносно площини $x = 5 \text{ см}$. Тут b – координата, де величина n_d є максимальною. Профілі n_e , n_i та $n_d|Z_d|$ для $n_{dmax} = 5 \times 10^6$, 10^7 та $3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ представлено на рис. 4.10 (а) – 4.10 (с) відповідно. З рис. 4.10 можна побачити, що при збільшенні концентрації порошинок концентрація електронів зменшується в тій області, де знаходяться порошинки. Зменшення концентрації електронів в області локалізації порошинок відбувається завдяки збиранню електронів порошинками. Завдяки тому, що порошинки збирають електрони з енергією, більшою за $-e\phi_s$, кількість високо-енергетичних електронів у запорошеній області є меншою за їхню кількість там, де відсутні порошинки (рис. 4.11 (с)). Це призводить до зменшення частоти іонізації в запорошеній області, як це показано на рис. 4.11 (а). T_{eff} також зменшується в запорошеній області (рис. 4.11 (b)). В області, де немає порошинок, частота іонізації та ефективна температура електронів збільшуються зі зростанням n_d (завдяки зростанню E_p). Інтенсивність електричного поля, що підтримує плазму, дорівнює 198.5, 202.3 та 211.4 В/м для $n_{dmax} = 5 \times 10^6$, 10^7 та $3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ відповідно.

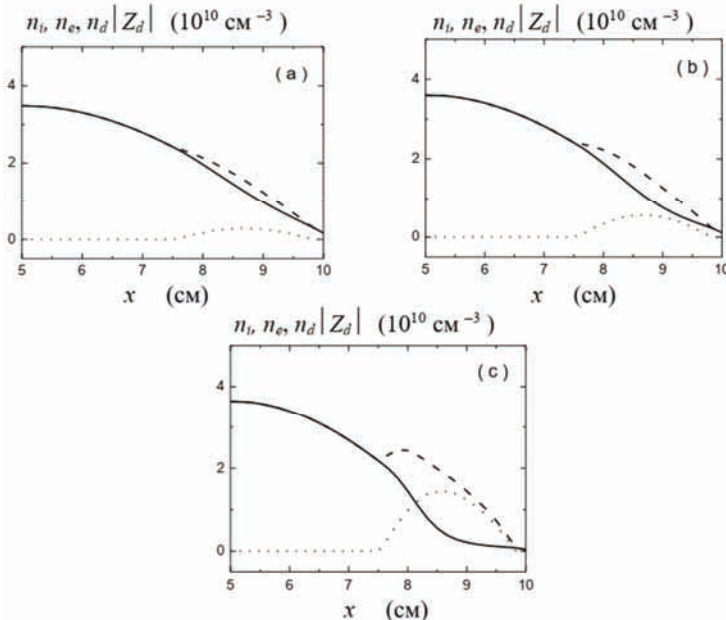


Рис. 4.10. Те саме, що і на рис. 4.8 (а) – 4.8 (с), у випадку, коли порошинки є локалізованими біля меж плазми при $n_{dmax} = 5 \times 10^6$ (а), 10^7 (b) та 3×10^7 (с) см^{-3} . Інші параметри такі самі, як і для рис. 4.8

За розгляду заповненої плазми природно виникає запитання, які зіткнення електронів з порошинками більш суттєво впливають на розподіл електронів за енергією: пружні чи непружні. Щоб відповісти на це запитання, порівняємо частоти пружних (ν_{ed}^e) та непружних (ν_{ed}^c) електрон-пилкових зіткнень з відповідними частотами електрон-атомних зіткнень.

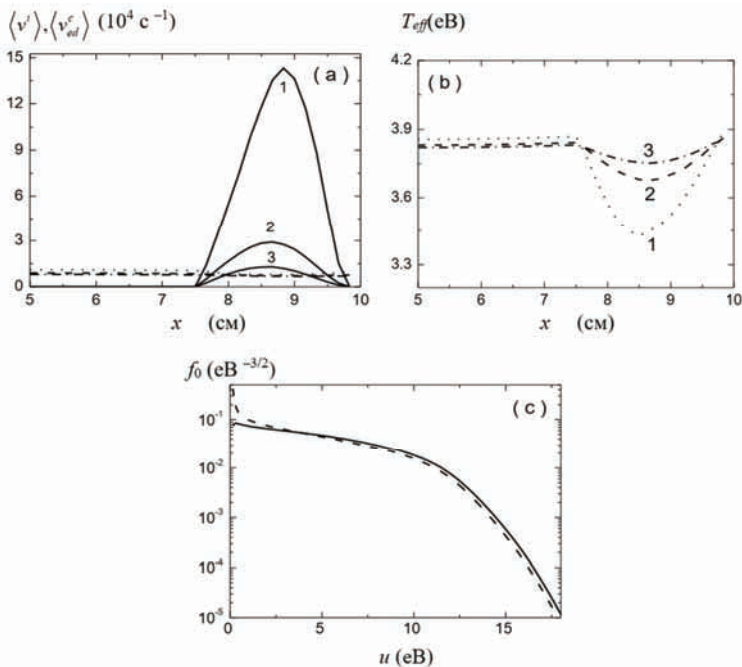


Рис. 4.11. (а) Розподіли частоти іонізації (криві (\dots) , $(---)$ та $(-\cdot-\cdot-)$) та частоти збирання електронів порошинками (криві 1, 2 та 3) для $n_d = 3 \times 10^7$, 10^7 та $5 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$. (б) Просторові розподіли T_{eff} при $n_d = 3 \times 10^7$ (1), 10^7 (2) та 5×10^6 (3) см^{-3} відповідно. (в) ФРЕЕ при $x = 5$ см ($—$) та $x = 8.67$ см ($---$) при $n_d = 3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$. Інші параметри такі самі, як і для рис. 4.8

З рис. 4.12 (а), де ν_{ea}^{exc} – це сумарна частота збудження за електрон-атомних зіткнень, видно, що у діапазоні низьких енергій ($u < 2$ eV) частота електрон-пилкових пружних зіткнень є більшою за частоту електрон-атомних пружних зіткнень. Але доданок у виразі (4.13) $(d/du)(2m_e/m_d)u^{3/2}\nu_{ed}^e[f_0 + T_d(df_0/du)]$, що описує пружні зіткнення електронів з порошинками в однорідному рівнянні Больцмана, є меншим за член (4.8), що описує пружні електрон-атомні зіткнення тому, що $m_i \ll m_d$ (для

порошинок субмікронного розміру $m_d/m_i \sim 10^8$ [18]). Це означає, що від частоти електрон-пилових пружних зіткнень може суттєво залежати тільки ліва частина рівняння (4.19), яка описує передачу енергії від електричного поля до плазми (нагадаємо, що в рівнянні (4.19) $v_m = v_{ed}^e + v_{em}^c$). Вплив пружних електрон-пилових зіткнень на ФРЕЕ може бути суттєвим тільки в діапазоні низьких енергій електронів, коли $v_{ed}^e \gg v_{em}^c$ (рис. 4.12 (a)).

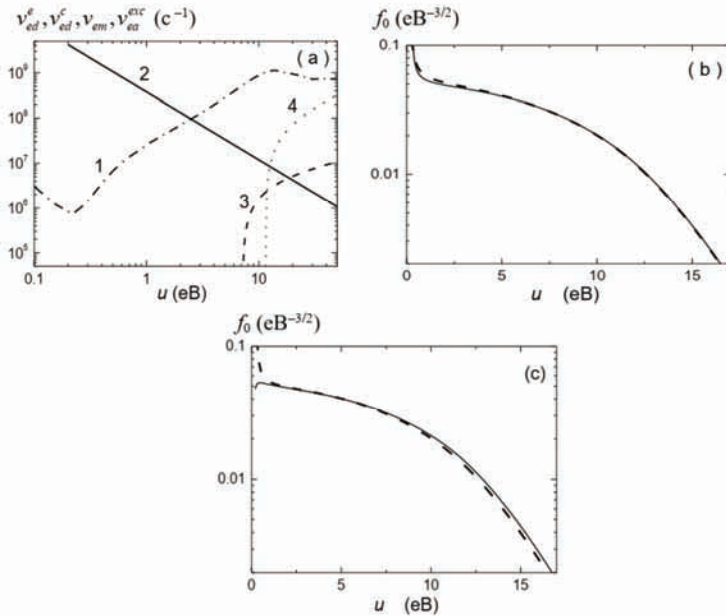


Рис. 4.12. (a) $v_{ed}^e(u)$ (крива 2), $v_{ed}^c(u)$ (крива 3) у порівнянні з $v_{em}^c(u)$ (крива 1) та $v_{ex}^{exc}(u)$ (крива 4); штрихова крива на рис. 4.12 (b) та 4.12 (c) відповідає ФРЕЕ при $\chi = 0$, що була розрахована для $v_{ed}^e \neq 0$, $v_{ed}^c \neq 0$; суцільна крива на рис. 4.12 (b) – для $v_{ed}^e = 0$, $v_{ed}^c \neq 0$, а на рис. 4.12 (c) – для $v_{ed}^e \neq 0$, $v_{ed}^c = 0$. Тут $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $P_{in} = 0.5 \text{ Вт/см}^2$, а інші параметри такі самі, як і для рис. 4.8

Для того, щоб дослідити вплив пружних та непружних електрон-пилових зіткнень на функцію розподілу електронів за енергією, ця функція розраховувалася за різних припущень. У першому випадку вважалося, що у рівнянні Больцмана (4.19) $v_{ed}^e = 0$, $v_{ed}^c \neq 0$ (крива (—) на рис. 4.12 (b)), а у другому випадку, що $v_{ed}^e \neq 0$, $v_{ed}^c = 0$ (крива (—) на рис. 4.12 (c)). В обох випадках величини E_p та n_e бралися такими самими, як

і у випадку $v_{ed}^e \neq 0$, $v_{ed}^c \neq 0$ (криві (---) на рис. 4.12 (b) та 4.12 (c)). З рис. 4.12 (b) видно, що ФРЕЕ при $v_{ed}^e = 0$ є близькою до ФРЕЕ, яку було отримано при $v_{ed}^e \neq 0$, $v_{ed}^c \neq 0$. Різниця між ФРЕЕ, отриманою при $v_{ed}^e = 0$ та обчисленою при $v_{ed}^e \neq 0$, спостерігається лише в області низьких енергій ($u < 3$ eV).

При $v_{ed}^c \neq 0$ кількість електронів з $u > -e\phi_s$ (за умов, що відповідають рис. 4.12, $\phi_s = -7.2$ В) зменшується у порівнянні з випадком $v_{ed}^c = 0$ завдяки їх збиранню порошинками. Це зменшення кількості високоенергетичних електронів супроводжується збільшенням кількості електронів у діапазоні низьких енергій ($u < 3$ eV). З цього можна зробити висновок, що непружні електрон-пилові зіткнення впливають більш суттєво на функцію розподілу електронів за енергією, ніж пружні зіткнення електронів з порошинками.

Отже, у цьому підрозділі представлено одновимірну кінетичну модель плазми, яка містить порошинки. Модель дозволяє знайти просторові розподіли ФРЕЕ, концентрацій електронів та іонів, температури електронів та заряду порошинок субмікронного розміру. Показано, що просторові розподіли параметрів плазми суттєво залежать від просторових розподілів концентрації порошинок. Ефективна температура електронів при просторово неоднорідному розподілі порошинок є неоднорідною, навіть при просторово однорідному електричному полі, що підтримує плазму. Порошинки також суттєво впливають на профіль ФРЕЕ. При одному і тому ж електричному полі, що підтримує плазму, завдяки збиранню електронів порошинками зменшується відносна кількість високоенергетичних електронів та модифікується розподіл електронів у діапазоні низьких енергій у порівнянні з випадком, коли $n_d = 0$. Вплив електрон-пилових пружних зіткнень на ФРЕЕ є меншим за вплив електрон-пилових непружних зіткнень.

Завдяки осадженню електронів на порошинки втрати електронів при збільшенні концентрації порошинок в цілому зростають у розряді, і система самоорганізується, щоб підтримати баланс між генерацією та втратами електронів. Це призводить до зростання ФРЕЕ у діапазоні високих енергій. Збільшення кількості високоенергетичних електронів відбувається завдяки зростанню інтенсивності електричного поля, що підтримує плазму.

4.4. Просторовий розподіл температури електронів у неоднорідній заповненій плазмі ємнісних та індукційних розрядів

У попередньому підрозділі розглядався випадок, коли електричне поле, що підтримує плазму, є просторово однорідним. Але в більшості

розрядів низького тиску, наприклад, в ємнісних та індукційних розрядах, просторовий розподіл електричного поля суттєво відрізняється від однорідного.

Експерименти [129, 130], які було проведено в неоднорідній заповненій плазмі ємнісних розрядів, показали, що ефективна температура електронів є вищою в тій області плазми, де концентрація порошинок є більшою. Виникає запитання, за рахунок чого зростає температура електронів в області з підвищеною n_d , адже при просторово однорідному електричному полі, що підтримує плазму, температура електронів є більшою там, де концентрація порошинок є меншою. Також не зрозуміло, чи така залежність температури електронів від концентрації порошинок має місце в інших високочастотних розрядах, наприклад, в індукційних.

Щоб відповісти на ці запитання [107], розглянемо заповнену плазму, що підтримується в розрядній камері висоти L та радіуса R . При цьому $L \ll R$. Тобто припускається, що всі параметри плазми залежать тільки від координати z (координата у напрямку, що є перпендикулярним до горизонтальних поверхонь, які обмежують плазму). Плазма підтримується електричним полем $E(t) = E_p \exp(i\omega t)$ ($\omega = 2\pi f_E$, $f_E = 13.56$ МГц) і складається з електронів, однозарядних позитивних іонів аргону та негативно заряджених порошинок, які мають приблизно однаковий субмікронний розмір. Вважається, що розміри шарів просторового заряду біля стінок розряду є значно меншими за розміри квазінейтральної області. Як і раніше, припускається, що порошинки не взаємодіють між собою. Розглядається два просторові розподіли електричного поля, яке підтримує плазму. У першому випадку вважається, що E_p залежить від концентрації електронів так само, як у плазмі ємнісного симетричного газового розряду, а у другому випадку – як у плазмі індукційного розряду.

У першому випадку в квазінейтральній області розряду (див. рівняння (4.2.27) та (4.2.28) роботи [63])

$$|E_p(z)| = |J_T| \frac{\omega_{pe}^2(z)}{v_m(z)\sigma_{dc}(z)} \left[\frac{\omega^2 + v_m^2(z)}{(\omega_{pe}^2(z) - \omega^2)^2 + \omega^2 v_m^2(z)} \right]^{1/2}, \quad (4.32)$$

де $\sigma_{dc}(z) = e^2 n_e(z) / [m_e v_m(z)]$, а J_T – густина струму крізь плазмовий шар, при цьому J_T не залежить від просторової координати z .

У другому випадку вважається, що плазма генерується струмом j_ϕ частоти 13.56 МГц, який протікає по спіральних витках в азимутальному напрямку. Витки зі струмом розташовані згори розрядної камери і відділені шаром діелектрика від плазми. Плазма вважається азимутально-симет-

ричною. Струм j_φ індукує електромагнітне поле з азимутальною складовою електричного поля E_φ , радіальною H_r та аксіальною H_z складовими магнітного поля.

Компонента електричного поля E_φ визначається рівнянням

$$\partial_r \frac{1}{r} \partial_r (r E_\varphi) + \partial_z^2 E_\varphi + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_\varphi = \frac{\omega_{pe}^2(z) \omega [\omega + i \nu_m(z)]}{c^2 [\omega^2 + \nu_m^2]} E_\varphi. \quad (4.33)$$

Вважаючи, що $E_\varphi \sim J_1(3.83r/R)$ та $|\partial_z k| \ll |k|^2$ [131, 132], де J_1 – функція Бесселя першого порядку, а r – радіальна координата, з рівняння (4.33) випливає, що

$$E_\varphi(z) \sim \frac{D}{\sqrt{k(z)}} \exp\left(-\int_0^z k(y) dy\right), \quad (4.34)$$

де $k^2(z) = [\omega_{pe}(z)/c]^2 [b + i \nu_m(z)/\omega] / [1 + \nu_m^2(z)/\omega^2]$, $b = 1 + a[1 + \nu_m^2(z)/\omega^2]$, $a = \left(\frac{c}{\omega_{pe}(z)}\right)^2 \left[\left(\frac{3.83}{R}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2\right]$, а D – стала. З рівняння (4.34) отримуємо, що

$$|E_p(z)|^2 = |E_\varphi(z)|^2 \sim \frac{D^2}{\sqrt{k_1^2(z) + k_2^2(z)}} \exp\left(-2 \int_0^z k_1(y) dy\right), \quad (4.35)$$

де $k_1 = \frac{\omega_{pe}(z)}{c} \left(\frac{b[1 + (1 + \nu_m^2(z)/(\omega^2 b^2))^{1/2}]}{2[1 + \nu_m^2(z)/\omega^2]}\right)^{1/2}$ та $k_2 = \frac{\omega_{pe}^2(z)}{2k_1(z)c^2} \frac{\nu_m(z)/\omega}{[1 + \nu_m^2(z)/\omega^2]}$.

Коли висота розряду менша за його радіус, вираз (4.35) описує просторовий розподіл амплітуди височастотного електричного поля в центральній частині розряду. З (4.35) видно, що $|E_p(z)|$ – інтегральна функція $n_e(z)$, тобто електричне поле залежить від концентрації електронів нелокально. Та більше, в багатьох індукційних джерелах плазми з плоским індуктором амплітуда електричного поля [63, 132]

$$|E_p(z)| \approx E_{p0} \exp(-\langle k_1 \rangle z), \quad (4.36)$$

де E_{p0} – стала, а $\langle k_1 \rangle^{-1} = \frac{c}{\langle \omega_{pe} \rangle} \left(\frac{2(1 + \langle v_m \rangle^2 / \omega^2)}{b[1 + (1 + \langle v_m \rangle^2 / (\omega^2 b^2))^{1/2}]} \right)^{1/2}$ – глибина проникнення електричного поля до плазми, $\langle \omega_{pe} \rangle$ та $\langle v_m \rangle$ – просторово-усереднені плазмова частота та частота пружних зіткнень електронів з іншими частинками газового розряду.

Коли електричне поле визначається рівнянням (4.32), будемо вважати, що розряд є симетричним відносно площини $z = 0$ (яка проходить через середину розряду). Розглянемо такі тиски робочого газу та розміри камери, що $PL, PR > 0.1$ мм рт. ст. × см. Це дозволяє розрахувати функцію розподілу електронів за енергією з однорідного рівняння Больцмана (4.19). Просторові розподіли концентрацій електронів та іонів знаходилися з рівнянь (4.18), (4.28) та (4.29). Заряд порошинок було розраховано, вважаючи, що струм іонів на окрему порошокинку за абсолютним значенням дорівнює струму електронів (1.12). Струм електронів описувався, як і раніше, рівнянням (4.17), а струм іонів [133]

$$I_i \approx \sqrt{8\pi} a_d^2 e n_i v_{Ti} [1 + \xi \tau + H \xi^2 \tau^2 \lambda_s n_a \sigma_{ia}], \quad (4.37)$$

де $\xi = |Z_d| e^2 / (a_d T_{eff})$, $\tau = T_{eff} / T_i$, $v_{Ti} = \sqrt{T_i / m_i}$, n_a – концентрація атомів (молекул) робочого газу, $\sigma_{ia} \approx 10^{-14}$ см² – поперечний переріз іон-нейтральних зіткнень, λ_s – радіус екранування, який для субмікронних порошинок приблизно дорівнює дебаївському радіусу екранування [18]. Функція H має наступні асимптотики [133]: $H \sim 0.1$ для $0.1 \leq \beta \leq 10$; $H \sim \beta$ для $\beta \ll 1$ і $H \sim \beta^{-2} (\ln \beta)^3$ для $\beta \gg 1$, де $\beta = |Z_d| e^2 / (\lambda_s T_i)$.

Вираз для струму іонів (4.37) було отримано, враховуючи зіткнення іонів з нейтральними частинками у шарі просторового заряду навколо порошинок. У типових запорошених газових розрядах $\xi \sim 1$, $\tau \sim 100$, і зіткнення іонів з нейтральними частинками можуть впливати на струм I_i , навіть коли довжина вільного пробігу іонів є на порядок меншою, ніж радіус екранування [133].

Просторові розподіли параметрів плазми, що підтримується високо-частотним електричним полем, амплітуда якого визначається рівнянням (4.34) або (4.36), було обчислено за допомогою рівнянь неперервності, руху іонів та електронів. Ці рівняння були доповнені наступними крайовими умовами. Вважалось, що в ємнісному розряді швидкості руху електронів та іонів у центрі розряду ($z = 0$) дорівнюють нулю, а на межах плазми в ємнісному ($z = \pm L/2$) та індукційному ($z = L$ та $z = 0$) розрядах швидкості

руху іонів та електронів дорівнюють бомівській швидкості $v_{Bi} \approx \sqrt{2e/m_i} [\int f_0(u)u^{-1/2} du]^{-1/2}$.

Рівняння (4.18), (4.19), (4.28) та (4.29) були розв'язані числовими методами [106]. Розрахунки проводилися за параметрів, близьких до тих, що спостерігаються в експериментах із запорошеною плазмою, які описано в роботах [129, 130], а також за типових параметрів плазми індукційних розрядів [63].

По-перше, розглянемо випадок, коли електричне поле залежить локально від концентрації електронів. Профілі n_e , E_p та T_{eff} для різних концентрацій електронів та E_p , що визначається рівнянням (4.32), показано на рис. 4.13 та 4.14.

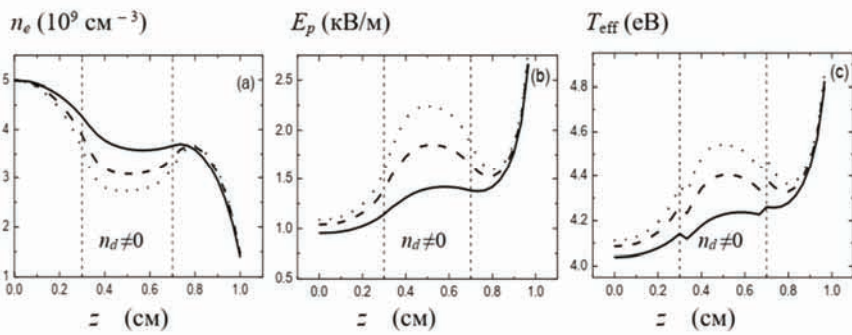


Рис. 4.13. Розподіли n_e (a), E_p (b) та T_{eff} (c) для електричного поля, що визначається формулою (4.32), при $n_e(z=0) = 5 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $L/2 = 1 \text{ cm}$, $a_d = 175 \text{ nm}$, $P = 0.4 \text{ mm рт. ст.}$, де $z = 0$ – середина плазмового шару. Суцільні, штрихові та точкові криві отримано відповідно при $n_{d0} = 10^7, 2 \times 10^7$ та $3 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$

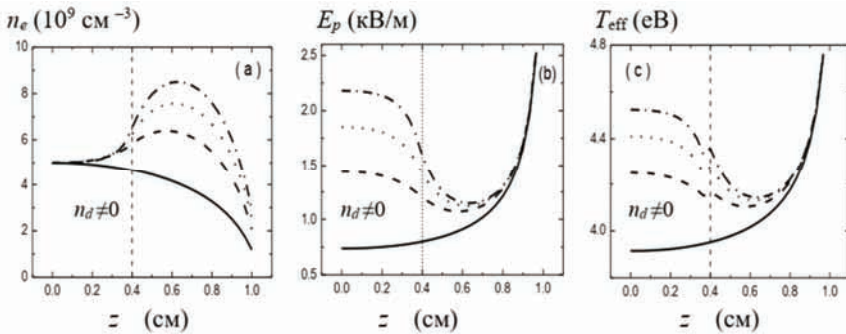


Рис. 4.14. Те саме, що на рис. 4.13, але у випадку, коли порошинки знаходяться в центрі плазмового шару. Суцільні, штрихові, точкові та штрих-пунктирні криві отримано відповідно для $n_{d0} = 0.0, 10^7, 2.0 \times 10^7$ та $3.0 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$

У випадку, що відповідає рис. 4.13, вважалося, що концентрація порошинок $n_d = n_{d0} = \text{const}$ при $0.33 \text{ см} < z < 0.67 \text{ см}$ і n_d лінійно зменшується до нуля в областях $0.3 \text{ см} < z < 0.33 \text{ см}$ та $0.67 \text{ см} < z < 0.7 \text{ см}$. Тут n_{d0} – максимальна концентрація порошинок. Цей профіль концентрації порошинок є типовим за формування пилових порожнин.

Порошинки можуть бути також сконцентрованими в центрі розряду, як у випадку формування пилових куль [134]. Щоб змоделювати цей випадок, за розрахунків вважалося, що $n_d = n_{d0} = \text{const}$ при $z \leq 0.37 \text{ см}$, n_d лінійно зменшується до нуля при $0.37 \text{ см} < z \leq 0.4 \text{ см}$ і $n_d = 0$ при $z > 0.4 \text{ см}$. Розподіли n_e , E_p та $T_{\text{еф}}$ для даного профілю концентрації порошинок показано на рис. 4.14.

З рис. 4.13 (а) та 4.14 (а) видно, що при збільшенні концентрації порошинок концентрація електронів в області плазми, де знаходяться порошинки, зменшується в порівнянні з n_e в сусідніх незапорошених областях. Це зменшення концентрації електронів відбувається завдяки осадженню електронів на порошинки. При збільшенні n_{d0} електричне поле зростає у всьому плазмовому шарі (рис. 4.13 (b) та 4.14 (b)). Це призводить до інтенсифікації іонізації. Завдяки зростанню E_p ефективна температура електронів підвищується (рис. 4.13 (c) та 4.14 (c)). Крім цього, завдяки локальній залежності електричного поля від концентрації електронів ($|E_p(z)| \sim 1/n_e(z)$), електричне поле є більшим там, де присутні порошинки, ніж там, де їх немає. Внаслідок цього ефективна температура електронів є також більшою в запорошеній області.

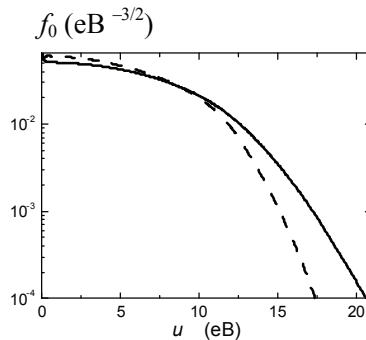


Рис. 4.15. Функція розподілу електронів за енергією при $z = 0.1 \text{ см}$ (штрихова крива) та при $z = 0.5 \text{ см}$ (суцільна крива) для $n_{d0} = 3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ та просторового розподілу концентрації порошинок, як і для рис. 4.13

Було також порівняно розподіли електронів за енергією в запорошеній області розряду та в області, де немає порошинок (рис. 4.15). З рис. 4.15

видно, що відносна кількість високоенергетичних електронів у запорошеній області є більшою, ніж їхня кількість в області без порошинок.

Розрахунки було також проведено і для випадку, коли електричне поле описується виразом (4.35). При цьому вважалось, що порошинки локалізовані в центрі розряду. Профілі концентрації електронів, електричного поля та ефективної температури електронів для цього розподілу E_p показано на рис. 4.16. З рис. 4.16 (а) видно, що при збільшенні n_{d0} максимум концентрації електронів зміщується в напрямку $z = 0$, до межі плазми біля індуктора. Це зміщення відбувається під впливом бар'єра з порошинок та завдяки неоднорідності електричного поля, що підтримує плазму. При збільшенні n_{d0} високочастотне електричне поле зростає у всьому плазмовому об'ємі (рис. 4.16 (b)), а ефективна температура – в областях, де немає порошинок (рис. 4.16 (c)). Ці величини збільшуються, щоб компенсувати додаткові втрати електронів на порошинках. На відміну від ємнісного розряду з розподілом електричного поля (4.32), ефективна температура електронів у запорошеній області менша, ніж у сусідніх областях, в яких немає порошинок. Крім цього, електричне поле не зростає в області, в якій $n_d = n_{d0} = \text{const}$, тому що у цьому випадку воно залежить інтегрально від n_e (див. вираз (4.35)). В області, де знаходяться порошинки, ефективна температура електронів є меншою, ніж в сусідніх областях без порошинок, завдяки збиранню електронів порошинками.

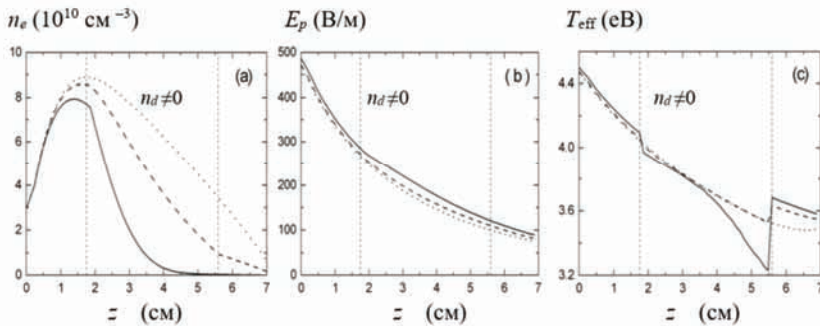


Рис. 4.16. Розподіли n_e (a), E_p (b) та T_{eff} (c) для електричного поля, що визначається формулою (4.35), при $n_e(z = 0) = 3 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $L = 7 \text{ см}$, $R = 16 \text{ см}$, $a_d = 100 \text{ нм}$, $P = 0.1 \text{ мВт}$. ст., де $z = 0$ – межа плазми біля індуктора. При $1.87 \text{ см} < z < 5.48 \text{ см}$ концентрація порошинок є однорідною і n_d зменшується лінійно до нуля в областях $1.75 \text{ см} < z < 1.87 \text{ см}$ та $5.48 \text{ см} < z < 5.6 \text{ см}$. Точкові, штрихові та суцільні криві отримано відповідно при $n_{d0} = 0.0, 3 \times 10^6$ та 10^7 см^{-3}

Отже, у цьому підрозділі досліджено просторові розподіли концентрації та температури електронів в ємнісних та індукційних розрядах з не-

однорідним просторовим розподілом концентрації порошинок. Показано, що ефективна температура електронів в ємнісних розрядах зростає в областях з підвищеною концентрацією порошинок завдяки зростанню високочастотного електричного поля в цих областях. В індукційних розрядах T_{eff} менша там, де концентрація порошинок більша, завдяки збиранню високоенергетичних електронів порошинками, а також завдяки нелокальній залежності високочастотного електричного поля від концентрації електронів.

4.5. Вплив дрейфу електронів до стінок розрядної камери на функцію розподілу електронів за енергією

У цьому підрозділі буде показано, як ФРЕЕ у заповненій аргоновій плазмі залежить від просторового дрейфу електронів [108]. Для цього при розрахунках ФРЕЕ замість однорідного рівняння Больцмана (4.19) було розв'язано рівняння (4.7). Вплив дрейфу електронів на ФРЕЕ у звичайній плазмі досліджувався у роботі [101]. У цій роботі було показано, що функція розподілу електронів за енергією, яку було розраховано за допомогою рівняння (4.7), за певних умов може суттєво відрізнитися від розподілу електронів за енергією, що отримано з однорідного рівняння Больцмана. Як і у попередніх двох підрозділах цього розділу, у цьому підрозділі також вважається, що висота плазми L є значно меншою за її радіус, тобто параметри плазми залежать тільки від вертикальної координати x . Розглядається випадок, коли розподіл концентрації порошинок у плазмі є близьким до однорідного. Основні припущення, що використовувалися у попередніх підрозділах цього розділу, вважаються справедливими і зараз.

Якщо проінтегрувати рівняння (4.5) за енергією, то отримаємо рівняння неперервності для електронів

$$\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{\Gamma}_e = \langle v^i \rangle n_e - \langle v_{ed}^c \rangle n_e, \quad (4.38)$$

де $\mathbf{\Gamma}_e = -\nabla_{\mathbf{r}}(D_e n_e) + n_e \mu_e \mathbf{E}_s$, $\langle v^i \rangle = \int_0^{\infty} v_{ea}^i(u) f_0(u) u^{1/2} du$ – середня частота іонізації, а $\langle v_{ed}^c \rangle = \int_0^{\infty} v_{ed}^c(u) f_0(u) u^{1/2} du$ – середня частота збирання електронів порошинками.

При достатньо високих тисках робочого газу потік іонів $\mathbf{\Gamma}_i = -\nabla_{\mathbf{r}}(D_i n_i) + n_i \mu_i \mathbf{E}_s$. У припущенні, що $\mathbf{\Gamma}_e = \mathbf{\Gamma}_i$ [63],

$$\mathbf{E}_s = \frac{-D_e \nabla_r n_e + D_i \nabla_r n_i}{\mu_i n_i - \mu_e n_e} = \frac{(-D_e + D_i) \nabla_r n_e + D_i \nabla_r |n_d Z_d|}{(-\mu_e + \mu_i) n_e + \mu_i |n_d Z_d|}. \quad (4.39)$$

Оскільки $-\mu_e \gg \mu_i$ та $D_e \gg D_i$, то при $|n_d Z_d| \leq n_e$ вираз для поля просторового заряду \mathbf{E}_s може бути спрощеним:

$$\mathbf{E}_s \approx \frac{D_e - D_a}{\mu_e} \frac{\nabla_r n_e}{n_e}, \quad (4.40)$$

де D_a – коефіцієнт амбіполярної дифузії.

За невисоких концентрацій порошинок ($|n_d Z_d| < n_e$) профіль концентрації електронів є схожим до профілю n_e у незапорошеній плазмі (рис. 4.8). У цьому випадку $\nabla_r \cdot \Gamma_e \approx (D_a \pi^2 / L^2) n_e$, і рівняння (4.38) спрощується до

$$\frac{D_a \pi^2}{L^2} \approx \langle v^i \rangle - \langle v_{ed}^c \rangle. \quad (4.41)$$

Якщо проінтегрувати рівняння (4.7) за енергією та врахувати (4.41), то отримаємо, що $\Lambda_e = L / \pi$ (у рівнянні (4.7)).

При високих концентраціях порошинок ($|n_d Z_d| > n_e$) різниця між профілями концентрації електронів у запорошеній плазмі та у звичайній плазмі може бути суттєвою. Але у цьому випадку втрати електронів на порошинках стають домінуючими над їх втратами на стінках розряду ($D_a \pi^2 / L^2 \ll \langle v_{ed}^c \rangle$), і можна вважати, що $\langle v^i \rangle \approx \langle v_{ed}^c \rangle$ (див. роботу [18] та рис. 4.8 (d) цієї монографії). Тобто і при ($|n_d Z_d| > n_e$) рівняння (4.41) може також використовуватися при дослідженні балансу електронів у розряді.

При застосуванні однорідного рівняння Больцмана для опису ФРЕЕ у звичайній плазмі процес іонізації у рівнянні (4.19) треба описувати як звичайний процес збудження атомів з основного стану до стану з енергією V_i [113]. Це тому, що у звичайній плазмі генерація частинок при іонізації повністю балансується їх дифузійними втратами на стінках розряду (які не враховуються в однорідному рівнянні Больцмана). Але у запорошеній плазмі електрони осаджуються також на порошинки, і за високих концентрацій порошинок частоти $\langle v^i \rangle$ та $\langle v_{ed}^c \rangle$ можуть бути приблизно рівними [18].

За розгляду запорошеної плазми рівняння $\langle v^i \rangle = \langle v_{ed}^c \rangle$ отримується після інтегрування однорідного рівняння Больцмана, коли процес іонізації описується інтегралом (4.10), а не як у випадку звичайного процесу

збудження атомів. Тому для плазми з високою концентрацією порошинок процес іонізації в однорідному рівнянні Больцмана необхідно описувати так само, як і в неоднорідному рівнянні Больцмана.

Далі буде порівняно ФРЕЕ, що було отримано з однорідного рівняння Больцмана, з функцією розподілу електронів за енергією, яку було обчислено за допомогою рівняння (4.7). Буде показано, що, коли довжина релаксації енергії є меншою за розміри плазми (при $K \geq 1$, де K збігається з K_L у нерівностях (4.21)), ФРЕЕ, розрахована за допомогою рівняння (4.7), практично збігається з функцією розподілу електронів за енергією, яку було отримано з однорідного рівняння Больцмана.

Рівняння (1.12), (4.7), (4.18) та (4.41) було розв'язано числовими методами. Для розв'язання рівняння (4.7) було застосовано метод скінченних різниць [82, 83]. Розрахунки було проведено за зовнішніх умов, що є типовими для низькотемпературної плазми [63] та експериментів з формування порошинок [18]. Функції розподілу електронів за енергією та інші параметри плазми було розраховано для різних концентрацій та розмірів порошинок. ФРЕЕ було знайдено двома способами: з рівняння (4.7) та з (4.19). ФРЕЕ та інші параметри плазми (концентрація іонів, ефективна температура електронів та заряд порошинок) було обчислено для різних концентрацій порошинок і наведено на рис. 4.17 та у таблиці 4.1.

Таблиця 4.1

Параметри плазми, що отримано з однорідного рівняння Больцмана (Однор.) та рівняння (4.7) (Неоднор.) за тих самих зовнішніх умов, як і для рис. 4.17

n_d (10^7 см ⁻³)	Параметр	Однор.	Неоднор.
0	K	0.12	
0	n_i (10^{10} см ⁻³)	5.0	5.0
0	T_{eff} (eВ)	3.84	2.72
1.0	K	0.3	
1.0	n_i (10^{10} см ⁻³)	5.607	5.595
1.0	T_{eff} (eВ)	4.02	3.63
1.0	$ Z_d $	607	595
5.0	K	1.27	
5.0	n_i (10^{10} см ⁻³)	7.97	7.965
5.0	T_{eff} (eВ)	4.25	4.08
5.0	$ Z_d $	594	593
10.0	K	3.53	
10.0	n_i (10^{10} см ⁻³)	10.8	10.78
10.0	T_{eff} (eВ)	4.45	4.38
10.0	$ Z_d $	580	578

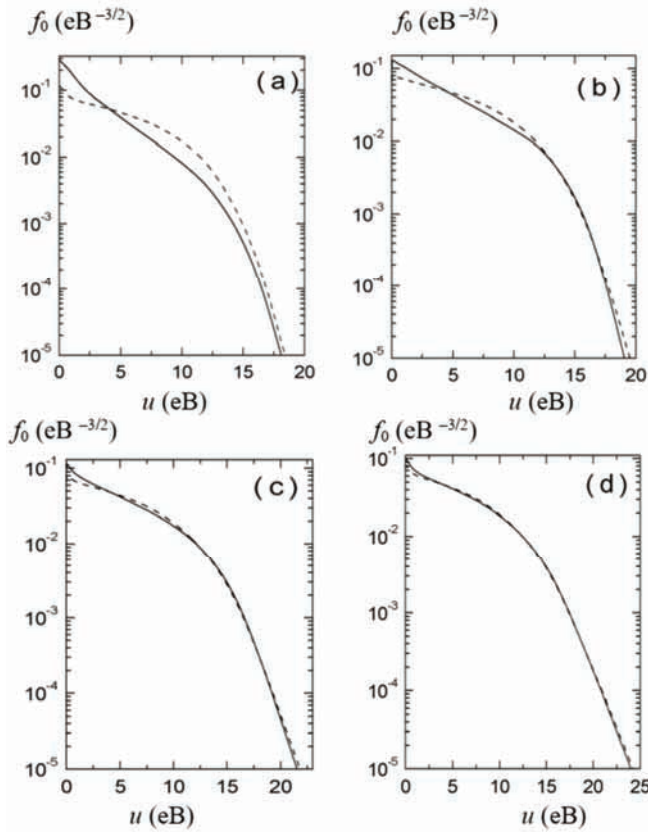


Рис. 4.17. ФРЕЕ, що отримано з однорідного (---) та неоднорідного (—) рівнянь Больцмана при різних концентраціях порошинок: $n_d = 0$ (a), 10^7 (b), 5×10^7 (c) та 10^8 (d) cm^{-3} . При цьому $n_e = 5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $L = 5.0 \text{ cm}$, $P = 0.1 \text{ мм рт. ст.}$ та $a_d = 100 \text{ нм}$

З рис. 4.17 видно, що при низьких концентраціях порошинок (або за їх відсутності) ФРЕЕ, отримана з рівняння (4.7), суттєво відрізняється від функції розподілу електронів за енергією, яку було розраховано за допомогою однорідного рівняння Больцмана. В плазмі без порошинок в діапазоні низьких енергій ($u \leq 10 \text{ eV}$) ФРЕЕ, отримана з рівняння (4.7), є близькою до максвеллівської функції розподілу (рис. 4.17 (a)). ФРЕЕ, розрахована за допомогою рівняння (4.7), є більшою в діапазоні низьких енергій ($u \leq 5 \text{ eV}$) і меншою в діапазоні $5 \text{ eV} \leq u \leq 17 \text{ eV}$, ніж функція розподілу електронів за енергією, яку було отримано з однорідного рівняння Больцмана. В діапазоні високих енергій ($u \geq 17.5 \text{ eV}$) функції розподілу електронів за енергією, розраховані за допомогою однорідного та неоднорідного рівнянь Больцмана, є приблизно однаковими. Ці результати схожі на ті, що

було отримано в роботі [101]. Через різницю у ФРЕЕ ефективні температури електронів також є різними в цих двох випадках. Різниця у ФРЕЕ та інших параметрах плазми, отриманих у локальному (з однорідного рівняння Больцмана) та нелокальному (з неоднорідного рівняння Больцмана) наближеннях, при збільшенні концентрації порошинок зменшуються. При малих концентраціях порошинок ($n_d = 10^7 \text{ см}^{-3}$) ефективні температури електронів, які було отримано за допомогою цих різних підходів, різняться приблизно на 11 %, а при високих $n_d (= 10^8 \text{ см}^{-3})$ різниця між температурами зменшується до 2 % (табл. 4.1).

Добре відомо, що заряд порошинок залежить від T_{eff} і зазвичай збільшується при зростанні ефективної температури електронів [135]. Тому заряд порошинок, який було здобуто у локальному наближенні, є дещо більшим за той, що було отримано з кінетичної моделі, яка враховує просторовий дрейф електронів.

Коли параметр K є більшим або порядку одиниці (довжина релаксації енергії є меншою за розміри плазми), ФРЕЕ та інші параметри плазми, які було отримано з однорідного рівняння Больцмана, стають близькими до тих, що було розраховано за допомогою неоднорідного кінетичного рівняння (4.7). Вплив просторового дрейфу електронів на ФРЕЕ є суттєвим лише при $K < 1$.

При зміні радіуса порошинок ФРЕЕ та інші параметри плазми змінюються приблизно так само, як і при варіації концентрації порошинок. При збільшенні a_d зростають втрати електронів на порошинках, що супроводжується зменшенням довжини релаксації енергії. При достатньо великих радіусах порошинок ФРЕЕ добре описується однорідним рівнянням Больцмана (рис. 4.18).

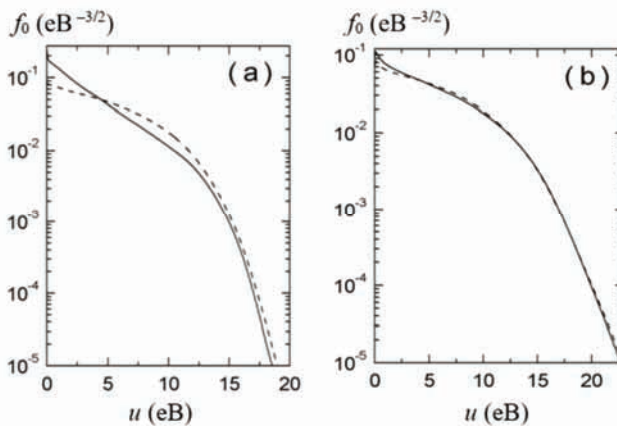


Рис. 4.18. Те саме, що і на рис. 4.17, для $a_d = 50$ (а) та 300 (б) нм. При цьому $n_d = 10^7 \text{ см}^{-3}$, а інші параметри такі самі, як і для рис. 4.17

У локальному наближенні (ФРЕЕ обчислюється з однорідного рівняння Больцмана) за умов, що відповідають рис. 4.18, $Z_d = 302, 1883$; $T_{eff} = 3.95$ еВ, 4.34 еВ, а $K = 0.185, 1.82$ при $a_d = 50, 300$ нм відповідно. У нелокальному наближенні (ФРЕЕ обчислюється за допомогою (4.7)) $Z_d = 280, 1877$; $T_{eff} = 3.22$ еВ, 4.21 еВ при $a_d = 50, 300$ нм відповідно.

Таким чином, у цьому підрозділі показано, що вплив просторового дрейфу електронів на розподіл електронів за енергією в запорощеній плазмі є суттєвим, коли довжина релаксації енергії є більшою за розміри плазми. Довжина релаксації енергії зменшується при зростанні розміру та концентрації порошинок. При достатньо високих a_d та n_d і параметрах плазми, що є типовими для експериментів з вирощування порошинок, довжина релаксації енергії є меншою за розміри плазми. До того ж ФРЕЕ добре описується однорідним рівнянням Больцмана. Але процес іонізації в однорідному рівнянні Больцмана повинен описуватися, як і в неоднорідному рівнянні Больцмана, враховуючи виникнення нових електронів в електрон-атомних зіткненнях. Це відрізняється від випадку, коли розглядається плазма без порошинок, і у локальному наближенні іонізація описується як звичайний процес збудження, без урахування генерації нових електронів [113].

4.6. Аналітичні вирази, які описують функцію розподілу електронів за енергією у запорощеній плазмі, що підтримується зовнішнім електричним полем

У цьому підрозділі покажемо, що у деяких випадках ФРЕЕ у запорощеній плазмі можна знайти аналітично. Розглянемо запорощену плазму, що підтримується електричним полем $E(t)$, де t – час. У разі високочастотного розряду $E(t) = E_p \cos(\omega t)$, де $\omega = 2\pi f_E$ та f_E – частота електричного поля. Для розряду сталого струму $E(t) = E_p = \text{const}$. Будемо вважати, що плазма складається з електронів з концентрацією n_e , однозарядних позитивних іонів (Ar^+) з концентрацією n_i та негативно заряджених порошинок субмікронного розміру з концентрацією n_d та радіусом a_d . Всі інші основні припущення такі самі, як і у підрозділі 4.1.

Функцію розподілу електронів за енергією f_0 знайдемо зі стаціонарного однорідного рівняння Больцмана (4.19), яке може бути записано у вигляді

$$-\frac{2e}{3m_e} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{v_m(u)} E_{\text{eff}}^2(u) \frac{\partial f_0}{\partial u} \right] = S_0(f_0), \quad (4.42)$$

де $E_{\text{eff}}^2 = \frac{E_p^2}{2} \frac{v_m^2(u)}{v_m^2(u) + \omega^2}$ та $E_{\text{eff}} = E_p$ у випадку плазми, що підтримується сталим струмом.

Вважається, що струми електронів (I_e) та іонів (I_i) до кожної з порошинок є рівними один одному та описуються виразами (4.17) та (4.37) відповідно. Крім того, вважалось, що плазма є квазінейтральною, тобто концентрації електронів, іонів та порошинок пов'язані рівнянням (4.18).

У загальному випадку ФРЕЕ у рівнянні (4.42) може бути знайдена тільки числовими методами, як це робилося у попередніх підрозділах цього розділу. Але, як буде показано нижче, у деяких випадках можна знайти наближений аналітичний розв'язок цього рівняння, який добре узгоджується з розв'язком цього рівняння, отриманим числовими методами.

4.6.1. Наближений аналітичний розв'язок однорідного рівняння Больцмана у випадку запорошеної плазми

Розглянемо випадок слабкоіонізованої плазми (електрон-атомні зіткнення переважають над електрон-електронними зіткненнями, тобто $v_{ee}/(\delta v_{em}) \ll 1$ для більшості енергій електронів, що розглядаються, де $\delta = 2m_e/m_i$). Крім того, кількість електронів з енергіями, більшими за перший енергетичний бар'єр збудження (≈ 11.5 eV для Ag), вважається малою. У цьому випадку в рівнянні (4.42) можна знехтувати доданком (4.11) та доданком, що описує трансформацію електронів з високою енергією в низькоенергетичні електрони, тобто вираз (4.9) можна спростити до

$$S_{ea}^{\text{exc}}(f_0) \approx -\sum_k v_{ea}^k(u) f_0(u) u^{1/2}. \quad (4.43)$$

Беручи до уваги ці спрощення, однорідне рівняння Больцмана (4.42) може бути записане у такому вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left[u^{3/2} (\delta_D v_{ed}^e(u) + \delta v_{em}(u)) \left\{ f_0(u) + \frac{1}{\beta} \frac{\partial f_0(u)}{\partial u} \right\} \right] \approx (v_{ed}^c(u) + v_{1\Sigma}(u)) f_0(u) \sqrt{u}, \quad (4.44)$$

де $\delta_D = 2m_e/m_d$, $\beta^{-1} = T_g + \frac{2e}{3m_e} \frac{E_{\text{eff}}^2}{v_m (\delta_D v_{ed}^e + \delta v_{em})}$, $v_m = v_{ed}^e + v_{em}$,

$v_{1\Sigma}(u) = \sum_k v_{ea}^k(u)$ – сумарна частота непружних електрон-атомних зіткнень.

Ця частота була обчислена за допомогою рівнянь (B6) та (B7) роботи [136].

Припускалося, що за великих енергій електронів ($u \geq u_1^* > u^*$, де $u^* = 11.5 \text{ eV}$, а $u_1^* = 20 \text{ eV}$) функція розподілу електронів за енергією швидко спадає зі збільшенням u . У цьому випадку для розрахунку ФРЕЕ при великих енергіях електронів можна застосувати квазікласичний підхід [63, 104], і функція розподілу електронів за високих енергій описується виразом

$$f_0(u) = C_2 \exp(S(u)), \quad (4.45)$$

де C_2 – стала, а $S(u)$ – гладка функція, що задовольняє таким умовам [63, 104]:

$$u \frac{dS}{du} \gg 1 \quad \text{та} \quad \left(\frac{dS}{du} \right)^2 \gg \left| \frac{d^2 S}{du^2} \right|.$$

У цьому наближенні з рівняння (4.44) випливає, що

$$\frac{dS(u)}{du} = -\frac{1}{\sqrt{u}} \sqrt{\frac{\beta[v_{ed}^c(u) + v_{1\Sigma}(u)]}{\delta_D v_{ed}^e(u) + \delta v_{em}(u)}} = -\beta_1(u)$$

та

$$S(u) = -\int_{u_1^*}^u \beta_1(u') du'. \quad (4.46)$$

При великих енергіях електронів виконуються нерівності $\delta_D v_{ed}^e \ll \delta v_{em}$ та $v_{ed}^e \ll v_{em}$, і відношення величини β_1 в запорошеній плазмі до тієї ж величини в незапорошеній плазмі за одного й того ж електричного поля, що підтримує плазму, приблизно дорівнює $\sqrt{\frac{v_{ed}^c(u) + v_{1\Sigma}(u)}{v_{1\Sigma}(u)}}$. Отже, при великих енергіях електронів ФРЕЕ в запорошеній плазмі зменшується швидше, ніж у плазмі без порошинок.

У випадку незапорошеної плазми, коли $n_d = 0$, з рівняння (4.46) випливає, що [104, 137]

$$S(u) = -\int_{u_1^*}^u \sqrt{\frac{3m_e v_{em}(u') v_{1\Sigma}(u')}{u' 2eE_{\text{eff}}^2}} du'.$$

Для розрахунку ФРЕЕ в діапазоні низьких та середніх енергій перейдемо від u до нової змінної $y = u_1^* - u$. У цьому випадку рівняння (4.44) може бути представлено у такому вигляді:

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left[\alpha(y) \left\{ f_0(y) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial f_0(y)}{\partial y} \right\} \right] \approx [v_{ed}^c(y) + v_{1\Sigma}(y)] f_0(y) \sqrt{u_1^* - y}, \quad (4.47)$$

де $\alpha(y) = u^{3/2} (\delta_D v_{ed}^e(u) + \delta v_{em}(u))$ та $u = u_1^* - y$.

Інтегруючи рівняння (4.47) в інтервалі енергій $[0, y]$, отримаємо:

$$-\alpha(y) \left\{ f_0(y) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial f_0(y)}{\partial y} \right\} + A \approx \int_0^y [v_{ed}^c(y') + v_{1\Sigma}(y')] f_0(y') \sqrt{u_1^* - y'} dy', \quad (4.48)$$

де $A = \alpha(y) \left\{ f_0(y) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial f_0(y)}{\partial y} \right\} \Big|_{y=0}$.

Оскільки $f_0(y=0) = C_2$, з рівнянь (4.45) та (4.46) випливає, що

$$\frac{\partial f_0(y)}{\partial y} \Big|_{y=0} = C_2 \beta_1(y=0).$$

Рівняння (4.48) може бути представлене в такому вигляді:

$$f_0(y) - \frac{1}{\beta} \frac{\partial f_0(y)}{\partial y} = \chi(y), \quad (4.49)$$

де $\chi(y) = \frac{A - \int_0^y [v_{ed}^c(y') + v_{1\Sigma}(y')] f_0(y') \sqrt{u_1^* - y'} dy'}{\alpha(y)}$.

Розв'язком рівняння (4.49) є функція:

$$f_0(y) = \left[C_2 - \int_0^y \beta(y') \chi(y') \exp \left(- \int_0^{y'} \beta(y'') dy'' \right) dy' \right] \exp \left(\int_0^y \beta(y') dy' \right). \quad (4.50)$$

Слід зазначити, що інтегральний вираз в $\chi(y)$ залежить від ФРЕЕ. Тим не менш, він може бути легко обчисленим, оскільки функція розподілу електронів за енергією при $y = 0$ відома ($f_0(y=0) = C_2$). В результаті маємо:

$$I_1 = \int_0^{\Delta y} [v_{ed}^c(y) + v_{1\Sigma}(y)] f_0(y) \sqrt{u_1^* - y} dy \approx [v_{ed}^c(y=0) + v_{1\Sigma}(y=0)] f_0(y=0) \sqrt{u_1^*} \Delta y,$$

де $\Delta y \ll u_1^*$, і ФРЕЕ для $y = \Delta y$ можна доволі легко знайти з рівняння (4.50). Аналогічним чином можна обчислити інтеграл для $y = 2\Delta y$:

$$I_2 = \int_0^{2\Delta y} [v_{ed}^c(y) + v_{1\Sigma}(y)] f_0(y) \sqrt{u_1^* - y} dy \approx I_1 + [v_{ed}^c(y = \Delta y) + v_{1\Sigma}(y = \Delta y)] f_0(y = \Delta y) \sqrt{u_1^* - \Delta y} \Delta y,$$

і тоді можна знайти f_0 для $y = 2\Delta y$. Після того, як знайшли f_0 при $y = 2\Delta y$, можна отримати ФРЕЕ для $y = 3\Delta y$ і т. д. Отже, рівняння (4.45) та (4.50) дозволяють отримати ФРЕЕ у всьому діапазоні енергій. Стала C_2 в рівняннях (4.45) та (4.50) може бути знайдена з умови нормування $\left(\int_0^\infty f_0(u) \sqrt{u} du = 1 \right)$.

4.6.2. Залежність ФРЕЕ від концентрації порошинок та їх радіуса і порівняння результатів розрахунків, отриманих із аналітичної моделі, з результатами числових розрахунків

У цьому підрозділі проаналізуємо, як функція розподілу електронів за енергією залежить від концентрації порошинок та їх радіуса, а також визначимо зовнішні умови, за яких може бути застосовано аналітичний підхід для розрахунку ФРЕЕ. Для цього порівняємо ФРЕЕ, отриману з рівнянь (4.45) та (4.50), з розрахованою з рівняння (4.19) за допомогою методу скінченних різниць [81, 82] для різних частот та амплітуд електричного поля і різних концентрацій електронів.

На рис. 4.19 показано функції розподілу електронів за енергією, які було обчислено за допомогою рівнянь (4.45) та (4.50) для різних концентрацій та радіусів порошинок. На рис. 4.19 (а) представлено функції розподілу для різних концентрацій порошинок, а також у випадку, коли порошинки відсутні у плазмі ($n_d = 0$). Криві на рис. 4.19 (а) було отримано для наступних параметрів розряду: $f_E = 13.56$ МГц, $P = 13.3$ Па, $T_g = 300$ К, $n_e = 10^9$ см⁻³, $a_d = 200$ нм та $E_p = 300$ В/м. З рис. 4.19 (а) видно, що за того самого зовнішнього електричного поля, що підтримує плазму, число електронів з енергіями, більшими ніж 6 еВ, менше у запорошеній плазмі, ніж у плазмі без порошинок. За фіксованого зовнішнього електричного поля кількість високоенергетичних електронів у ФРЕЕ зменшується зі збільшенням концентрації порошинок. Це зменшення обумовлено збільшенням сумарної площі поверхні порошинок, на яку можуть сісти електрони з енергіями, більшими за $|e\phi_s|$. Зниження числа високоенергетичних електронів супроводжується збільшенням числа електронів у діапазоні середніх та низьких енергій (< 5 еВ) (див. рис. 4.19 (а)).

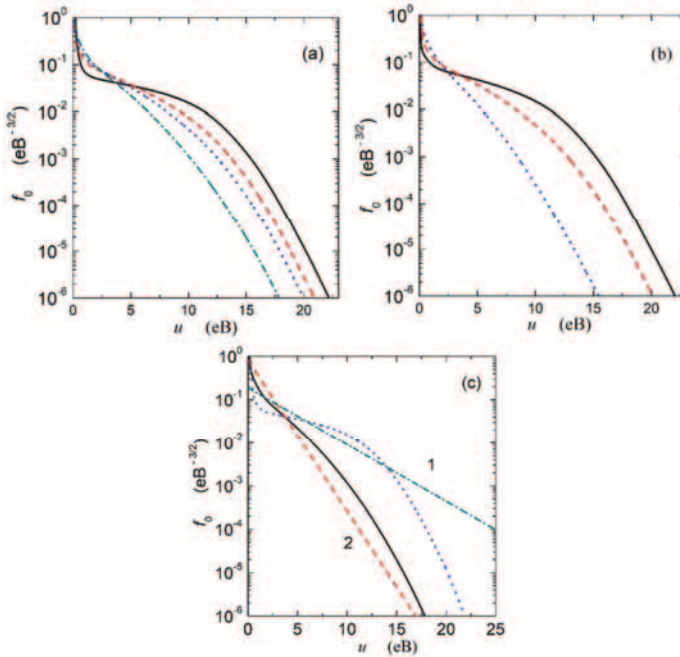


Рис. 4.19. (а) ФРЕЕ для $a_d = 200$ нм та різних концентрацій порошинок: $n_d = 0$ (суцільна лінія), $n_d = 3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ (штрихова лінія), $n_d = 5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ (точкова лінія) та $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$ (штрих-пунктирна лінія). (б) ФРЕЕ для $n_d = 3 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$ та різних радіусів порошинок: $a_d = 100$ нм (суцільна лінія), $a_d = 250$ нм (штрихова лінія) та $a_d = 500$ нм (точкова лінія). (с) ФРЕЕ для $n_d = 0$ (точкова лінія) та $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$ (суцільна лінія). Максвеллівські ФРЕЕ, які розраховано при $T_{\text{еф}} = 3.30$ еВ (відповідає $n_d = 0$) (лінія 1) та при $T_{\text{еф}} = 1.24$ еВ (відповідає $n_d = 10^8 \text{ см}^{-3}$) (лінія 2). Інші зовнішні умови такі самі, як для рис. 4.19 (а)

За зміни радіуса порошинок ФРЕЕ веде себе практично так само, як і за зміни їх концентрації. При збільшенні a_d кількість високоенергетичних електронів у ФРЕЕ зменшується, а кількість електронів у діапазоні низьких енергій зростає (рис. 4.19 (б)).

Оскільки кількість високоенергетичних електронів від їх загального числа зменшується зі збільшенням n_d або a_d , то ефективна температура електронів стає меншою, коли концентрація порошинок або їх радіус стають більшими. Між тим ефективна температура електронів у запорошеній плазмі при малих n_d може стати більшою, ніж у незапорошеній плазмі (випадки $n_d = 5 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ та $n_d = 0$ в таблиці 4.2).

Таблиця 4.2

Заряд порошинок, ефективна температура електронів та поверхневий потенціал порошинок для різних їх концентрацій та радіусів.

Зовнішні умови відповідають рис. 4.19

n_d (10^7 см $^{-3}$)	a_d (нм)	Z_d (-e)	T_{eff} (eВ)	$ \varphi_s $ (В)
0	200	736	3.30	5.30
0.5	200	553	3.64	3.98
2	200	366	2.83	2.64
3	200	308	2.45	2.22
5	200	238	1.92	1.71
10	200	154	1.24	1.11
3	100	214	3.40	3.08
3	250	329	1.98	1.90
3	500	359	0.82	1.03

На нашу думку, за того самого зовнішнього електричного поля, що підтримує плазму, ефективна температура електронів у заповненій плазмі може бути в окремих випадках більшою, ніж у незаповненій плазмі, завдяки більшій кількості електронів у середньому діапазоні енергій за меншої їх кількості при високих енергіях, у порівнянні із незаповненою плазмою.

Зі збільшенням концентрації порошинок їх заряд та потенціал поверхні зменшуються. Коли радіус порошинок збільшується, заряд порошинок стає більшим, а їх поверхневий потенціал зменшується (табл. 4.2).

На рис. 4.19 (с) показано функції розподілу електронів, обчислені за допомогою аналітичної моделі, у порівнянні з функціями розподілу Максвелла за температур електронів, що відповідають випадкам $n_d = 0$ та $n_d = 10^8$ см $^{-3}$. З рис. 4.19 (с) видно, що ФРЕЕ у незаповненій плазмі при $f_0 < 10^{-6}$ eВ $^{-3/2}$ суттєво відрізняється від максвеллівського розподілу, а за великих концентрацій порошинок різниця між ФРЕЕ, що була отримана за допомогою рівнянь (4.45) та (4.50), та відповідною функцією Максвелла є не дуже великою.

Слід зазначити, що наші результати вивчення залежності функції розподілу електронів за енергією, ефективної температури електронів, заряду порошинок та їх поверхневого потенціалу від n_d та a_d , що представлено у цьому підрозділі, добре узгоджуються з результатами числових розрахунків, які представлено у підрозділі 4.3, та з результатами інших авторів [18, 138].

Порівняємо ФРЕЕ, заряд порошинок та ефективні температури електронів, які було розраховано із використанням спрощеної моделі (рівняння (1.12), (4.18), (4.45) та (4.50)) з цими ж параметрами, які було

отримано з рівнянь (1.12), (4.18) та (4.19), застосовуючи метод скінченних різниць [82, 83]. Порівняння проведемо за різних концентрацій електронів, амплітуд та частот електричного поля і у випадку розряду сталого струму.

На рис. 4.20 показано функції розподілу електронів за енергією, які було розраховано при $f_E = 0$ (випадок розряду сталого струму), $f_E = 27.12$ МГц, $f_E = 60$ МГц та $f_E = 2.45$ ГГц. Точкові лінії на рис. 4.20 відповідають ФРЕЕ, які було розраховано з використанням спрощеної моделі, в той час як суцільні лінії – розподілам електронів за енергією, розрахованим із використанням методу скінченних різниць. Штрихові лінії на рис. 4.20 – максвеллівські функції розподілу електронів за енергією для ефективних температур електронів, що відповідають ФРЕЕ, які зображено суцільними лініями.

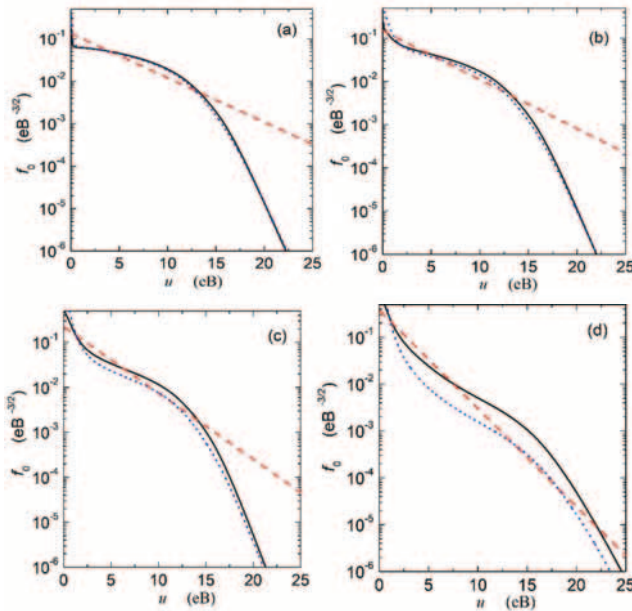


Рис. 4.20. Функції розподілу електронів за енергією, які було розраховано з використанням методу скінченних різниць (суцільні лінії) та за допомогою спрощеної аналітичної моделі (точкові лінії) для $n_d = 10^7 \text{ см}^{-3}$, $a_d = 100 \text{ нм}$ та різних частот поля: 0 (а), 27.12 МГц (b), 60 МГц (c) та 2.45 ГГц (d). $E_p = 8500 \text{ В/м}$ для $f_E = 2.45 \text{ ГГц}$ та $E_p = 300 \text{ В/м}$ для інших частот. Інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 4.19. Штрихові лінії відповідають максвеллівським ФРЕЕ, які було отримано при T_{eff} , розрахованих з використанням методу скінченних різниць (температури представлено у табл. 4.3)

З рис. 4.20 (а) та 4.20 (b) можна побачити, що у випадку сталого струму та при $f_E = 27.12$ МГц ФРЕЕ, отримані зі спрощеної аналітичної моделі, дуже схожі на функції, які розраховано з використанням методу

скінченних різниць. Різниця у зарядах порошинок та ефективних температурах електронів, отриманих з різних моделей, також мала ($< 6\%$ для заряду порошинок та $< 14\%$ для T_{eff}) для $f_E \leq 27.12$ МГц (табл. 4.3). Але при високих частотах поля ($f_E \geq 60$ МГц) ФРЕЕ та заряд порошинок, які було розраховано з використанням спрощеної моделі, істотно відрізняються від тих, що було отримано з рівняння (4.19) з урахуванням електрон-електронних зіткнень і члена, що описує непружні зіткнення електронів з атомами у вигляді виразу (4.9) (див. рис. 4.20 (с) та 4.20 (d)). При $f_E = 60$ МГц різниця становить близько 13.5% для Z_d і близько 29% для T_{eff} .

Таблиця 4.3

Заряд порошинок та ефективна температура електронів для різних частот поля, які було отримано з наближеної аналітичної моделі та в результаті числових розрахунків, а також відмінності між параметрами плазми, які було здобуто за допомогою різних моделей. Зовнішні умови такі самі, як і для рис. 4.20

f_E (МГц)	$Z_d (-e) = Z_1$, що отримано з аналітичної моделі	$Z_d (-e) = Z_2$, що отримано з числової моделі	$\frac{ Z_1 - Z_2 }{Z_2} \times 100\%$	$T_{\text{eff}} (\text{eV}) = T_1$, що отримано з аналітичної моделі	$T_{\text{eff}} (\text{eV}) = T_2$, що отримано з числової моделі	$\frac{ T_1 - T_2 }{T_2} \times 100\%$
0	285	292	2.4	3.91	4.17	6.24
13.56	280	292	4.11	3.74	4.08	8.33
27.12	267	283	5.65	3.30	3.83	13.84
60	219	253	13.44	2.10	2.95	28.81
2.45×10^3	141	211	33.18	0.93	2.07	55.07

З аналізу результатів на рис. 4.20 та в табл. 4.3 можна зробити висновок, що різниця між параметрами запорошеної плазми (f_0 , Z_d та T_{eff}), які було отримано зі спрощеної аналітичної моделі, та тими, що було здобуто за допомогою більш точної числової моделі, збільшується, коли частота електричного поля зростає.

Для низьких концентрацій електронів ($n_e \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$) електрон-електронні зіткнення впливають на ФРЕЕ слабо. Тому у цьому випадку ФРЕЕ та інші параметри запорошеної плазми, які отримано зі спрощеної аналітичної моделі, відрізняються від тих, що розраховано з використанням більш точної моделі, в основному, за рахунок нехтування у виразі (4.9) доданком, що описує трансформацію за непружних електрон-атомних зіткнень високоенергетичних електронів (з $u > 11.5$ eV) у низькоенергетичні електрони. Ця трансформація суттєво впливає на ФРЕЕ за високих частот електричного поля, коли ФРЕЕ близька до максвеллівсь-

кого розподілу [80, 104]. Завдяки «максвеллізації» ФРЕЕ, при збільшенні частоти поля число високоенергетичних електронів у порівнянні з їх кількістю за середніх енергій зростає. У результаті цього при великих f_E вплив трансформації високоенергетичних електронів у низькоенергетичні, що описується першим доданком у виразі (4.9), на розподіл електронів за енергією є важливим. Максвеллізація ФРЕЕ при збільшенні частоти поля супроводжується зменшенням T_{eff} і, як наслідок, зменшенням заряду порошинок (табл. 4.3). T_{eff} зменшується при збільшенні f_E тому, що поле E_{eff} стає меншим (див. вираз для E_{eff} після (4.42)).

Трансформація високоенергетичних електронів в електрони більш низьких енергій може також суттєво впливати на ФРЕЕ, коли амплітуда електричного поля E_p є великою. У цьому випадку відносне число електронів з енергією $u > 11.5$ eВ до загального їх числа може стати доволі великим. Щоб перевірити це твердження, розрахунки було проведено для різних амплітуд електричного поля [139].

На рис. 4.21 представлено функції розподілу електронів за енергією для $E_p = 100$ В/м, 500 В/м, 1000 В/м та 2000 В/м. У табл. 4.4 наведено заряди порошинок та ефективні температури електронів, які було обчислено за допомогою спрощеної і більш точної моделей для різних амплітуд електричного поля.

Таблиця 4.4

Ті ж величини, що і в таблиці 4.3, для різних амплітуд електричного поля. Зовнішні параметри такі самі, як і для рис. 4.21

E_p (В/м)	$Z_d(-e) = Z_1$, що отри- мано з аналі- тичної моделі	$Z_d(-e) = Z_2$, що отримано з числової моделі	$\frac{ Z_1 - Z_2 }{Z_2} \times$ 100 %	$T_{eff}(eV) = T_1$, що отримано з аналі- тичної моделі	$T_{eff}(eV) = T_2$, що отри- мано з числової моделі	$\frac{ T_1 - T_2 }{T_2} \times$ 100 %
100	143	148	3.38	0.68	0.73	6.06
500	278	286	2.80	2.75	2.9	5.17
1000	321	337	4.75	3.93	4.35	9.66
2000	364	385	5.45	5.5	6.15	10.57

З аналізу результатів, які представлено на рис. 4.21 та в табл. 4.4, можна зробити висновок, що спрощена аналітична модель дає результати для різних амплітуд електричного поля, які є близькими до отриманих за допомогою більш точної числової моделі. Зі збільшенням E_p різниця між функціями розподілу електронів за енергією, що були отримані з різних моделей, стає більшою (рис. 4.21). Як наслідок різниця в ефективних температурах електронів також стає більшою (табл. 4.4). Різниця в T_{eff} не пе-

ревищує 10.6 % для зовнішніх параметрів, що тут розглядаються, а різниця в зарядах порошинок становить менше 5.5 %.

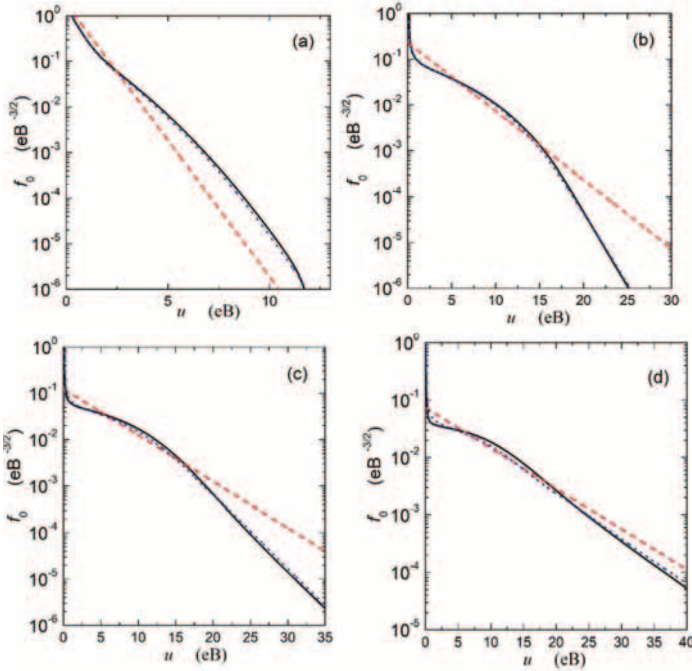


Рис. 4.21. Функції розподілу електронів за енергією, які розраховано за допомогою спрощеної аналітичної моделі (точкові лінії) та більш точної числової моделі (суцільні лінії) для різних амплітуд електричного поля E_p : 100 В/м (а), 500 В/м (б), 1000 В/м (с) та 2000 В/м (д). Розрахунки проводилися для $f_E = 13.56$ МГц, $n_d = 5 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$, $a_d = 200$ нм, а решту зовнішніх параметрів було взято такими самими, як і для рис. 4.20. Штрихові лінії відповідають максвеллівській ФРЕЕ для T_{eff} , що було отримано з більш точної числової моделі (табл. 4.4)

ФРЕЕ при великих амплітудах електричного поля є ближчою до розподілу Максвелла, ніж при низьких E_p . На наш погляд, це пов'язано з одночасним зростанням числа високоенергетичних електронів (з $u > 11.5$ eB) (завдяки збільшенню E_p) та зменшенням кількості електронів у діапазоні енергій $|e\phi_s| < u < 11.5$ eB в порівнянні з випадком незапорошеної плазми. Цей висновок про зміну форми ФРЕЕ при збільшенні амплітуди електричного поля добре узгоджується з результатами, які представлено в роботах [106, 138].

У спрощеній аналітичній моделі, що представлено у цьому підрозділі, було знехтувано електрон-електронними зіткненнями (вираз (4.1.1)). Проте вплив цих зіткнень на ФРЕЕ може бути суттєвим при достатньо великих n_e (рис. 4.22).

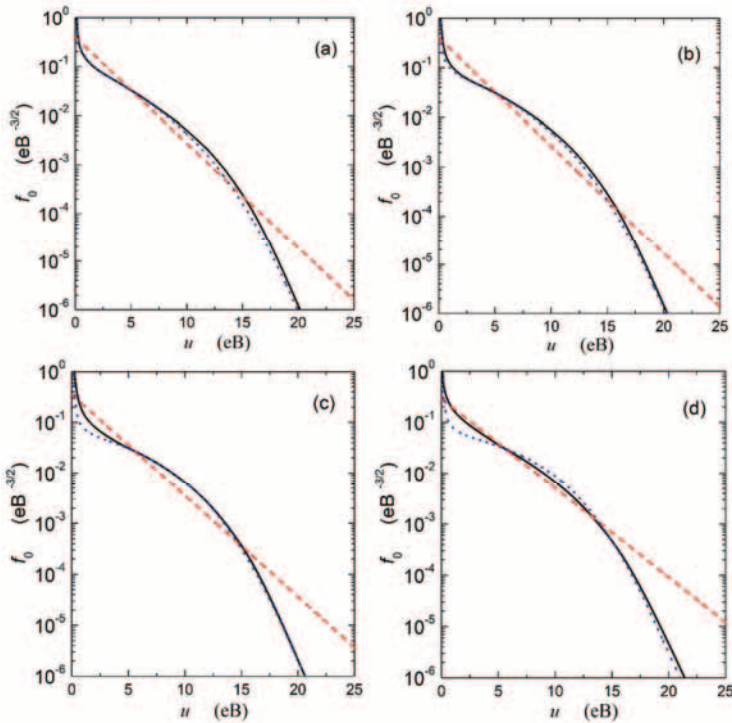


Рис. 4.22. ФРЕЕ для різних концентрацій електронів: $n_e = 10^9 \text{ см}^{-3}$ (а), $n_e = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ (b), $n_e = 10^{11} \text{ см}^{-3}$ (c) та $n_e = 10^{12} \text{ см}^{-3}$ (d). Суцільні та точкові лінії відповідають ФРЕЕ, які було розраховано із використанням числової та аналітичної моделей відповідно. За цих розрахунків $E_p = 300 \text{ В/м}$, а інші параметри такі самі, як і для рис. 4.21. Штрихові лінії відповідають максвеллівським ФРЕЕ з T_{eff} , яку було обчислено за допомогою числової моделі (табл. 4.5)

При низьких концентраціях електронів ($n_e \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$) та $f_E = 13.56 \text{ МГц}$, $E_p = 300 \text{ В/м}$ ефективна температура електронів, яку було розраховано за допомогою спрощеної аналітичної моделі, на 4.98 % менша, ніж та, що була отримана із застосуванням методу скінченних різниць та за урахування ν_{ee} (табл. 4.5).

Таблиця 4.5

Ті ж величини, що і в таблиці 4.3, для різних концентрацій електронів. Зовнішні параметри такі самі, як і для рис. 4.22

n_e (см^{-3})	$Z_d(-e) = Z_1$, що отримано з аналітичної моделі	$Z_d(-e) = Z_2$, що отримано з числової моделі	$\frac{ Z_1 - Z_2 }{Z_2}$, 100 %	$T_{\text{eff}}(\text{eV}) = T_1$, що отримано з аналітичної моделі	$T_{\text{eff}}(\text{eV}) = T_2$, що отримано з числової моделі	$\frac{ T_1 - T_2 }{T_2} \times$ 100 %
10^9	237	244	2.87	1.91	2.01	4.98
10^{10}	470	484	2.89	1.84	1.98	7.07
10^{11}	722	724	0.28	2.0	2.18	8.26
10^{12}	889	844	5.33	2.4	2.48	3.23

Для $n_e \sim 10^9 \text{ см}^{-3}$ різниця в зарядах порошинок, отриманих з використанням різних підходів, є 2.87 %. Зі збільшенням n_e ефективна температура електронів стає більшою за рахунок зменшення частки $|n_d Z_d / n_e|$, що призводить до зменшення впливу порошинок на ФРЕЕ. Коли концентрація електронів зростає, то для енергій $u < 15 \text{ eV}$ різниця між ФРЕЕ, яку було отримано з більш точної числової моделі, і відповідною максвеллівською функцією розподілу стає меншою. Це пов'язано з електрон-електронними зіткненнями. Оскільки електрон-електронні зіткнення не враховано в спрощеній аналітичній моделі, то форма ФРЕЕ, яку було розраховано із використанням цієї моделі, слабо залежить від концентрації електронів, а різниця між цією ФРЕЕ і обчисленою за допомогою більш точної числової моделі стає більшою, коли n_e зростає. Різниця між T_{eff} , здобутими за допомогою різних моделей, не перевищує 8.3 % для концентрацій електронів, що тут розглядаються, тоді як різниця в зарядах порошинок становить менше 5.4 % (табл. 4.5).

4.7. Висновки до четвертого розділу

У цьому розділі представлено просторово усереднені кінетичні моделі запорошеної плазми та досліджено вплив порошинок на функцію розподілу електронів за енергією. Показано, що зі збільшенням концентрації порошинок або їхнього розміру, коли потужність, що вводиться до розряду, є фіксованою, ФРЕЕ зростає у діапазоні високих енергій, а в діапазоні середніх енергій зменшується. Збільшення відносної кількості високоенергетичних електронів відбувається завдяки зростанню електричного поля, що підтримує плазму. Електричне поле зростає, щоб збалансувати генерацію електронів та іонів у розряді та їх втрати на порошинках і стінках розрядної камери. Зменшення кількості електронів у діапазоні середніх енергій від-

бувається завдяки осадженню електронів на порошинки. При достатньо високій концентрації заряду порошинок ФРЕЕ, яка у звичайній 13.56 МГц плазмі є близькою до дрювестейнівського розподілу, завдяки осадженню електронів на порошинки може змінити форму і стати близькою до максвеллівського розподілу електронів за енергією. Непружні зіткнення електронів з порошинками впливають більш суттєво на ФРЕЕ, ніж пружні електрон-пилові зіткнення.

У цьому розділі також представлено одновимірну кінетичну модель запорошеної плазми. Показано, що просторові розподіли параметрів плазми суттєво залежать від просторового розподілу концентрації порошинок. Ефективна температура електронів при просторово неоднорідному розподілі порошинок є також просторово неоднорідною, навіть при просторово однорідному високочастотному електричному полі, що підтримує плазму. У цьому випадку завдяки осадженню електронів на порошинки ефективна температура електронів є більшою там, де відсутні порошинки.

Досліджено просторові розподіли концентрації електронів, високочастотного електричного поля, що підтримує плазму, та ефективної температури електронів в ємнісних та індукційних високочастотних розрядах при неоднорідному розподілі концентрації порошинок у плазмовому об'ємі цих розрядів. Показано, що при неоднорідному розподілі концентрації порошинок концентрація електронів в областях з високою n_d є меншою, ніж в сусідніх областях, в яких відсутні порошинки. В ємнісному запорошеному розряді ефективна температура електронів є вищою там, де концентрація порошинок є високою, ніж в областях з низькою n_d . Зростання T_{eff} в областях з підвищеною концентрацією пилового заряду відбувається завдяки збільшенню високочастотного електричного поля в цих областях, яке в ємнісних розрядах залежить локально від концентрації електронів. В індукційних високочастотних розрядах ефективна температура електронів в областях з порошинками є меншою, ніж в областях, в яких відсутні порошинки, завдяки осадженню електронів на порошинки і нелокальній залежності електричного поля, що підтримує плазму, від концентрації електронів.

Досліджено вплив просторового дрейфу електронів до стінок розряду на розподіл електронів за енергією у запорошеній плазмі. Показано, що довжина релаксації енергії електронів зменшується при зростанні розміру та концентрації порошинок. При достатньо високих a_d , n_d та параметрах плазми, що є типовими для експериментів з формування порошинок, вона є меншою за розміри плазми. До того ж ФРЕЕ добре описується однорідним рівнянням Больцмана. Але процес іонізації в однорідному рівнянні Больцмана повинен описуватися, як і в неоднорідному рівнянні Больцмана, враховуючи виникнення нових електронів в електрон-атомних зіткненнях.

Це відрізняється від випадку, коли розглядається незапорошена плазма, і у локальному наближенні іонізація описується як звичайний процес збудження, без урахування генерації нових електронів [113].

Також розроблено аналітичну модель запорошеної плазми, що підтримується зовнішнім електричним полем. Отримано аналітичні вирази для функції розподілу електронів за енергією для цієї плазми. Використовуючи ці вирази, розраховано ФРЕЕ, ефективну температуру електронів, заряд порошинок та поверхневий потенціал порошинок для різних концентрацій порошинок, їх радіусів, частот та амплітуд електричного поля, концентрацій електронів. Параметри запорошеної плазми, які було розраховано за допомогою спрощеної аналітичної моделі, порівняно з параметрами, що було отримано з більш точної числової моделі, в якій були враховані трансформація електронів високої енергії в електрони з низькою енергією та електрон-електронні зіткнення. Було встановлено, що спрощена аналітична модель може використовуватися для розрахунку ФРЕЕ та параметрів запорошеної плазми за типових умов експерименту, зокрема у разі розряду сталого струму і високочастотної плазми, яка підтримується електричним полем з відносно низькою частотою $f_E \leq 27.12$ МГц.

Розділ 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАПОРОШЕНОЇ ПЛАЗМИ, ЩО Є У ФАЗІ ПІСЛЯСВІТІННЯ

Більшість робіт, які присвячено запырошеній плазмі, стосуються квазі-стаціонарних плазмових середовищ, таких як плазма ємнісних, індукційних або мікрохвильових розрядів. Між тим доволі часто запырошена плазма є нестационарною, наприклад, коли вона перебуває у фазі післясвітіння.

Властивості запырошеної плазми у фазі післясвітіння вивчалися у деяких роботах. Зокрема в роботі [140] було досліджено просторовий розподіл нанорозмірних порошинок у запырошеній плазмі, що є у фазі післясвітіння, і з'ясовано, що переважна більшість порошинок є незарядженими. Зміну з часом заряду порошинок діаметром 6.8 мкм у запырошеній плазмі, що є у фазі післясвітіння, за умов мікрогравітації було досліджено теоретично та експериментально в роботі [141], де було показано, що заряд порошинок залишається від'ємним тривалий час після припинення подачі енергії у розряд. У роботах [142, 143] було показано, що через 1 хвилину після припинення подачі енергії у плазму ємнісного розряду, що містить порошинки радіуса порядку 200 нм, у плазмовому об'ємі можна знайти порошинки з додатними та від'ємними зарядами, а також незаряджені порошинки.

Зазначимо, що у більшості робіт з вивчення запырошеної плазми у фазі післясвітіння розглядався випадок, коли концентрація заряду порошинок $|n_d Z_d|$ є значно меншою за концентрацію електронів. Експерименти з вивчення властивостей плазми післясвітіння з високою концентрацією порошинок були проведені у Рурському університеті [31 – 33]. В роботах [31 – 33] було показано, що властивості плазми післясвітіння з високою концентрацією порошинок можуть суттєво відрізнитися від властивостей цієї плазми у випадку, коли концентрація порошинок є малою.

У першому підрозділі цього розділу представлено результати числового аналізу плазми післясвітіння з високою концентрацією порошинок за допомогою просторово-усередненої моделі, в якій вважалося, що функція розподілу електронів за енергією є максвеллівською. Поведінку ФРЕЕ у запырошеній плазмі післясвітіння досліджено у другому підрозділі цього розділу.

5.1. Результати числового моделювання запорошеної плазми, що є у фазі післясвітіння, за допомогою просторово-усередненої моделі

У цьому підрозділі представлено теоретичну модель запорошеної плазми, що є у фазі післясвітіння, та результати, які отримано за допомогою цієї моделі. Розглянуто випадок, коли концентрація заряду порошинок $|n_d Z_d|$ більша за концентрацію електронів n_e . Розрахунки проведено за зовнішніх умов, що відповідають експериментальним умовам робіт [31 – 33]. Вивчено властивості аргонової плазми, яка утворюється за тиску 0.1 мбар в ємнісному 13.56 МГц розряді між двома електродами діаметром 30 см, розташованими на відстані 7 см один від одного. Розряд, що розглядається, підтримувався в імпульсному режимі з частотою введення потужності у розряд 100 Гц. При цьому час, коли потужність вводилася до розряду, дорівнював часу післясвітіння плазми (коли потужність не поступала до розряду). Порошинки було попередньо сформовано у цій же розрядній камері, вводючи до неї одночасно з аргоном ацетилен [31 – 33]. При цьому частота введення потужності у розряд була високою (> 700 Гц), або розряд оперував у квазістаціонарному режимі. Для того, щоб дослідити властивості запорошеної аргонової плазми без ацетилену, в експерименті було припинено введення ацетилену у розряд, коли діаметр порошинок ставав приблизно рівним 100 нм [144]. В експериментах, які описано у роботах [31 – 33], концентрації електронів та атомів аргону в метастабільному стані вимірювалися як функції часу, коли аргонова плазма, що була в імпульсному режимі, містила порошинки, так і у випадку, коли порошинки були відсутніми. В цих експериментах також вимірювалася температура робочого газу T_g , яка була знайдена рівною 294 К у випадку незапорошеної аргонової плазми і 366 К, коли аргонова плазма містила у своєму об'ємі пилові частинки [33].

В теоретичній моделі запорошеної плазми, яку представлено у цьому підрозділі, враховуються втрати електронів та іонів та втрати енергії електронів на стінках розрядної камери та порошинках. В моделі вважається, що, коли плазма перебуває у фазі післясвітіння, електроди та стінки камери мають однаковий електричний потенціал. Припускається, що генерація електронів у плазмі післясвітіння відбувається завдяки наступним процесам: іонізації атомів аргону за їх зіткнень з електронами, вторинній електронній емісії за зіткнень іонів та метастабільних атомів аргону з порошинками та генерації електронів у зіткненнях метастабільних атомів між собою. Модель застосовується для аналізу властивостей плазми у фазі післясвітіння (таких як концентрації електронів та метастабільних атомів, температура електронів, заряд порошинок, частоти, що характеризують

втрати електронів та іонів та втрати енергії електронів) за експериментальних умов робіт [33, 145]. Крім того, проводиться аналіз впливу різних механізмів генерації електронів на концентрацію електронів у плазмі післясвітіння.

5.1.1. Модель

У просторово-усередненій гідродинамічній моделі запорошеної аргонної плазми, що перебуває у фазі післясвітіння, яку було розроблено у роботі [145], вважалось, що газорозрядна плазма радіуса $R = 15$ см та завдовжки $L = 7$ см складається з електронів з концентрацією n_e , однозарядних позитивних іонів (Ar^+) з концентрацією n_i , від'ємно заряджених пилових частинок радіуса $a_d = 50$ нм з концентрацією n_d та зарядом Z_d , атомів аргону в основному стані (Ar^0) з концентрацією n_a , метастабільних атомів аргону (Ar^*) з концентрацією n_m , атомів аргону у резонансному $4s$ стані (3P_1 та 1P_1) (Ar_r) з концентрацією n_r , а також атомів аргону у $4p$ стані (Ar_{4p}) з концентрацією n_{4p} . За моделювання розряду концентрації метастабільних (n_m) та резонансних (n_r і n_{4p}) атомів представляли сумарні концентрації атомів у всіх метастабільних (3P_0 і 3P_2) і резонансних (3P_1 і 1P_1) $4s$ станах та $4p$ станах відповідно. Припускалося, що функція розподілу електронів за енергією є максвеллівською, а температури іонів та пилових частинок дорівнюють температурі робочого газу. Також вважалось, що електрони у плазмі, що перебуває у фазі післясвітіння, генеруються за їх зіткнень з атомами аргону, які знаходяться в основному або збуджених станах ($4p$ та $4s$), а також за зіткнень метастабільних атомів аргону між собою. Іонізація за електрон-атомних зіткнень суттєва тільки на ранніх етапах післясвітіння, коли температура електронів є достатньо високою.

В моделі запорошеної плазми також було враховано генерацію електронів внаслідок вторинної емісії електронів за іонно-пилових зіткнень [31, 32] та за зіткнень метастабільних атомів з пиловими частинками [96]. Вважалось, що втрати електронів та іонів у розряді відбуваються внаслідок їх дифузії до електродів та стінок камери, а також завдяки їх осадженню на порошок. Процеси генерації та втрат електронів, які враховано в моделі розряду, представлено у табл. 5.1.

З урахуванням процесів, які вказано у табл. 5.1, рівняння балансу електронів має наступний вигляд:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = K^i n_a n_e + \gamma_i K_d^i n_i n_d + \gamma_m K_d^m n_m n_d + k_m n_m^2 + (n_m + n_r) n_e K_8 + n_{4p} n_e K_9 - n_e / \tau_{ew} - K_d^e n_e n_d, \quad (5.1)$$

а рівняння балансу іонів може бути записано наступним чином:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = K_i n_a n_e + k_m n_m^2 + (n_m + n_r) n_e K_m^i + n_{4p} n_e K_{4p}^i - n_i / \tau_{iw} - K_d^i n_i n_d. \quad (5.2)$$

Таблиця 5.1

Процеси генерації та втрат електронів, які враховано в моделі

Реакція	Процес генерації	Коефіцієнт
(i) $Ar^0 + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$	Іонізація атомів в основному стані	K^i
(ii) $dust(Z_d) + Ar^+ \rightarrow dust(Z_d + 1 + \gamma_i) + \gamma_i e^- + Ar^0$	Вторинна емісія за іон-пилкових зіткнень	$\gamma_i K^i$
(iii) $dust(Z_d) + Ar_m^* \rightarrow dust(Z_d + \gamma_m) + \gamma_m e^- + Ar^0$	Вторинна емісія за Ag^* -пилкових зіткнень	$\gamma_m K_m^d$
(iv) $Ar_m^* + Ar_m^* \rightarrow Ar^0 + e^- + Ar^+$	Генерація за Ag^* - Ag^* зіткнень	k_m
(v) $Ar_{4s} + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$	Іонізація атомів в 4s стані	K_8
(vi) $Ar_{4p} + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$	Іонізація атомів в 4p стані	K_9
Реакція	Процес втрати	Коефіцієнт
$e^- \rightarrow wall$	Дифузія до стінок	$1/\tau_{ew}$
$e^- + dust(Z_d) \rightarrow dust(Z_d - 1)$	Осадження на порошинки	K_d^e

У рівняннях (5.1) та (5.2) коефіцієнти іонізації K_i , K_m^i , K_{4p}^i як функції температури електронів T_e , а також значення коефіцієнта $k_m \approx 6.2 \times 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, що описує зіткнення метастабільних атомів між собою, було взято з робіт [117, 146]. τ_{ew} та τ_{iw} – часи, що характеризують втрати електронів та іонів на стінках розрядної камери. Вважалось, що вираз для часу, який характеризує дифузійні втрати іонів у заповненій плазмі, має такий самий вигляд, як і у плазмі без порошинок [145]:

$$\tau_{iw} = \Lambda^2 / D_a,$$

де $\Lambda = 1/\sqrt{(\pi/L)^2 + (2.405/R)^2}$, $D_a = \lambda_i \nu_i (1 + T_e / T_i) / 3$ – дифузійна довжина та коефіцієнт амбіполярної дифузії, $\nu_i = \sqrt{8T_i / \pi m_i}$ – середня теплова швидкість іонів, а m_i – маса іонів. За визначення довжини вільного пробігу іонів

[$\lambda_i = 1 / (n_\alpha \sigma_{ia} + n_d \sigma_{id})$] враховувалися зіткнення іонів з атомами нейтрального газу та порошинками. У виразі для довжини вільного пробігу $\sigma_{ia} \approx 10^{-14} \text{ см}^2$ – це поперечний переріз для іонно-нейтральних зіткнень, а σ_{id} – поперечний переріз для іонно-пилових зіткнень. Коефіцієнти K_d^e та K_d^i , що описують зіткнення електронів та іонів з порошинками відповідно, було розраховано, застосовуючи модель обмеженого орбітального руху (див. (1.11) та (4.37)) і враховуючи зіткнення іонів з атомами робочого газу у шарі просторового заряду навколо порошинок [133].

У рівнянні (5.1) $K_d^m = \pi \alpha_d^2 \sqrt{8T_i / \pi m_i}$ – це коефіцієнт, що описує зіткнення метастабільних атомів аргону з порошинками. В моделі також було враховано вторинну електронну емісію за зіткнень іонів з порошинками та метастабільних атомів з порошинками, які характеризуються коефіцієнтами γ_i та γ_m відповідно.

Наступне рівняння моделі – це рівняння, що описує заряд пилових частинок як функцію часу:

$$\frac{\partial |Z_d|}{\partial t} = K_d^e n_e - K_d^i n_i (1 + \gamma_i) - \gamma_m K_d^m n_m. \quad (5.3)$$

Перший доданок у правій частині рівняння (5.3) враховує заряджання порошинок завдяки осадженню на їх поверхню електронів. Другий доданок описує зменшення від'ємного заряду порошинок за осадження на їх поверхню іонів та завдяки вторинній електронній емісії за зіткнень іонів з порошинками, а третій – завдяки вторинній електронній емісії за зіткнень метастабільних атомів з пиловими частинками.

Плазма вважається квазінейтральною, тобто

$$n_i = n_e + |Z_d| n_d. \quad (5.4)$$

Оскільки в моделі вважається, що концентрація порошинок не залежить від часу і не змінюється в плазмі післясвітіння, з рівнянь (5.1) – (5.4) випливає, що потоки іонів та електронів до стінок розрядної камери є рівними один одному, тобто $n_e / \tau_{ew} = n_i / \tau_{iw}$.

Температура електронів як функція часу описується рівнянням:

$$\frac{3}{2} \frac{\partial T_e}{\partial t} = -I_{coll} - J_w. \quad (5.5)$$

Рівняння (5.5) отримано з рівняння балансу енергії електронів [117] у припущенні, що температура електронів змінюється з часом швидше, ніж концентрація електронів.

Доданок I_{coll} у правій частині рівняння (5.5) враховує втрати енергії електронів за різних зіткнень:

$$I_{coll} \approx \frac{3m_e}{m_i} v_{ea} (T_e - T_i) + \sum v_j^* U_j^* + S_{ed}, \quad (5.6)$$

де v_{ea} – частота пружних зіткнень електронів з атомами аргону, v_j^* та U_j^* – частота та енергетичний бар'єр непружних зіткнень, що характеризують перехід атомів аргону з основного стану в j -й збуджений стан. Доданок $S_{ed} \approx 2^{3/2} \pi a_d^2 n_d \sqrt{T_e / (\pi m_e)} \exp(e\Phi_s / T_e) [2T_e - e\Phi_s]$ описує втрати енергії електронів за їх осадження на порошок [29]. $\Phi_s = eZ_d / a_d$ – це потенціал на поверхні порошків. Втрати енергії електронів на стінках розрядної камери описуються доданком $J_w = (2T_e + E_{ion}) / \tau_{ew}$, в якому $E_{ion} = (T_e / 2) (\ln(m_i / 2\pi m_e) + 1)$ – це втрата енергії, що приходить на один іон [117]. У виразі (5.6) знехтувано втратами енергії електронів за їх зіткнень з атомами, які знаходяться у збуджених станах, оскільки концентрація цих атомів за умов, що тут розглядаються, значно менша за концентрацію атомів аргону в основному стані.

Концентрація метастабільних атомів як функція часу описується рівнянням:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_m}{\partial t} = & -D_m \frac{n_m}{A^2} - K_2 n_m n_e - K_8 n_m n_e - k_{quen} n_m n_e - 2k_m n_m^2 - K_5 n_m n_e - K_{2b} n_m n_a - \\ & - K_m^d n_d n_m + K_m^* n_a n_e + K_{rq} n_r n_e + (1/2) K_6 n_{4p} n_e + (1/2) v_{rp} n_{4p}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

У рівнянні (5.7) враховано процеси народження та втрат метастабільних атомів, які вказано в табл. 5.2.

Дифузія метастабільних атомів до стінок розрядної камери характеризується дифузійним коефіцієнтом $D_m \approx 2.42 \times 10^{18} / n_a$ (де n_a в см^{-3}) [146]. K_2 та K_5 – коефіцієнти, що описують зіткнення електронів з метастабільними атомами, в результаті яких ці атоми переходять в основний та 4р стан відповідно. $k_{quen} = 2 \times 10^{-7} \exp(-\Delta U / T_e + \Delta U / T_{e0}) \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ – коефіцієнт, що описує зіткнення електронів з метастабільними атомами, в результаті яких вони стають атомами в резонансному 4s стані. $\Delta U = 0.075 \text{ eV}$ у виразі для k_{quen} – це різниця між пороговими енергіями для $^3\text{P}_2$ та $^3\text{P}_1$ станів, а T_e – енергія електронів в еВ. $T_{e0} = T_e(t=0)$. Вважалось, що на початковому етапі післясвітіння плазми $k_{quen} = 2 \times 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ [146]. Коефіцієнт, який описує втрати метастабільних

атомів у зіткненнях з атомами аргону, що перебувають в основному стані, було взято рівним $K_{2b} = 2.3 \times 10^{-15} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ [147].

Таблиця 5.2

Процеси, що описують втрати та народження метастабільних атомів, які враховано в моделі

Реакція	Процес втрат	Коефіцієнт
1) $Ar_m^* \rightarrow Ar^0$ (стінки)	Дифузія до стінок	D_m / Λ^2
2) $Ar_m^* + e^- \rightarrow Ar^0 + e^-$	Перехід до основного стану за зіткнень з електронами	K_2
3) $Ar_m^* + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$	Іонізація електронним ударом	K_8
4) $Ar_m^* + e^- \rightarrow Ar_r + e^-$	Перехід до 4s стану за зіткнень з електронами	k_{quen}
5) $Ar_m^* + Ar_m^* \rightarrow Ar^0 + e^- + Ar^+$	Ag* -Ag* зіткнення	$2k_m$
6) $Ar_m^* + e^- \rightarrow Ar_{4p} + e^-$	Збудження електронами до 4p стану	K_5
7) $Ar_m^* + Ar^0 \rightarrow 2Ar^0$	Зіткнення з Ar^0 атомами	K_{2b}
8) $dust(Z_d) + Ar_m^* \rightarrow dust(Z_d) + Ar^0$	Зіткнення з порошинками	K_m^d
Реакція	Процес генерації	Коефіцієнт
9) $Ar^0 + e^- \rightarrow Ar_m^* + e^-$	Збудження з основного стану	K_m^*
10) $Ar_r + e^- \rightarrow Ar_m^* + e^-$	Перехід з 4s резонансного стану	K_{rq}
11) $Ar_{4p} + e^- \rightarrow Ar_m^* + e^-$	Перехід з 4p стану	$(1/2)K_6$
12) $Ar_{4p} \rightarrow Ar_m^* + h\nu$	Перехід з 4p стану за випромінювання фотонів	$(1/2)v_{rp}$

В моделі вважалося, що метастабільні атоми з'являються у плазмі завдяки переходу електронів з резонансних 4s рівнів на 4s метастабільні рівні (цей процес описується коефіцієнтом $K_{rq} \approx 3.5 \times 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$ [148]) та завдяки збудженню атомів в основному стані при зіткненнях з електронами (цей процес описується коефіцієнтом K_m^* , який розраховано, використовуючи поперечні перерізи, що надано у роботі [149]). Атоми у метастабільному стані також з'являються завдяки зіткненням електронів з атомами аргону у 4p стані. Цей процес характеризується коефіцієнтом K_6 . Доданок $(1/2)v_{rp}n_{4p}$ описує народження атомів у метастабільному стані за випромінювання фотонів атомами, що знаходяться у 4p стані, де $v_{rp} \approx 3 \times 10^7 \text{ с}^{-1}$ – це частота, що характеризує перехід атомів у стані 4p в інші стани в результаті радіаційного випромінювання. Доданок $K_m^d n_d n_m$

у рівнянні (5.7) описує втрати метастабільних атомів при їх зіткненнях з порошинками. Вирази для коефіцієнтів K_2 , K_5 , K_6 та K_8 як функції T_e взято з роботи [117].

За розрахунку концентрацій атомів аргону у резонансних 4s та 4p збуджених станах нами було враховано реакції, які представлено у табл. 5.3.

Таблиця 5.3

Процеси генерації та втрат атомів аргону у 4s та 4p резонансних станах, які враховано в моделі розряду

Реакція	Процес генерації	Коефіцієнт
1) $Ar^0 + e^- \rightarrow Ar_r + e^-$	Збудження з основного стану	K_r
2) $Ar_m^* + e^- \rightarrow Ar_r + e^-$	Генерація за зіткнень електронів з атомами у метастабільному стані	k_{quen}
3) $Ar_{4p} + e^- \rightarrow Ar_r + e^-$	Генерація за зіткнень електронів з атомами у 4p стані	K_6
4) $Ar^0 + e^- \rightarrow Ar_{4p} + e^-$	Збудження з основного стану	K_3
5) $Ar_m^*(Ar_r) + e^- \rightarrow Ar_{4p} + e^-$	Збудження з 4s стану до 4p стану	K_5
Реакція	Процес втрат	Коефіцієнт
6) $Ar_r \rightarrow Ar^0 + h\nu$	Перехід до основного стану за випромінювання фотонів	ν_{rs}
7) $Ar_{4p} \rightarrow Ar_r (Ar_m^*) + h\nu$	Перехід до 4s стану за випромінювання фотонів	ν_{rp}
8) $Ar_r + e^- \rightarrow Ar_m^* + e^-$	Перехід з 4s резонансного стану до метастабільного стану	K_{rq}
9) $Ar_r (Ar_{4p}) + e^- \rightarrow Ar^+ + 2e^-$	Іонізація атомів у 4s резонансних та (4p) станах	$K_8(K_9)$
10) $Ar_r (Ar_{4p}) + e^- \rightarrow Ar^0 + e^-$	Перехід до основного стану за електронного удару	$K_2(K_4)$

За урахування цих реакцій концентрації атомів аргону у резонансних 4s та 4p станах описуються наступними рівняннями відповідно:

$$\frac{\partial n_r}{\partial t} = K_r n_a n_e + k_{\text{quen}} n_m n_e + (1/2)K_6 n_{4p} n_e + (1/2)v_{rp} n_{4p} - v_{rs} n_r - K_{rq} n_r n_e - (K_2 + K_5 + K_8) n_r n_e, \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial n_{4p}}{\partial t} = K_3 n_a n_e + K_5 (n_m + n_r) n_e - v_{rp} n_{4p} - (K_4 + K_6 + K_9) n_{4p} n_e. \quad (5.9)$$

Частота $v_{rs} \approx 5 \times 10^4 \text{ c}^{-1}$ у рівнянні (5.8) описує перехід атомів аргону з резонансного 4s стану в метастабільний стан [150]. K_r та K_3 – коефіцієнти, що описують відповідно збудження атомів аргону з основного стану до 4s та 4p станів за зіткнень з електронами. Ці коефіцієнти було обчислено за припущення максвеллівського розподілу електронів за енергією, використовуючи поперечні перерізи, які представлено у роботі [149]. K_2 та K_4 – це коефіцієнти, що описують відповідно перехід атомів аргону у станах 4s та 4p до основного стану за зіткнень з електронами. Вирази для коефіцієнтів K_2 та K_4 як функції температури електронів взято з роботи [117].

Рівняння (5.1), (5.3) - (5.9) розв'язувалися чисельно у два етапи. На першому етапі було обчислено температуру електронів, заряд порошинок, концентрацію атомів у збуджених 4s та 4p станах та концентрацію порошинок для стаціонарної фази розряду ($\partial/\partial t = 0$). Концентрацію електронів у стаціонарній фазі розряду було взято з експерименту, а радіус порошинок та початкова концентрація іонів вважалися відомими. На другому етапі було обчислено концентрації електронів, іонів та збуджених атомів аргону, температуру електронів і заряд порошинок як функції часу у фазі післясвітіння розряду. Початкові значення обчислюваних величин було взято з розрахунків, які було проведено на першому етапі. Проводячи ці розрахунки, припускалося, що завдяки генерації енергетичних електронів за метастабільно-метастабільних та електрон-метастабільних зіткнень (з енергією приблизно рівною 7.3 eV) температура електронів не може бути меншою, ніж температура $T_{\text{eff}} = 0.05$ eV, яка вважалася трохи більшою за температуру робочого газу, тобто припускалося, що після падіння температури електронів у фазі післясвітіння до T_{eff} температура електронів не змінюється з часом.

5.1.2. Результати числових розрахунків

Використовуючи теоретичну модель, яку представлено у попередньому підрозділі, у роботі [145] було отримано часові залежності для основних параметрів плазми (концентрації електронів та атомів аргону у метастабільних і резонансних станах, температура електронів, заряд

порошинок, частоти, що характеризують втрату електронів і метастабільних атомів та втрату енергії електронами) як у випадку запорошеної плазми, так і для плазми, що не містить порошинок. Вивчаючи післясвітіння запорошеної плазми, було проведено аналіз того, як різні процеси генерації електронів (іонізація атомів аргону у зіткненнях з електронами, вторинна емісія електронів у зіткненнях порошинок з іонами або атомами аргону у метастабільному стані, генерація електронів за метастабільно-метастабільних зіткнень (табл. 5.1)) впливають на параметри плазми у фазі післясвітіння. Розраховані часові залежності для концентрації електронів та концентрації атомів аргону, що знаходяться у метастабільному стані, було порівняно з відповідними експериментальними залежностями [31 – 33].

На рисунках 5.1 (а) та 5.1 (б) показано розраховані часові залежності концентрацій електронів та метастабільних атомів аргону у порівнянні з відповідними експериментальними залежностями для випадку незапорошеної плазми [33]. Розрахунки було проведено за зовнішніх умов, що відповідають експериментальним умовам: $L = 7$ см, $R = 15$ см, $p = 0.1$ мбар і $T_g = 294$ К.

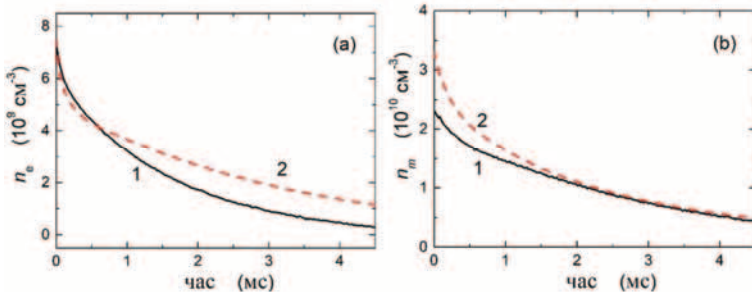


Рис. 5.1. Концентрації електронів (а) та метастабільних атомів (б) як функції часу в аргонівій плазмі післясвітіння. Суцільна крива (1) відповідає результатам експериментальних вимірювань, а штрихова крива (2) – числовим розрахункам

Для обох часових залежностей, $n_m(t)$ та $n_e(t)$, спостерігається добре якісне узгодження між експериментальними результатами та числовими розрахунками. Концентрація електронів монотонно зменшується завдяки дифузії електронів до стінок камери та електродів. Оскільки коефіцієнт дифузії електронів залежить від температури електронів, яка знижується у фазі післясвітіння, нами було проаналізовано різні механізми втрат енергії електронів, що визначають залежність $T_e(t)$. У випадку незапорошеної плазми втрати енергії електронів обумовлені пружними та непружними електрон-нейтральними зіткненнями та осадженням

електронів на стінки розрядної камери (див. рівняння (5.5)). На рис. 5.2 (b) показано часові залежності для частот, що характеризують втрати енергії у різних процесах у випадку, коли плазма післясвітіння не містить порошинки. Криві 1, 2 та 3 на цьому рисунку описують часові залежності, які характеризують втрати енергії електронів у пружних електрон-нейтральних зіткненнях $[(3m_e/m_i)v_{ea}(T_e/T_g - 1)]$, на межах розряду (J_w/T_g) та у непружних електрон-нейтральних зіткненнях $(\sum v_j^* U_j^*/T_g)$ відповідно.

З рис. 5.2 (b) видно, що на початку фази післясвітіння (при $t \leq 2$ мкс) енергія електронів у розряді переважно втрачається завдяки їх непружним зіткненням з нейтральними частинками та завдяки дифузії електронів та іонів до стінок розрядної камери. При $t > 2$ мкс вплив непружних зіткнень на баланс енергії у розряді є слабким і T_e зменшується переважно завдяки осадженню електронів на стінки камери. Член у рівнянні (5.5), що описує втрату енергії за рахунок осадження електронів на стінки камери, на один порядок більше, ніж той, що описує втрату енергії у пружних електрон-атомних зіткненнях (рис. 5.2 (b)). На рис. 5.2 (a) показано нормовану температуру електронів T_e/T_g у незапорошеній аргонівій плазмі у фазі післясвітіння як функцію часу у випадках, коли в моделі розряду враховано втрати енергії на стінках камери (крива 1) та коли ці втрати не враховано (крива 2).

Розрахована часова залежність $n_e(t)$ суттєво відрізняється у випадках, коли в моделі розряду враховано втрати енергії на стінках камери (крива 1 на рис. 5.2 (c)) та коли ці втрати не взято до уваги ($J_w = 0$ у рівнянні (5.5)) (крива 2 на рис. 5.2 (c)). Оскільки температура електронів спадає швидше з часом у разі урахування втрат енергії на стінках камери, ніж у випадку, коли ці втрати не враховуються (рис. 5.2 (a)), дифузійні втрати електронів при $t > 1$ мкс вищі, коли $J_w = 0$. Внаслідок цього концентрація електронів зменшується повільніше у випадку, коли $J_w \neq 0$, ніж коли відсутні втрати енергії на стінках камери (рис. 5.2 (c)), і у першому випадку розрахована залежність для n_e краще узгоджується з експериментальними даними (суцільна лінія на рис. 5.2 (c)).

Концентрація атомів аргону, які знаходяться в метастабільному стані, зменшується з часом (рис. 5.1 (b)) завдяки різним процесам: дифузії до стінок камери, електрон-метастабільним зіткненням, зіткненням метастабільних атомів між собою та зіткненням метастабільних атомів з атомами аргону, що знаходяться в основному стані. На рис. 5.3 представлено часові залежності для частот, які описують втрати метастабільних атомів аргону Ar^* в різних процесах. Крива (1) відповідає частоті, що характеризує втрати Ar^* атомів у зіткненнях з електронами $((K_2 + K_5 + K_8 + k_{quen})n_e$ у рівнянні

(5.7)). Криві 2, 3 та 4 описують відповідно втрати метастабільних атомів за їх дифузії до стінок камери (D_m/Λ^2), у зіткненнях метастабільних атомів між собою ($2k_m n_m$) та у зіткненнях з атомами аргону, що знаходяться в основному стані ($K_{2b}n_a$).

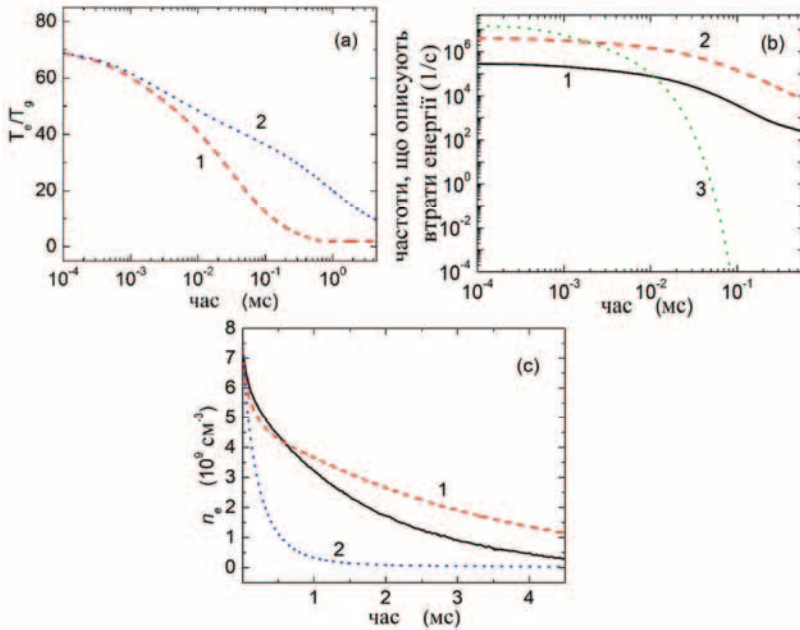


Рис. 5.2. (а) T_e / T_g у незаповненій аргонівій плазмі у фазі післясвітіння.

Штрихова лінія (1) відповідає випадку, коли розрахунки було проведено, враховуючи в правій частині рівняння (5.5) обидва доданки, а точкова лінія (2) – тільки втрати енергії електронів у зіткненнях. (b) Часові залежності для частот, що характеризують втрати енергії у різних процесах: у пружних електрон-атомних зіткненнях (1), за осадження електронів та іонів на стінки камери (2) та у непружних електрон-атомних зіткненнях (3). (c) Концентрація електронів, яку було розраховано за різних умов: штрихова лінія (1), отримана враховуючи втрати енергії на стінках камери; точкова лінія (2) – не враховуючи ці втрати; суцільна крива – експериментальна залежність

З рис. 5.3 видно, що на початку фази післясвітіння (при $t < 0.6$ мс) втрати метастабільних атомів у зіткненнях з електронами є домінуючими, а за значних часів післясвітіння метастабільні атоми втрачаються з об'єму плазми переважно завдяки дифузії до стінок камери.

Розглянемо випадок, коли плазма післясвітіння містить порошинки. Відмінність між заповненою плазмою післясвітіння та незаповненою є завдяки додатковим втратам частинок газового розряду при їх осадженні

на порошок. Як вже згадувалося раніше, щоб компенсувати ці додаткові втрати, температура електронів у заповищеній плазмі є вищою, ніж у плазмі без порошок. Внаслідок збільшення T_e частоти іонізації та збудження атомів аргону є також більшими у плазмі, що містить порошок. Це призводить до того, що за тієї самої потужності, що вводиться до розрядної камери, концентрація електронів менша, а концентрація метастабільних атомів значно більша у сильно заповищеній плазмі, ніж у плазмі без порошок [33]. Тому генерація електронів за зіткнень метастабільних атомів між собою у заповищеній плазмі може бути інтенсивнішою, ніж у незаповищеній плазмі.

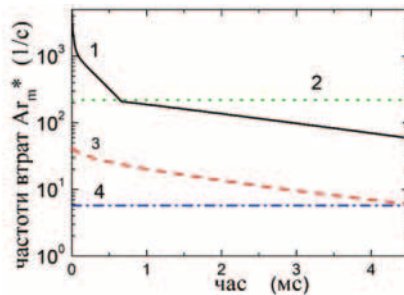


Рис. 5.3. Часові залежності для частот, що описують втрати метастабільних атомів у незаповищеній плазмі в різних процесах: у зіткненнях з електронами (1), завдяки дифузії до стінок камери (2), у зіткненнях метастабільних атомів між собою (3) та завдяки зіткненням з атомами аргону, що перебувають в основному стані (4)

На рис. 5.4 (а) показано розраховані просторово-усереднені концентрації електронів у заповищеній плазмі як функції часу, у порівнянні з експериментальними даними з робіт [31, 32]. Концентрацію електронів $n_e(t)$ було обчислено для $L = 7$ см, $R = 15$ см, $a_d = 50$ нм, $n_d = 2.9 \times 10^7$ см⁻³, $P = 0.1$ мбар, $T_g = 366$ К і $\gamma_i = \gamma_m = 0.01$. Коефіцієнт вторинної емісії γ_i було взято таким самим, як і для нержавіючої сталі, що містила на поверхні порошок [32]. Припускалося, що коефіцієнт вторинної емісії γ_m дорівнює коефіцієнту γ_i . За числових розрахунків радіус та концентрацію порошок було взято близькими до тих, що спостерігалися в експерименті [29].

З рис. 5.4 (а) видно, що при $t \leq 2$ мс розрахована концентрація електронів добре узгоджується з вимірюваною концентрацією в експерименті. Але для значних часів післясвітіння ($t > 2$ мс) розрахована концентрація електронів зменшується швидше, ніж концентрація, що виміряна в експерименті. Крім того, модель показує, що при $t > 2$ мс n_e зменшується

з часом швидше у запорошеній плазмі, ніж у плазмі без порошинок (див. рис. 5.1 (а) та 5.4 (а)). Швидше зменшення n_e у запорошеній плазмі є непрямым наслідком осадження у значній кількості іонів Ag^+ на негативно заряджені порошинки на початкових етапах післясвітіння плазми (див. криву 1 на рис. 5.4 (b)). Завдяки осадженню іонів на поверхню порошинок їх заряд зменшується за абсолютним значенням з часом (рис. 5.4 (c)). Це підсилює втрати електронів на них (див. рівняння (5.1)). З рис. 5.4 (b) також видно, що при $t > 0.5$ мс втрати електронів за їх осадження на порошинки (крива 2) є більшими, ніж втрати електронів завдяки їх дифузії до стінок камери (крива 3).

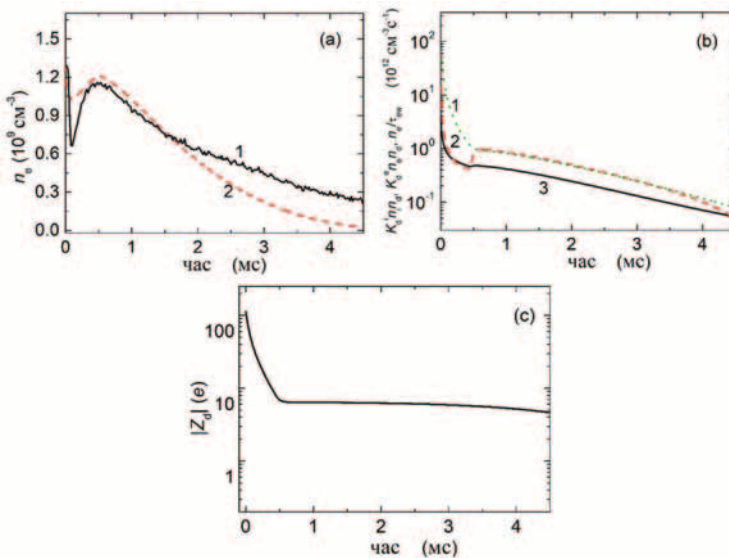


Рис. 5.4. (а) Концентрація електронів у запорошеній плазмі, що є у фазі післясвітіння: суцільна лінія (1) відповідає вимірній концентрації електронів; штрихова лінія (2) – розрахованій концентрації електронів. (b) Залежності, що характеризують різні втрати електронів та іонів: точкова лінія (1) – вираз $K_d^i n_i n_d$, який характеризує осадження іонів на порошинки; штрихова лінія (2) – вираз $K_d^e n_e n_d$, що характеризує осадження електронів на порошинки; суцільна лінія (3) – вираз, що характеризує втрати електронів завдяки дифузії (n_e / τ_{ev}). (c) Розрахована часова залежність для заряду порошинок. Криві було отримано для $n_e(t=0) = 1.3 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$, $n_d = 2.9 \times 10^7 \text{ см}^{-3}$, $a_d = 50 \text{ нм}$ та $\gamma_i = \gamma_m = 0.01$

Але втрати електронів на пилових частинках можуть бути завищені у числових розрахунках, оскільки в моделі розряду вважалося, що електрони мають максвеллівський розподіл за енергією у плазмі післясвітіння, що, як

правило, не так [151]. У плазмі післясвітіння «хвіст» функції розподілу електронів за енергією завжди має малу кількість електронів, оскільки високоенергетичні електрони здатні подолати потенціальний бар'єр біля стінок розряду та осісти на ці стінки [151]. Припущення, що функція розподілу електронів за енергією є максвеллівською, може бути причиною розбіжності між обчисленою та виміряною концентраціями електронів. Розбіжність може бути також завдяки тому, що наша модель не зовсім коректно враховує просторову неоднорідність заповищеної плазми та не враховує дискретність заряду порошинок, яка є особливо важливою за опису плазми у фазі післясвітіння, коли заряд порошинок є малим [94-96, 152].

Втрати електронів у плазмі післясвітіння, як уже було зазначено раніше, залежать від швидкості зменшення їх температури $T_e(t)$. На рис. 5.5 (а) показано часову залежність для нормованої температури електронів у випадку, коли у плазмі присутні порошинки, а також у випадку, коли вони відсутні.

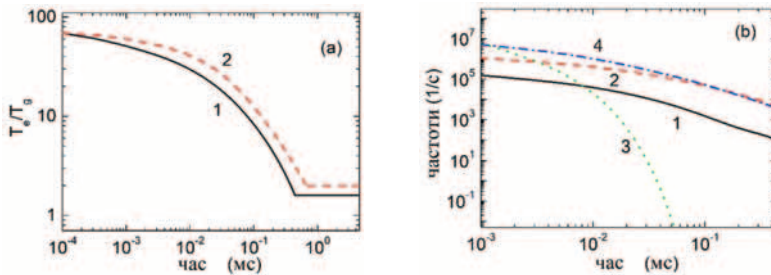


Рис. 5.5. (а) Нормована температура електронів як функція часу у заповищеній (крива 1) та незаповищеній (крива 2) плазмі, що є у фазі післясвітіння. (б) Частоти, що характеризують втрати енергії електронами у заповищеній плазмі як функції часу.

Крива (1) описує втрати енергії у пружних електрон-атомних зіткненнях

$$[(3m_e / m_i) v_{ea} (T_e / T_g - 1)];$$

крива (2) – за осадження електронів на стінки розряду

$$(J_w / T_g);$$

крива (3) – у непружних електрон-атомних зіткненнях $(\sum v_j^* U_j^* / T_g)$;
крива (4) – у зіткненнях електронів з порошинками (S_{ed} / T_g) . Розрахунки було проведено за умов, що відповідають рис. 5.4. Криву 2 на рис. 5.5 (а) було розраховано за тих самих умов, що і криву 2 на рис. 5.1 (а)

З рис. 5.5 (а) видно, що T_e зменшується швидше у заповищеній плазмі, ніж у випадку, коли у плазмі відсутні порошинки. Це пов'язано з втратою енергії електронами на порошинках. При $2 \text{ мкс} < t < 0.1 \text{ мс}$ втрати енергії електронами на порошинках домінують над втратами енергії на стінках камери та втратами за пружних і непружних електрон-нейтральних зіткнень

(див. рис. 5.5 (b)). При $t > 0.1$ мс втрати енергії на порошинках майже такі самі, як і на стінках камери.

На рис. 5.6 (a) порівняно розраховану залежність $n_m(t)$ з експериментальною для запорошеної плазми, що перебуває у фазі післясвітіння. Нормовані обчислена та розрахована залежності добре узгоджуються між собою. Проте абсолютна величина обчисленої концентрації метастабільних атомів приблизно у 3 рази менша, ніж виміряна в експериментальній роботі [33] (див. підпис до рис. 5.6).

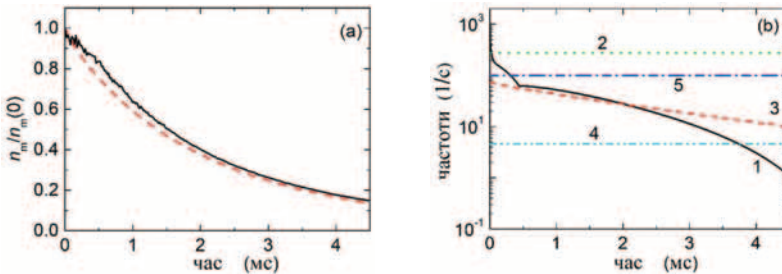


Рис. 5.6. (a) Нормована концентрація метастабільних атомів як функція часу у запорошеній плазмі, що є у фазі післясвітіння. Суцільну криву отримано в результаті вимірювань, а штрихову – в результаті числових розрахунків. Вимірні та розраховані початкові концентрації метастабільних атомів є $n_m(0) = 1.75 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ та $5.85 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$ відповідно. (b) Частоти, що характеризують втрати метастабільних атомів у різних процесах: у зіткненнях з електронами (1), за осадження на стінки камери (2), за зіткнень метастабільних атомів між собою (3), у зіткненнях з атомами, які знаходяться в основному стані, (4) та у зіткненнях з порошинками (5). Розрахунки було проведено за тих самих зовнішніх умов, що і для рис. 5.4 (a)

Цю різницю між теорією і експериментом можна пояснити деякими спрощеннями моделі, зокрема неврахуванням ефектів, що пов'язані з неоднорідністю плазми, а також припущенням, що функція розподілу електронів за енергією є максвеллівською.

Окрім втрат метастабільних атомів, що є суттєвими у незапорошеній плазмі післясвітіння (рис. 5.3), у запорошеній плазмі є додаткові втрати – у зіткненнях з порошинками. На рис. 5.6 (b) показано часові залежності для частот, що характеризують втрати метастабільних атомів у різних процесах у запорошеній плазмі післясвітіння. Крива 1 на рис. 5.6 (b) описує сумарні втрати метастабільних атомів у зіткненнях з електронами $((K_2 + K_5 + K_8 + k_{quen})n_e)$. Криві 2, 3, 4 і 5 характеризують втрати метастабільних атомів внаслідок їх дифузії до стінок камери та електродів (D_m/Λ^2) , зіткнень метастабільних атомів між собою $(2k_m n_m)$, зіткнень з атомами аргону, що перебувають в основному стані $(K_{2b}n_a)$, та зіткнень з порошинками $(K_m^d n_d)$ відповідно. Протягом всього часу післясвітіння

дифузія до стінок (крива 2 на рис. 5.6 (b)) є домінуючим механізмом втрат метастабільних атомів. Відповідно до експериментальних результатів роботи [33], втрати метастабільних атомів у зіткненнях з порошинками (крива 5 на рис. 5.6 (b)) приблизно утричі менші за їх втрати внаслідок дифузії.

На початку фази післясвітіння втрати метастабільних атомів при їх зіткненнях між собою приблизно такі ж, як і при зіткненнях з порошинками. Але ефект першого процесу на n_m у розряді стає менш важливим при зменшенні концентрації метастабільних атомів. Зіткнення метастабільних атомів з атомами аргону, які перебувають в основному стані, слабо впливають на концентрацію Ag^* атомів у запорошеній плазмі післясвітіння (крива 4 на рис. 5.6 (b)).

У роботі [31] представлено експериментальні результати, які показують, що у запорошеній плазмі, яка є у фазі післясвітіння, концентрація електронів після падіння протягом дуже короткого часу на початку фази післясвітіння може потім збільшуватися з часом. В цій роботі було припущено, що джерелом електронів у плазмі післясвітіння є від'ємно заряджені пилові частинки. Вважалося, що додаткові електрони у плазмі післясвітіння можуть з'явитися внаслідок різних процесів, а саме в результаті зіткнень з порошинками іонів, метастабільних атомів та швидких атомів, а також в результаті фотоemisії. При цьому припускалося, що коефіцієнт вторинної emisії електронів з поверхні порошинок є досить великим ($\gamma \approx 1$). У роботі [32] було досліджено, чи справді коефіцієнт вторинної emisії електронів може бути таким великим. Виміряне значення коефіцієнта вторинної emisії γ в експериментах із нержавіючою сталлю, що була вкрита порошинками, не перевищувало значення 0.01, що набагато менше за очікувану величину цього коефіцієнта (~ 1) [32]. Також припускалося, що збільшення концентрації електронів у фазі післясвітіння може бути завдяки emisії електронів під дією зовнішнього електричного поля [32]. Але цей процес може бути ефективним лише тоді, коли робота виходу електрона з порошинки є порядку 0.1 – 0.2 eV, що на порядок менше, ніж робота виходу з поверхні масивних вуглецевих матеріалів (4 - 5 eV) [32, 153].

Оскільки енергія збудження атомів аргону з основного до метастабільного стану є порядку 11.5 eV, електрони можуть бути емітованими з поверхні порошинок за зіткнень метастабільних атомів з порошинками. Важливість цього процесу зростає при збільшенні концентрації метастабільних атомів. Тобто цей процес є більш інтенсивним у сильно запорошеній плазмі, ніж слабо запорошеній.

Щоб зрозуміти важливість різноманітних процесів генерації електронів у плазмі, що є у фазі післясвітіння, нами було проведено

розрахунки за різних припущень. Зокрема щоб з'ясувати, як емісія електронів з порошинок може вплинути на властивості плазми післясвітіння, часову залежність для концентрацій електронів було отримано для різних значень коефіцієнтів γ_i та γ_m .

Крива 1 на рис. 5.7 (а) описує зміну з часом концентрації електронів у плазмі, що перебуває у фазі післясвітіння, коли єдиним механізмом генерації електронів, що враховується в моделі розряду, є іонізація атомів аргону електронним ударом (реакції (i), (v) та (vi) в табл. 5.1). У цьому випадку концентрація електронів швидко зменшується з часом, а пік в залежності n_e від часу відсутній. Зрозуміло, що через втрату швидких електронів з плазмового об'єму дуже швидко після припинення подачі енергії у плазму електрон-нейтральні зіткнення не можуть забезпечити достатню іонізацію атомів аргону у плазмовому об'ємі.

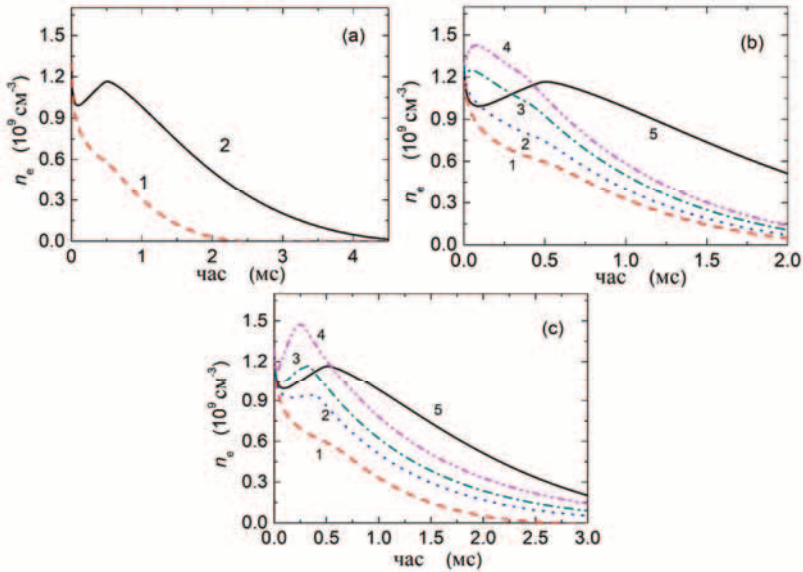


Рис. 5.7. $n_e(t)$ у плазмі післясвітіння. (а) Криву (1) отримано, враховуючи тільки іонізацію атомів за їх бомбардування електронами. (б) Концентрація електронів, яку було розраховано, враховуючи генерацію електронів тільки за зіткнень іонів з порошинками, для: $\gamma_i = 0.01$ (1); $\gamma_i = 0.1$ (2); $\gamma_i = 0.25$ (3) та $\gamma_i = 0.4$ (4). (с) Електронна концентрація, яку було обчислено, враховуючи генерацію електронів тільки за зіткнень метастабільних атомів з порошинками, для: $\gamma_m = 0.01$ (1); $\gamma_m = 0.25$ (2); $\gamma_m = 0.5$ (3) та $\gamma_m = 1.0$ (4). Криву (2) на рис. 5.7 (а) та (5) на рис. 5.7 (б) і 5.7 (с) було отримано, враховуючи генерацію електронів тільки за зіткнень метастабільних атомів між собою. Інші зовнішні умови є такими самими, як і для рис. 5.6

Розрахунки було також проведено за припущення, що генерація електронів у плазмі, яка перебуває у фазі післясвітіння, відбувається лише за зіткнень метастабільних атомів між собою (крива 2 на рис. 5.7 (а)). Часова залежність для концентрації електронів, яку було отримано за цього припущення, мало чим відрізняється від кривої 2 на рис. 5.4 (а), що була розрахована з урахуванням генерації електронів у зіткненнях метастабільних атомів між собою, а також у зіткненнях метастабільних атомів та іонів з порошинками при $\gamma_i = \gamma_m = 0.01$.

Отже, у запорошеній плазмі післясвітіння за експериментальних умов роботи [32] генерація електронів за зіткнень метастабільних атомів між собою є інтенсивнішою, ніж генерація електронів за вторинної емісії, яка спричинена зіткненнями метастабільних атомів та іонів з порошинками, у припущенні, що $\gamma_i = \gamma_m = 0.01$, яке базується на результатах експериментальної роботи [32].

Щоб з'ясувати, як результати числових розрахунків залежать від значень коефіцієнтів вторинної емісії γ_i та γ_m , розрахунки було проведено для різних значень цих коефіцієнтів, не враховуючи іонізацію атомів аргону електронним ударом та генерацію електронів за зіткнень метастабільних атомів між собою. На рис. 5.7 (b) показано часові залежності для концентрації електронів, які було отримано для різних величин γ_i ($\gamma_i = 0.01, 0.1, 0.25$ та 0.4). З рис. 5.7 (b) видно, що пік концентрації електронів у плазмі післясвітіння спостерігається лише за відносно великих значень коефіцієнта γ_i ($\gamma_i \geq 0.25$). Водночас при великих часах післясвітіння концентрація електронів, яку було розраховано за припущення, що генерація електронів за зіткнень іонів з порошинками є основним процесом генерації електронів (криві 1 – 4 на рис. 5.7 (b)), є меншою, ніж у випадку, коли генерація електронів відбувається тільки за зіткнень метастабільних атомів між собою (крива 5 на рис. 5.7 (b)). Основною причиною такої різниці є те, що за вторинної емісії знижується абсолютне значення від'ємного потенціалу на поверхні порошинок, що призводить до збільшення втрат електронів на порошинках.

Концентрацію електронів як функцію часу у плазмі післясвітіння було також розраховано, припускаючи, що генерація електронів відбувається лише при зіткненнях метастабільних атомів з порошинками. Розрахунки було проведено для різних значень коефіцієнта γ_m ($= 0.01, 0.25, 0.5$ та 1.0). Результати цих розрахунків показано на рис. 5.7 (c). З цього рисунка видно, що зі збільшенням коефіцієнта вторинної емісії γ_m концентрація електронів збільшується, а максимум у часовій залежності n_e з'являється лише при високих значеннях γ_m (за умов, що тут розглядаються, для $\gamma_m \geq 0.5$). Також видно, що в кінці фази післясвітіння концентрація електронів, яку було

розраховано, припускаючи, що генерація електронів відбувається лише при зіткненнях метастабільних атомів з порошинками, є меншою, ніж тоді, коли враховується лише їх генерація за зіткнень метастабільних атомів між собою (крива 5 на рис. 5.7 (с)), навіть при відносно великих γ_m .

5.2. Функція розподілу електронів за енергією у запорошеній плазмі післясвітіння

Функція розподілу електронів за енергією у незапорошеній плазмі післясвітіння за різних зовнішніх умов вивчалася багатьма авторами. Зокрема у роботі [151] ФРЕЕ було виміряно в післясвітінні індукційного розряду низького тиску і було показано, що на ФРЕЕ суттєво впливають втрати електронів на стінках камери. Вимірювання ФРЕЕ ленгмюрівським зондом в післясвітінні індукційних розрядів для різних робочих газів (аргону, неону та гелію) вказало на присутність у цих плазмових середовищах швидких електронів, які утворювалися за зіткнень метастабільних атомів між собою та у зіткненнях електронів з метастабільними атомами [154]. У роботі [155] було обчислено функцію розподілу електронів за енергією у післясвітінні азотної плазми, розв'язуючи рівняння Больцмана, а у роботах [104, 156], досліджуючи ФРЕЕ в післясвітінні інертних газів (Ar, Kr або Xe), було показано, що похідна ФРЕЕ за енергією у плазмі післясвітіння може стати додатною.

Деякі автори також вивчали функції розподілу електронів за енергією у запорошеній плазмі, що є у фазі післясвітіння [157-159]. У роботах [157, 158] вплив порошинок на властивості аргонної плазми післясвітіння було досліджено, використовуючи числовий метод частинка в клітинці та метод Монте Карло. Було з'ясовано, що генерація електронів у зіткненнях метастабільних атомів між собою може суттєво вплинути на ФРЕЕ за часів післясвітіння, більших за 30 мкс після початку післясвітіння плазми. У нашій роботі [159] було отримано аналітичний вираз для ФРЕЕ у запорошеній плазмі післясвітіння методом характеристик, вважаючи, що частота пружних електрон-атомних зіткнень ν не залежить від енергії електронів u . У цій роботі також припускалося, що ФРЕЕ на початку фази післясвітіння при $u < \varphi_s$ (тут φ_s – потенціальна енергія на поверхні порошинок) є максвеллівською. Між тим частота ν , зазвичай, сильно залежить від енергії електронів. Наприклад, при $0.3 \text{ eV} < u < u^*$ (де u^* – порогова енергія збудження атомів аргону) частота ν в аргонній плазмі є пропорційною $u^{3/2}$ [160, 161], а в неоновій плазмі $\nu(u) \sim u^{2/3}$ [162]. На ФРЕЕ у плазмі післясвітіння суттєво впливає залежність частоти пружних електрон-атомних зіткнень від енергії електронів [104].

У цьому підрозділі отримано аналітичні вирази для ядра функції розподілу електронів за енергією у запорошеній плазмі післясвітіння. Ці вирази було отримано для різних початкових ФРЕЕ. Зокрема було розглянуто випадки, коли початкова ФРЕЕ для енергій електронів, більших за потенціальну енергію поверхні порошинок, є максвеллівською або дрювестейнівською. Аналітичні вирази було отримано як у випадку, коли частота пружних електрон-атомних зіткнень залежить від енергії електронів, так і коли ν є незалежною від енергії величиною. Розглянуто як випадки сильно запорошеної плазми, так і випадки, коли порошинки відсутні у плазмі післясвітіння.

5.2.1. Теоретична модель та основні припущення

Розглянемо плазму, що складається з електронів, однозарядних позитивних іонів з концентраціями n_e та n_i відповідно, заряджених порошинок з концентрацією n_d , радіусом a_d і від'ємним зарядом Z_d (в одиницях елементарного електричного заряду e). Вважається, що іони мають максвеллівський розподіл за енергією з температурою T_i , а функція розподілу електронів за енергією F у загальному випадку є не максвеллівською і визначається однорідним рівнянням Больцмана [100, 104]:

$$\frac{\partial F(u, t)}{\partial t} - \frac{2e}{3m_e \sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{u^{3/2}}{\nu_m} E^2 \frac{\partial F(u, t)}{\partial u} \right] \approx S_0(F), \quad (5.10)$$

де u – енергія електронів (в еВ), t – час і E – зовнішнє електричне поле, що підтримує плазму. $S_0(F) = S_{ea}(F) + S_{ed}(F)$, де доданки $S_{ea}(F)$ та $S_{ed}(F)$ описують відповідно зіткнення електронів з атомами робочого газу та порошинками, ν_m – частота пружних зіткнень електронів (з атомами робочого газу та порошинками). Оскільки концентрація електронів n_e зазвичай є малою у запорошеній плазмі ($\sim 10^8 - 10^9 \text{ см}^{-3}$), впливом електрон-електронних зіткнень на ФРЕЕ нехтується. За розгляду плазми післясвітіння вважається, що $E = 0$. Також припускається, що часи, які характеризують основні процеси у плазмі післясвітіння, є меншими за час $\tau_{\text{диф}} (\approx \Lambda^2 / D_a)$, де D_a – коефіцієнт амбіполярної дифузії), що характеризує дифузію електронів до стінок камери, тобто вплив дифузії електронів на ФРЕЕ не враховується в даній моделі. Умови, коли для опису ФРЕЕ може застосовуватися однорідне рівняння Больцмана, детально обговорено у розділі 4 (див. (4.21)).

Функція розподілу електронів за енергією визначає концентрацію електронів n_e та ефективну температуру електронів T_{eff} як функції часу:

$$n_e(t) = \int_0^{\infty} F(u,t) \sqrt{u} du, \quad T_{\text{eff}}(t) = (2/3) \int_0^{\infty} F(u,t) u^{3/2} du / n_e(t). \quad (5.11)$$

Післясвітіння незапорошеної плазми характеризується двома часами [104]: $\tau_1 = \langle \delta v(u) \rangle^{-1}$ та $\tau_2 = \langle v_{1\Sigma}(u) \rangle^{-1}$, де $\delta = 2m_e/m_i$, $v_{1\Sigma}(u)$ – сумарна частота непружних електрон-атомних зіткнень. Час τ_2 визначає швидкість релаксації енергії високоенергетичних електронів (з $u > u^*$, де u^* – порогова енергія непружних процесів), а час τ_1 – швидкість встановлення ядра ФРЕЕ. Для $u > u^*$ маємо, що $v_{1\Sigma}(u) \gg \delta v(u)$, і тому $\tau_2 \ll \tau_1$. При $t < \tau_2$ зменшується кількість електронів у «хвості» ФРЕЕ (при високих енергіях) відносно їх загального числа, а основні зміни ядра ФРЕЕ відбуваються за часів $t \geq \tau_2$. При $u > u^*$ частота $v_{1\Sigma}(u)$ зазвичай більше за частоту $v_{ed}^c(u,t)$, що характеризує збирання електронів порошинками [106]. Отже, характерні часи τ_2 є приблизно однаковими у запорошеній плазмі та плазмі без порошинок.

У цьому підрозділі будемо розглядати часи післясвітіння, більші за τ_2 . За цих часів вплив непружних електрон-атомних зіткнень на ФРЕЕ є малим і

$$S_{ea}(F) \approx \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{2m_e}{m_i} u^{3/2} v(u) \left(F + T_g \frac{\partial F}{\partial u} \right) \right], \quad (5.12)$$

де T_g – температура нейтрального газу, яка вважається рівною 300 К (0.026 eВ).

Доданок у рівнянні Больцмана, що описує зіткнення електронів з порошинками, має вигляд [161]

$$S_{ed}(F) = \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{2m_e}{m_d} u^{3/2} v_{ed}^e(u,t) \left(F + T_d \frac{\partial F}{\partial u} \right) \right] - v_{ed}^c(u,t) F, \quad (5.13)$$

де T_d – температура порошинок. Тут вважається, що $T_d = 0.026$ eВ. Ми також вважаємо, що середня температура електронів є більшою за температуру робочого газу та порошинок. $v_{ed}^c(u,t) = n_d \sigma_{ed}^c(u,t) \sqrt{2eu/m_e}$, а $v_{ed}^e(u,t)$ – частота пружних зіткнень електронів з порошинками. З метою спрощення вважається, що для більшості енергій електронів виконується

нерівність $\frac{2m_e}{m_d} v_{ed}^c(u, t) \ll \frac{2m_e}{m_i} v(u)$, тому в моделі не враховується вплив пружних електрон-пилових зіткнень на ФРЕЕ. За даного розгляду поперечний переріз, що описує осадження електронів на порошок, описано з використанням моделі обмеженого орбітального руху (1.7), тобто $\sigma_{ed}^c(u, t) = \pi a_d^2 [1 - \varphi_s(t)/u]$ для $u > \varphi_s(t)$ і $\sigma_{ed}^c(u, t) = 0$ для $u < \varphi_s(t)$, де $\varphi_s(t) = e^2 |Z_d(t)| / a_d$.

За цих припущень рівняння (5.10) спроститься до наступного рівняння:

$$\frac{\partial F(u, t)}{\partial t} - \frac{1}{\sqrt{u}} \frac{\partial}{\partial u} [\delta v(u) u^{3/2} F(u, t)] + F(u, t) v_{ed}^c(u, t) = 0, \quad (5.14)$$

де $v_{ed}^c(u, t) = \alpha [1 - \varphi_s(t)/u] \sqrt{u}$ для $u > \varphi_s(t)$, $v_{ed}^c(u, t) = 0$ для $u < \varphi_s(t)$, $\alpha = n_d \pi a_d^2 \sqrt{2 \times 1.6 \times 10^{-12} / m_e}$, де n_d береться в см^{-3} , a_d – в см , а m_e – в g .

У випадку, коли у післясвітінні плазми відсутні порошок, третій доданок у лівій частині рівняння (5.14) дорівнює нулю.

Розв'язуючи рівняння (5.14) аналітично, розглядається два випадки: (і) частота електрон-атомних зіткнень v є степеневою функцією енергії електронів; (ii) v – незалежна від енергії електронів.

5.2.2. Частота пружних електрон-атомних зіткнень залежить від енергії електронів

Розглядаючи випадок, коли частота пружних електрон-атомних зіткнень v є функцією енергії електронів u , припускалося, що $\delta v(u) = \delta_v u^n$ [160 – 162], де δ_v – стала, яка є незалежною від енергії електронів, $n \neq 0$ – дійсне число.

У цьому випадку рівняння (5.14) записується у наступному вигляді:

$$\frac{\partial F(u, t)}{\partial t} - \delta_v u^{n+1} \frac{\partial F(u, t)}{\partial u} = \left[\delta_v \left(n + \frac{3}{2} \right) u^n - \alpha (1 - \varphi_s(t)/u) \sqrt{u} \right] F(u, t). \quad (5.15)$$

Розв'язуючи рівняння (5.15) методом характеристик [163], було розглянуто окремо два діапазони енергій: $u > \varphi_s(t)$ та $u < \varphi_s(t)$.

При $u < \varphi_s(t)$ рівняння (5.15) спрощується до рівняння:

$$\frac{\partial F(u,t)}{\partial t} - \delta_v u^{n+1} \frac{\partial F(u,t)}{\partial u} = \delta_v \left(n + \frac{3}{2} \right) u^n F(u,t), \quad (5.16)$$

рівняння характеристик якого мають наступний вигляд:

$$dt = -\frac{du}{\delta_v u^{n+1}}, \quad -\frac{du}{\delta_v u^{n+1}} = \frac{dF}{F \delta_v u^n (n + 3/2)}. \quad (5.17)$$

При $u > \varphi_s(t)$ збирання електронів порошинками повинно бути враховано у рівнянні (5.15), і рівняння характеристик мають вигляд:

$$dt = -\frac{du}{\delta_v u^{n+1}}, \quad -\frac{du}{\delta_v u^{n+1}} = \frac{dF}{F \left[\delta_v u^n (n + 3/2) - \alpha (1 - \varphi_s(t)/u) \sqrt{u} \right]}. \quad (5.18)$$

З рівнянь (5.18) отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \delta_v t - u^{-n} / n = C_1, \\ -\left(n + \frac{3}{2} \right) \frac{du}{u} + \frac{\alpha}{\delta_v} \frac{du}{u^{1/2+n}} - \frac{\alpha \varphi_s(t) du}{\delta_v u^{3/2+n}} = \frac{dF}{F}, \end{cases} \quad (5.19)$$

де C_1 – стала.

Щоб знайти розв'язок системи рівнянь (5.19), необхідно знати, як електричний потенціал поверхні порошинок залежить від часу. З метою спрощення вважалося, що ця залежність є лінійною, тобто $\varphi_s(t) = \varphi_{s0}(1 - t/\gamma)$, де φ_{s0} – це потенціал поверхні порошинок при $t = 0$, а γ – характерний час зменшення цього потенціалу, який за даного розгляду є параметром. Щоб знайти φ_{s0} ($= e^2 |Z_d(t=0)| / a_d$), необхідно знати заряд порошинок при $t = 0$. Цей заряд було знайдено, вважаючи, що струм іонів на окрему порошокку за абсолютним значенням дорівнює струму електронів (1.12). При цьому струм електронів описувався виразом (4.17), а струм іонів – виразом (4.37).

Враховуючи це, з рівняння (5.19) отримаємо:

$$-\left(n + \frac{3}{2} \right) \ln u + \frac{\alpha}{\delta_v} \frac{u^{1/2-n}}{(1/2-n)} + \frac{\alpha \varphi_{s0} B_1 u^{-1/2-n}}{\delta_v (1/2+n)} - \frac{\alpha \varphi_{s0} u^{-1/2-2n}}{\delta_v^2 \gamma n (1/2+2n)} - \ln F = C_2, \quad (5.20)$$

де $B_1 = 1 - C_1 / (\delta_v \gamma)$, а C_2 – стала.

Припускалося, що ФРЕЕ, коли $u > \varphi_s(t)$ та $t=0$, є відомою. Якщо розподіл електронів за швидкістю є близьким до ізотропного, то вираз для ФРЕЕ при $t = 0$ у незаповишеному випадку може бути записаним у наступному вигляді [119]:

$$F(u, 0) = A_1 \exp(-A_2 u^x), \quad (5.21)$$

де x – це число, A_1 – стала, яка може бути знайденою з умови нормування $n_e(0) = \int_0^\infty F(u, 0) \sqrt{u} du$, $n_e(0)$ – концентрація електронів при $t = 0$, $A_2 = \frac{1}{\langle u \rangle^x} \frac{[\Gamma(\xi_2)]^x}{[\Gamma(\xi_1)]^x}$, $\xi_1 = 3/(2x)$ і $\xi_2 = 5/(2x)$. При $x = 1$ та $x = 2$ ФРЕЕ є відповідно максвеллівською та дрювестейнівською.

Вважаючи, що ФРЕЕ при $u > \varphi_s(t)$ та $t = 0$ описується виразом (5.21), з рівнянь (5.19) та (5.20) отримуємо:

$$\begin{aligned} & - \left(n + \frac{3}{2} \right) \ln \left(\frac{u}{\omega} \right) + \frac{\alpha}{\delta_v} \frac{(u^{1/2-n} - \omega^{1/2-n})}{(1/2 - n)} + \frac{\alpha \varphi_{s0} B_1 (u^{-1/2-n} - \omega^{-1/2-n})}{\delta_v (1/2 + n)} - \\ & - \frac{\alpha \varphi_{s0} (u^{-1/2-2n} - \omega^{-1/2-2n})}{\delta_v^2 \gamma n (1/2 + 2n)} = \ln(F / F_0), \end{aligned} \quad (5.22)$$

де $\omega = (u^{-n} - n \delta_v t)^{-1/n}$ та $F_0 = A_1 \exp(-A_2 \omega^x)$.

З рівняння (5.22) випливає, що при $u > \varphi_s(t)$ ФРЕЕ як функція часу має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} F(u, t) = A_1 (1 - u^n n \delta_v t)^{-(n+3/2)/n} \times \exp \left[-A_2 z^{-x/n} + \frac{\alpha}{\delta_v} \frac{(u^{1/2-n} - z^{(n-1/2)/n})}{(1/2 - n)} + \right. \\ \left. \frac{\alpha \varphi_{s0} B_1 (u^{-1/2-n} - z^{(n+1/2)/n})}{\delta_v (1/2 + n)} - \frac{\alpha \varphi_{s0} (u^{-1/2-2n} - z^{(2n+1/2)/n})}{\delta_v^2 \gamma n (1/2 + 2n)} \right], \end{aligned} \quad (5.23)$$

де $z = u^{-n} - n \delta_v t$ та $B_1 = 1 - (\delta_v t - u^{-n} / n) / \gamma \delta_v$.

З іншого боку, з рівнянь (5.17) для ФРЕЕ при $u < \varphi_s(t)$ маємо:

$$\delta_v t - u^{-n} / n = K_1 \quad \text{та} \quad F(u, t) u^{n+3/2} = K_2, \quad (5.24)$$

де K_1 та K_2 – сталі. Враховуючи, що ФРЕЕ є неперервною при $u = \varphi_s(t)$, з (5.24) отримаємо:

$$F(u, t) = F(\varphi_s(\omega), \omega) [\varphi_s(\omega) / u]^{n+3/2}, \quad (5.25)$$

де $\varphi_s(\omega) = \varphi_{s0}(1 - \omega / \gamma)$, а функція ω є коренем наступного рівняння:

$$\delta_v t - u^{-n} / n = \delta_v \omega - \varphi_s^{-n}(\omega) / n. \quad (5.26)$$

Функція $F(\varphi_s, \omega)$ може бути визначеною з виразу (5.23) заміною u на φ_s , а t на ω . Підставляючи отриманий вираз для $F(\varphi_s, \omega)$ до виразу (5.25), отримаємо:

$$F(u, t) = A_1 (1 - u^n n \delta_v t)^{-(n+3/2)/n} \times \exp\left(-A_2 z^{-x/n} + \frac{\alpha [\varphi_s(\omega)]^{1/2-n} - z^{(n-1/2)/n}}{\delta_v (1/2-n)} + \frac{\alpha \varphi_{s0} B_1 [\varphi_s(\omega)]^{-1/2-n} - z^{(n+1/2)/n}}{\delta_v (1/2+n)} - \frac{\alpha \varphi_{s0} [\varphi_s(\omega)]^{-1/2-2n} - z^{(2n+1/2)/n}}{\delta_v^2 \gamma n (1/2+2n)}\right), \quad (5.27)$$

де вирази для z та B_1 надано після (5.23).

У випадку, коли у плазмі відсутні порошинки, система рівнянь (5.24) є справедливою у всьому діапазоні енергій. Вважаючи, що $u = \zeta$ при $t = 0$, з системи (5.24) отримаємо наступний вираз для ФРЕЕ як функцію часу:

$$F(u, t) = F(\zeta, 0) \left(\frac{\zeta}{u}\right)^{n+3/2}, \quad (5.28)$$

де $\zeta = 1 / (u^{-n} - n \delta_v t)^{1/n}$.

Якщо ФРЕЕ при $t = 0$ описується виразом (5.21), з рівняння (5.28) маємо:

$$F(u, t) = A_1 \exp\left[-A_2 (u^{-n} - n \delta_v t)^{-x/n}\right] \times (1 - u^n n \delta_v t)^{-1-3/(2n)}. \quad (5.29)$$

Якщо розподіл електронів за енергією при $t = 0$ є максвеллівським ($x = 1$), то з попереднього рівняння випливає, що:

$$F(u, t) = A_1 \exp\left[-\frac{u}{T_{\text{eff}}} (1 - u^n n \delta_v t)^{-1/n}\right] \times (1 - u^n n \delta_v t)^{-1-3/(2n)}. \quad (5.30)$$

5.2.3. Частота пружних електрон-атомних зіткнень незалежна від енергії електронів

Далі розглянемо випадок, коли частота пружних електрон-атомних зіткнень не залежить від енергії електронів, тобто $\delta v(u) = \delta v = const$ і $n=0$.

У цьому випадку зручно розв'язувати рівняння (5.14) у нових змінних $\eta = 1 - \varphi_s(t)/u$ та $v = t$. Якщо перейти до цих змінних, то рівняння (5.14) запишеться у наступному вигляді:

$$\frac{\partial F(\eta, v)}{\partial v} + \frac{(1-\eta)(1-\beta)}{\gamma} \frac{\partial F(\eta, v)}{\partial \eta} = \left[\frac{3}{2} \delta v - v_{ed}^c(\eta, v) \right] F(\eta, v), \quad (5.31)$$

де $\beta = \delta v \gamma$, $v_{ed}^c(\eta, v) = \frac{\alpha_1 \eta}{\sqrt{1-\eta}} \exp(-v/2\gamma)$ при $\eta > 0$ і $v_{ed}^c = 0$ при $\eta < 0$,

а $\alpha_1 = n_d \pi a_d^2 \sqrt{2\varphi_{s0} \times 1.6 \times 10^{-12} / m_e}$. За даного розгляду залежність потенціалу поверхні порошинок від часу вважається експоненціальною, тобто $\varphi_s(t) = \varphi_{s0} e^{-t/\gamma}$.

При $\eta > 0$ рівняння характеристик рівняння (5.31) є наступними:

$$dv = \frac{\gamma d\eta}{(1-\beta)(1-\eta)}, \quad \frac{\gamma d\eta}{(1-\eta)(1-\beta)} = \frac{dF}{\left[\frac{3}{2} \delta v - \frac{\alpha_1 \eta}{\sqrt{1-\eta}} \exp(-v/2\gamma) \right] F}, \quad (5.32)$$

з яких впливає система рівнянь:

$$\begin{cases} (1-\eta) \exp[v(1-\beta)/\gamma] = D_1, \\ -\frac{3}{2} \frac{\beta}{(1-\beta)} \ln(1-\eta) - \frac{2\alpha_1 \gamma (1-\eta)^{1/2}}{2-\beta} e^{-v/2\gamma} + \frac{2\alpha_1 \gamma (1-\eta)^{-1/2}}{\beta} e^{-v/2\gamma} - \ln F = D_2, \end{cases} \quad (5.33)$$

де D_1 та D_2 – сталі.

Вважаючи, що ФРЕЕ при $v=t=0$ визначається виразом (5.21), з (5.33) отримаємо:

$$\left\{ \begin{aligned} (1-\eta)\exp[v(1-\beta)/\gamma] &= 1-\omega, \\ -\frac{3}{2}\frac{\beta}{(1-\beta)}\ln\left(\frac{1-\eta}{1-\omega}\right) - \frac{2\alpha_1\gamma[(1-\eta)^{1/2}e^{-v/2\gamma} - (1-\omega)^{1/2}]}{2-\beta} + \\ + \frac{2\alpha_1\gamma[(1-\eta)^{-1/2}e^{-v/2\gamma} - (1-\omega)^{-1/2}]}{\beta} &= \ln(F/F_0), \end{aligned} \right. \quad (5.34)$$

де $F_0 = A_1 \exp(-A_2 \omega^x)$.

Враховуючи, що $\eta = 1 - \varphi_s(t)/u$ і $v = t$, з системи рівнянь (5.34) отримаємо ФРЕЕ як функцію u та t :

$$\begin{aligned} F(u, t) &= A_1 \left(\exp\frac{3}{2}\delta vt - A_2 u^x e^{x\delta vt} + \frac{2\alpha_1\gamma}{2-\beta} [e^{-t\delta v/2} - e^{-t/\gamma}] \sqrt{\frac{\varphi_{s0}}{u}} + \right. \\ &\left. + \frac{2\alpha_1\gamma}{\beta} [1 - e^{t\delta v/2}] \sqrt{\frac{u}{\varphi_{s0}}} \right). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Для енергій $u < \varphi_s(t)$ маємо, що $\eta < 0$ та $v_{ed}^c = 0$, і з рівняння (5.31) випливає, що

$$(1-\eta)\exp[v(1-\beta)/\gamma] = C_1 \quad \text{та} \quad F^{-1}(\eta, v)(1-\eta)^{3\beta/2(\beta-1)} = C_2, \quad (5.36)$$

де C_1 та C_2 – сталі.

Враховуючи, що ФРЕЕ є неперервною при $\eta = 0$, з рівнянь (5.34) – (5.36) отримаємо:

$$\left\{ \begin{aligned} (1-\eta)\exp[v(1-\beta)/\gamma] &= \exp[\omega(1-\beta)/\gamma] \\ F^{-1}(\eta, v)(1-\eta)^{3\beta/2(\beta-1)} &= F^{-1}(0, \omega) \end{aligned} \right., \quad (5.37)$$

де

$$\begin{aligned} F(0, \omega) &= A_1 \exp\left(-A_2 \varphi_s^x(\omega) e^{x\delta v\omega} + \frac{3}{2}\delta v\omega + \frac{2\alpha_1\gamma}{2-\beta} e^{\omega/2\gamma} [e^{-\omega\delta v/2} - e^{-\omega/\gamma}] + \right. \\ &\left. \frac{2\alpha_1\gamma}{\beta} e^{-\omega/2\gamma} [1 - e^{\omega\delta v/2}] \right) \end{aligned} \quad (5.38)$$

і $\varphi_s(\omega) = \varphi_{s0} e^{-\omega/\gamma}$.

З системи рівнянь (5.37) випливає, що

$$F(\eta, v) = F(0, \omega)(1-\eta)^{3\beta/2(\beta-1)}, \quad (5.39)$$

де $\omega = \frac{\gamma}{1-\beta} \ln(1-\eta) + v$.

Враховуючи, що $\eta = 1 - \varphi_s(t)/u$ і $v = t$, з рівнянь (5.38) та (5.39) отримаємо ФРЕЕ як функцію u та t :

$$F(u, t) = A_1 \exp\left[\frac{3\delta v t}{2} - A_2 u^x e^{x\delta v t} + \frac{2\alpha_1 \gamma}{2 - \beta} \sqrt{\frac{\varphi_{s0}}{u}} e^{-\frac{t\delta v}{2}} + \frac{4\alpha_1 \gamma (1 - \beta)}{\beta (2 - \beta)} \left(\frac{u}{\varphi_{s0}}\right)^{\frac{1}{2(1-\beta)}} e^{\frac{\beta t}{2\gamma(1-\beta)}} - \frac{2\alpha_1 \gamma}{\beta} \sqrt{\frac{u}{\varphi_{s0}}} e^{\frac{t\delta v}{2}}\right]. \quad (5.40)$$

Отже, при $v = \text{const}$ вирази (5.40) та (5.35) описують ФРЕЕ у післясвітінні запорошеної плазми у діапазоні енергій $u < \varphi_s(t)$ та $u > \varphi_s(t)$ відповідно.

За відсутності порошинок та $n = 0$ з (5.17) маємо:

$$\delta_v t + \ln u = C_1 \quad \text{та} \quad F(u, t) u^{3/2} = C_2, \quad (5.41)$$

де C_1 та C_2 – сталі.

Вважаючи, що $u = \omega$ при $t = 0$, з (5.41) отримаємо наступний вираз для ФРЕЕ у післясвітінні незапорошеної плазми при $n = 0$:

$$F(u, t) = \frac{\omega^{3/2}}{u^{3/2}} F(\omega, 0), \quad (5.42)$$

де $\omega = u \exp(\delta_v t)$.

Якщо ФРЕЕ при $t = 0$ описується рівнянням (5.21), то

$$F(\omega, 0) = A_1 \exp(-A_2 \omega^x) = A_1 \exp[-A_2 u^x \exp(x\delta_v t)]$$

і

$$F(u, t) = A_1 \exp[3\delta_v t / 2 - A_2 u^x \exp(x\delta_v t)]. \quad (5.43)$$

У випадку, якщо функція розподілу електронів при $t = 0$ є максвеллівською, з попереднього рівняння отримаємо [104]:

$$F(u, t) = A_1 \exp\left[3\delta_v t / 2 - \frac{u}{T_{\text{eff}}} \exp(\delta_v t)\right]. \quad (5.44)$$

У виразі (5.43) $A_2 = \frac{B_2}{\langle u_0 \rangle^x}$ та $A_1 = \frac{B_1}{\langle u_0 \rangle^{3/2}}$ (при $u \ll u^*$), де B_1 та B_2 – сталі, які не залежать від u та t . $\langle u_0 \rangle$ – середня енергія електронів при $t = 0$.

Отже, вираз (5.43) може бути представлено у вигляді:

$$F(u, t) = \frac{B_1}{\langle u \rangle^{3/2}} \exp \left[-\frac{B_2 u^x}{\langle u \rangle^x} \right],$$

де $\langle u \rangle = \langle u_0 \rangle \exp(-\delta_v t)$. З останнього рівняння випливає, що форма ФРЕЕ не змінюється з часом. Наприклад, якщо ФРЕЕ при $t = 0$ була максвеллівською, то вона залишається нею протягом всього післясвітіння плазми. При цьому змінюється середня енергія електронів $\langle u \rangle$ (або їх ефективна температура), яка зменшується з декрементом $\delta_v = \delta v$.

Якщо ФРЕЕ при $u > u^*$ є малою, то з (5.43) отримаємо аналітичний вираз для середньої частоти, яка описує збирання електронів порошинками:

$$\begin{aligned} \langle v_{ed}^c(u, t) \rangle &= -I_e(t) / e \approx \alpha \int_{\varphi_s}^{\infty} (1 - \varphi_s / u) F(u, t) u du = \\ &= \frac{D}{xB^{2/x}} \Gamma(2/x, B\varphi_s^x) - \frac{D\varphi_s}{xB^{1/x}} \Gamma(1/x, B\varphi_s^x), \end{aligned} \quad (5.45)$$

де $\alpha = n_e \pi a_d^2 \sqrt{2e/m_e}$, $D = \alpha A_1 \exp[3\delta_v t / 2]$, $B = A_2 \exp[x\delta_v t]$,

а $\Gamma(a, y) = \int_y^{\infty} t^{a-1} \exp(-t) dt$ – неповна гамма-функція.

5.2.4. Функція розподілу електронів за енергією за різних зовнішніх умов

У цьому підрозділі представимо результати аналізу ФРЕЕ для різних часів післясвітіння, радіусів та концентрацій порошинок та для різних характерних часів зменшення поверхневого потенціалу порошинок. Ці результати було отримано як для $n \neq 0$, так і для $n = 0$. Дослідження проведено для випадку, коли робочим газом є аргон. У випадку, коли $n \neq 0$, вважалось, що залежність поперечного перерізу електрон-атомних зіткнень від енергії електронів визначається наступним виразом [160, 161]: $\sigma_m(u) \approx \alpha u / u^*$, де $\alpha = 1.59 \times 10^{-15} \text{ см}^2$, а $u^* = 11.55 \text{ еВ}$. У випадку, коли $n = 0$, вважалось, що середня енергія електронів $\langle u_0 \rangle$ при $t = 0$ дорівнює 3 еВ і $v = v_1 = \alpha (\langle u_0 \rangle / u^*) n_a \sqrt{2e \langle u_0 \rangle / m_e}$. При $n \neq 0$ ФРЕЕ для післясвітіння запорошеної плазми отримано з виразів (5.23) та (5.27), а при $n = 0$ – з виразів (5.35) та (5.40).

Для розрахунку ФРЕЕ у післясвітінні запорошеної плазми необхідно також знати заряд порошинок при $t = 0$ і характерний час його зменшення γ . $Z_d(t = 0)$ було отримано за допомогою моделі обмеженого орбітального руху, враховуючи немаксвеллівський характер ФРЕЕ, а також іон-нейтральні зіткнення у шарах просторового заряду навколо порошинок [133]. За даного розгляду характерний час зменшення заряду порошинок γ є параметром.

Спершу розглянемо випадок запорошеного післясвітіння плазми, коли частота пружних електрон-атомних зіткнень залежить від часу, а саме коли $n = 3/2$. На рис. 5.8 представлено функції розподілу електронів за енергією, які було отримано з виразів (5.23) та (5.27) для $t = 0$.

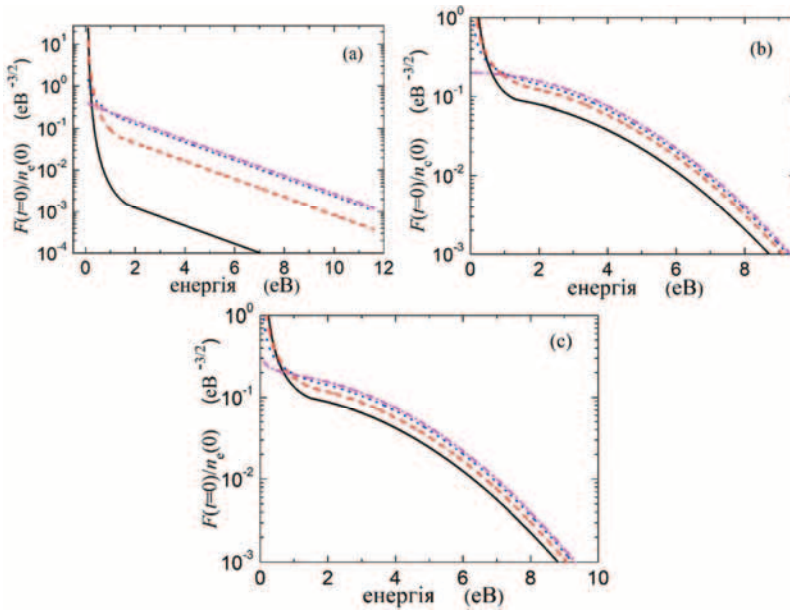


Рис. 5.8. Нормована ФРЕЕ при $v \neq const$ та $t = 0$ для різних радіусів порошинок (а): $a_d = 50$ нм (точкова лінія), 100 нм (штрихова лінія) та 125 нм (суцільна лінія); різних концентрацій порошинок (б): $n_d = 5 \times 10^6$ см⁻³ (точкова лінія), 10^7 см⁻³ (штрихова лінія) і 2×10^7 см⁻³ (суцільна лінія); різних характерних часів спаду φ_s (с): $\gamma = 0.1 / \delta v_1$ (штрих-пунктирна лінія), $0.5 / \delta v_1$ (точкова лінія), $1.0 / \delta v_1$ (штрихова лінія) і $1.5 / \delta v_1$ (суцільна лінія). Штрих-пунктирні лінії на рис. 5.8 (а) та 5.8 (б) представлено для випадку незапорошеної плазми. Рис. 5.8 (а) отримано, вважаючи, що ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є максвеллівською з температурою $T_{eff} = 2$ еВ, а рис. 5.8 (б) та (с) відповідають дрювес-тейнівському розподілу з $T_{eff} = 2$ еВ. Залежності отримано для $n_e(0) = 10^9$ см⁻³ та $P = 1$ Торр. $n_d = 5 \times 10^6$ см⁻³, $\gamma = 0.9 / \delta v_1$; $a_d = 50$ нм, $\gamma = 0.9 / \delta v_1$ та $n_d = 10^7$ см⁻³, $a_d = 50$ нм для рис. (а), (б) та (с) відповідно

На рис. 5.8 (а) показано функції розподілу для різних радіусів порошинок ($a_d = 50$ нм, 100 нм та 125 нм), а також у випадку, коли плазма не є запорошеною. Криві на цьому рисунку було розраховано, вважаючи, що початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є максвеллівською. З рис. 5.8 (а) видно, що порошинки можуть суттєво впливати на ФРЕЕ. Зокрема кількість електронів з $u > \varphi_{s0}$ є меншою у присутності порошинок, ніж за їх відсутності, і ця кількість зменшується при збільшенні радіуса порошинок a_d . При збільшенні радіуса порошинок абсолютне значення похідної ФРЕЕ за енергією при $u < \varphi_{s0}$ збільшується. Це відбувається переважно завдяки збиранню електронів порошинками. При збільшенні концентрації порошинок ФРЕЕ змінюється приблизно так само, як і при збільшенні радіуса порошинок (рис. 5.8 (b)). Збільшення концентрації порошинок за фіксованих інших параметрів плазми супроводжується зменшенням ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ та збільшенням $|\partial F / \partial u|$ при $u < \varphi_{s0}$.

Функція розподілу електронів за енергією також залежить від характерного часу зменшення потенціалу порошинок γ . Для $n = 3/2$ та $t = 0$ ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ зменшується за збільшення γ (рис. 5.8 (c)). Це зменшення пояснюється тим, що потенціал поверхні порошинок повільніше змінюється з часом t при збільшенні характерного часу загасання потенціалу γ , аналогічно як за підсиленого збирання електронів порошинками. Отже, залежність ФРЕЕ від характерного часу загасання потенціалу є схожою на залежність ФРЕЕ від розміру або концентрації порошинок.

Далі проаналізуємо, як ФРЕЕ залежить від часу післясвітіння. На рис. 5.9 показано ФРЕЕ для різних часів післясвітіння у випадку, коли початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є максвеллівською. Рис. 5.9 (а) та 5.9 (b) представляють відповідно випадки незапорошених та запорошених плазмових середовищ. В останньому випадку вважалось, що $a_d = 50$ та $n_d = 5 \times 10^6$ см⁻³. Порівнюючи рис. 5.9 (а) з рис. 5.9 (b), можна побачити, що ФРЕЕ при $t = 0.7 / \delta v_1$ в запорошеній плазмі суттєво відрізняється від функції розподілу електронів у незапорошеній плазмі.

Для великих часів післясвітіння ФРЕЕ у незапорошеній плазмі при малих енергіях електронів ($u < 2$ еВ) збільшується при зростанні енергії електронів [104]. Це збільшення не спостерігається у незапорошеній плазмі. За відсутності порошинок у плазмі похідна $\partial F / \partial u$ при $u < 2$ еВ є додатною за значних часів післясвітіння, оскільки частота пружних електрон-атомних зіткнень збільшується при збільшенні енергії електронів. Кожне пружне зіткнення електрона з атомом супроводжується зменшенням енергії електрона від u до $u(1 - 2m_e / m_i)$. Зіткнення є більш інтенсивними при великих енергіях електронів, ніж при малих, завдяки залеж-

ності частоти зіткнень ν від енергії електронів, і, як наслідок, похідна $\partial F / \partial u$ при значних часах післясвітіння у деякому діапазоні енергій може стати додатною.

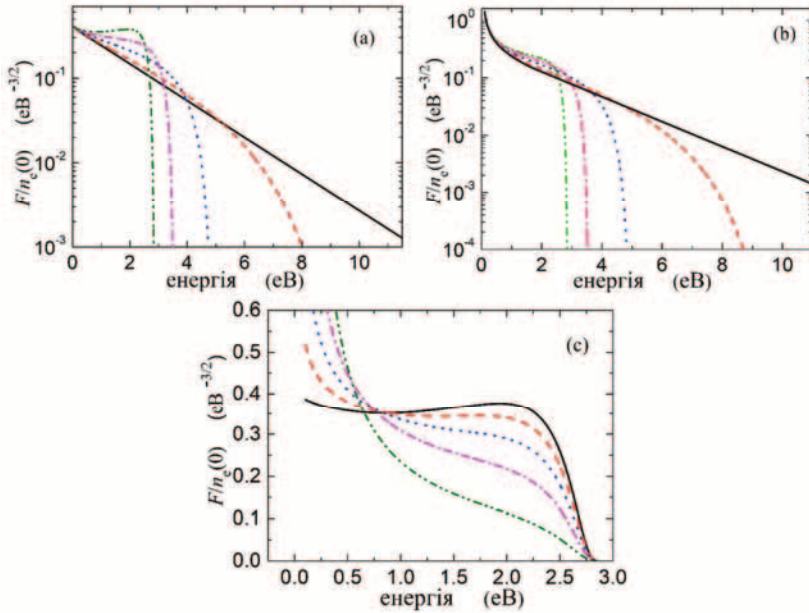


Рис. 5.9. Нормована ФРЕЕ для різних часів післясвітіння у незаповишеній (а) та заповишеній (б) плазмі (при $n_d = 5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ та $a_d = 50 \text{ нм}$ в останньому випадку). Суцільна, штрихова, точкова, штрих-пунктирна та штрих-пунктирна з двома точками лінії надано відповідно для випадків $t = 0, 0.1/\delta\nu_1, 0.3/\delta\nu_1, 0.5/\delta\nu_1$ та $0.7/\delta\nu_1$. На рис. 5.9 (с) показано ФРЕЕ для $t = 0.7/\delta\nu_1, a_d = 50 \text{ нм}$ та різних концентрацій порошків: $n_d = 0$ (суцільна крива), 10^6 cm^{-3} (штрихова крива), $2.5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (точкова крива), $5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (штрих-пунктирна крива), 10^7 cm^{-3} (штрих-пунктирна з двома точками крива). Інші зовнішні параметри такі самі, як і для рис. 5.8 (а)

У післясвітінні заповишеної плазми ФРЕЕ залежить від передачі енергії електронами за їх зіткнень з атомами робочого газу та порошинками. Оскільки поперечний переріз, що характеризує збирання електронів порошинками, росте при збільшенні u , осадження електронів на порошинки сприяє формуванню ФРЕЕ з $\partial F / \partial u < 0$. Отже, вплив осадження електронів на порошинки на $\partial F / \partial u$ є протилежним до впливу на цю похідну пружних електрон-атомних зіткнень.

ФРЕЕ при великих часах післясвітіння залежить від концентрації порошинок (рис. 5.9 (с)). Для зовнішніх параметрів, що відповідають рис. 5.9 (с), похідна $\partial F / \partial u$ у діапазоні енергій $1 \text{ eV} < u < 2 \text{ eV}$ є додатною для $n_d < 10^6 \text{ cm}^{-3}$, від'ємною для $n_d > 10^6 \text{ cm}^{-3}$ і близькою до нуля при $n_d \sim 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Отже, вплив порошинок на ФРЕЕ зростає при збільшенні концентрації електронів відносно концентрації частинок нейтрального газу (рис. 5.9 (с)). Оскільки за осадження електронів на порошинки електронами втрачається вся їх енергія, а за пружних зіткнень електронів з атомами – тільки мала частина енергії ($2m_e / m_i$), порошинки можуть суттєво впливати на ФРЕЕ навіть при малій їх концентрації відносно концентрації атомів робочого газу ($\sim n_d / n_a \geq 3 \times 10^{-11}$ для параметрів, що відповідають рис. 5.9 (с)).

Еволюцію ФРЕЕ у післясвітінні запорошеної плазми було також досліджено у випадку, коли початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є дрювестейнівською. На рис. 5.10 (а) показано ФРЕЕ для різних часів післясвітіння: $t = 0, 0.1 / \delta v_1, 0.3 / \delta v_1, 0.5 / \delta v_1$ і $0.7 / \delta v_1$. Функції розподілу, які представлено на цьому рисунку, було отримано за тих самих зовнішніх умов, що і для рис. 5.9 (b), який відповідає випадку максвеллівського розподілу електронів за енергією при $u > \varphi_{s0}$. Зазначимо, що часова залежність ФРЕЕ у випадку початкового дрювестейнівського розподілу електронів за енергією при $u > \varphi_{s0}, n_d = 5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ та $a_d = 50 \text{ nm}$ суттєво відрізняється від часової залежності ФРЕЕ у випадку, коли ця початкова залежність є максвеллівською.

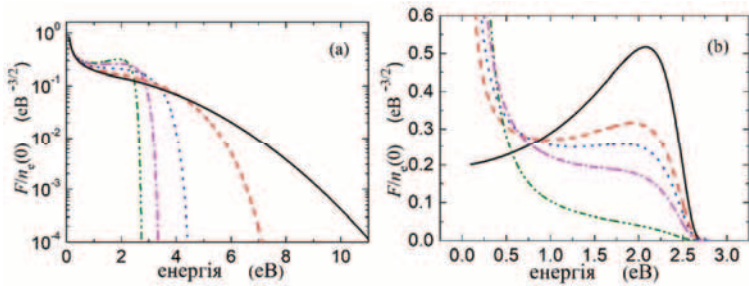


Рис. 5.10. Нормовані ФРЕЕ при (а) різних часах післясвітіння: $t = 0$ (суцільна лінія), $0.1 / \delta v_1$ (штрихова лінія), $0.3 / \delta v_1$ (точкова лінія), $0.5 / \delta v_1$ (штрих-пунктирна лінія) і $0.7 / \delta v_1$ (штрих-пунктирна з двома точками лінія). (b) Нормовані ФРЕЕ при $t = 0.7 / \delta v_1$ та різних концентраціях порошинок: $n_d = 0$ (суцільна лінія), $5 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (штрихова лінія), $7 \times 10^6 \text{ cm}^{-3}$ (точкова лінія), 10^7 cm^{-3} (штрих-пунктирна лінія) і $2 \times 10^7 \text{ cm}^{-3}$ (штрих-пунктирна з двома точками лінія). Початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є дрювестейнівською, а інші зовнішні умови такі самі, як і для рис. 5.9 (b)

За початкового дрювестейнівського розподілу ФРЕЕ росте при збільшенні електронної енергії у діапазоні енергій $1\text{eV} < u < 2\text{eV}$ при $t = 0.7 / \delta v_1$ (рис. 5.10 (a)), але це збільшення функції розподілу електронів не спостерігається у випадку, коли початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є максвеллівською (рис. 5.9 (b)). На нашу думку, ця різниця є завдяки тому, що дрювестейнівська ФРЕЕ є більш опуклою, ніж максвеллівська. Внаслідок цього зменшення ФРЕЕ при збільшенні енергії електронів для часу післясвітіння $t = 0.7 / \delta v_1$ у діапазоні енергій $1\text{eV} < u < 2\text{eV}$ у випадку дрювестейнівського розподілу електронів має місце при більших концентраціях порошинок, ніж у максвеллівському випадку (рис. 5.9 (c) та рис. 5.10 (b)). У діапазоні енергій $1\text{eV} < u < 2\text{eV}$ похідна $\partial F / \partial u$ у дрювестейнівському випадку є додатною при $n_d < 7 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$, від'ємною при $n_d > 7 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ та близькою до нуля при $n_d \sim 7 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ (рис. 5.10 (b)).

Оскільки деякі автори за теоретичного вивчення ФРЕЕ у незаповненій плазмі післясвітіння вважали, що частота пружних електрон-атомних зіткнень не залежить від енергії електронів [104], ми також розглянемо випадок, коли ν не залежить від u . На рис. 5.11 показано ФРЕЕ для різних концентрацій порошинок у випадку, коли початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є максвеллівською і $n = 0$. Функції розподілу електронів за енергією на рис. 5.11 (a) представлено для $t = 0$, а на рис. 5.11 (b) для $t = 0.5 / \delta v_1$. З рис. 5.11 (a) та рис. 5.11 (b) видно, що, подібно до випадку $n \neq 0$ (рис. 5.8 (b)), збільшення концентрації порошинок у випадку $\nu = \text{const}$ супроводжується зменшенням ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ і збільшенням $|\partial F / \partial u|$ при $u < \varphi_{s0}$.

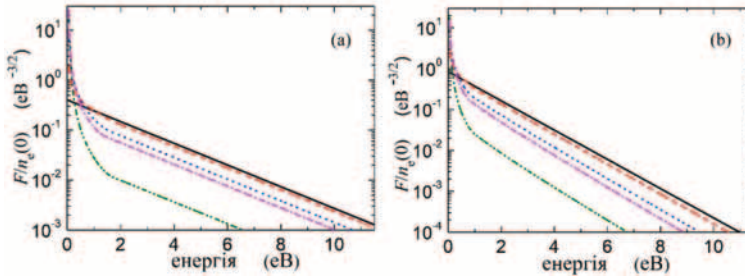


Рис. 5.11. Нормовані ФРЕЕ при $a_d = 50 \text{ нм}$, $\gamma = 0.9 / \delta v_1$ та різних концентраціях порошинок: $n_d = 0$ (суцільна лінія), 10^6 см^{-3} (штрихова лінія), $3 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ (точкова лінія), $4 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ (штрих-пунктирна лінія) і $5 \times 10^6 \text{ см}^{-3}$ (штрих-пунктирна з двома точками лінія) у випадках $t = 0$ (a) та $t = 0.5 / \delta v_1$ (b).

Представлені залежності отримано при $\nu = \text{const}$ та початковій максвеллівській ФРЕЕ для $u > \varphi_{s0}$. Їх було розраховано за тих самих зовнішніх умов, як і для рис. 5.8 (a)

На рис. 5.12 показано функції розподілу електронів за енергією, які було отримано при $n=0$ для різних часів післясвітіння. Порівнюючи рис. 5.9, 5.10 та 5.12, можна побачити, що у випадку $n \neq 0$ кількість електронів у «хвості» ФРЕЕ зменшується з часом швидше, ніж у випадку $n=0$. До того ж при $n=0$ профіль ФРЕЕ при $u > \varphi_s(t)$ слабо змінюється з часом, тобто якщо при $t=0$ ФРЕЕ є максвеллівською, то вона залишається приблизно максвеллівською протягом усього часу післясвітіння з ефективною температурою електронів, що зменшується з часом, аналогічно випадку незапорошеної плазми післясвітіння [164].

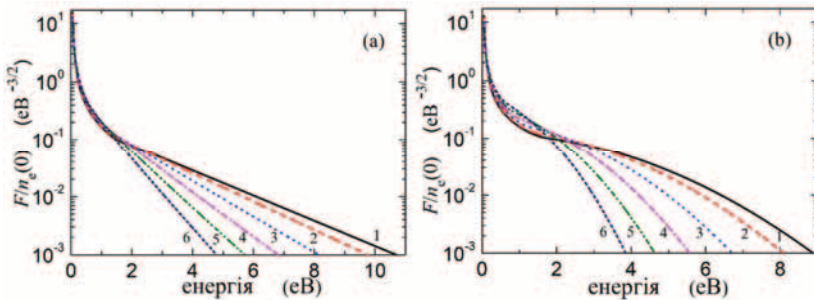


Рис. 5.12. Нормовані ФРЕЕ у випадку $v = const$ для різних часів післясвітіння: $t = 0$ (крива 1), $0.1/\delta v_1$ (крива 2), $0.3/\delta v_1$ (крива 3), $0.5/\delta v_1$ (крива 4), $0.7/\delta v_1$ (крива 5) і $0.9/\delta v_1$ (крива 6). Початкова ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$ є відповідно максвеллівською (а) та дрювестейнівською (б). Результати отримано за тих самих зовнішніх умов, що і на рис. 5.9 (б)

Збереження профіля ФРЕЕ при $u > \varphi_s(t)$ може бути пояснено тим фактом, що при високих енергіях електронів доданок $A_2 u^x e^{x\delta v t}$ у виразі (5.35) домінує над третім та четвертим доданками у дужках рівняння (5.35). Подібно до випадку, коли у плазмі відсутні порошинки [164], у післясвітінні запорошеної плазми похідна $\partial F / \partial u$ при $v = const$ є завжди від'ємною незалежно від часу післясвітіння та енергії електронів. Це пояснюється тим, що втрати електронної енергії у пружних зіткненнях електронів з атомами робочого газу відбуваються з однією і тією ж частотою у всьому діапазоні енергій.

5.3. Висновки до п'ятого розділу

У цьому розділі показано, що збільшення концентрації електронів на початку післясвітіння плазми в експериментах науковців Рурського університету може відбуватися завдяки генерації електронів у наступних процесах:

- 1) вторинна електронна емiсія з поверхнi порошинок, яка спричинена зiткненнями iонiв з порошинками;
- 2) вторинна електронна емiсія з поверхнi порошинок, яка спричинена зiткненнями метастабiльних атомiв з порошинками;
- 3) генерацiя електронiв за зiткнень метастабiльних атомiв мiж собою.

Оскiльки потiк iонiв до порошинок швидко зменшується з часом у плазмі пiслясвiтiння (див. рис. 5.4 (b)), емiсія електронiв за зiткнень iонiв з порошинками може вплинути на баланс електронiв у розрядi лише на початку фази пiслясвiтiння. Зменшення потоку iонiв до порошинок опосередковано пов'язано зi спадом температури електронiв у фазi пiслясвiтiння, що впливає на заряд порошинок, а отже, на iонний струм до порошинок. Температура електронiв у плазмі пiслясвiтiння з високою концентрацiєю порошинок знижується з часом швидше, нiж у незаповишеній плазмі. Це відбувається завдяки додатковим втратам енергiї електронiв у заповишеній плазмі, якi спричиненi осадженням електронiв на порошинки. У заповишеній плазмі пiслясвiтiння з високою концентрацiєю порошинок втрати енергiї електронiв на пилових частинках можуть бути бiльшими за втрати на стiнках камери та у пружних електрон-нейтральних зiткнень.

Просторово-усереднена модель заповишеної плазми пiслясвiтiння дає результати, якi добре узгоджуються з експериментальними результатами, якщо в моделi враховується генерацiя електронiв у зiткненнях метастабiльних атомiв мiж собою. При малих значеннях коефiцiєнта вторинної емiсії ($\gamma_m < 0.5$), генерацiя електронiв за зiткнень метастабiльних атомiв з порошинками є менш iнтенсивною, нiж у зiткненнях метастабiльних атомiв мiж собою. Однак коли γ_m порядку одиницi, iнтенсивнiсть обох процесiв на початку фази пiслясвiтiння ($t < 0.5$ мс) є приблизно однаковою. На пiзних фазах пiслясвiтiння розрахована концентрацiя електронiв зменшується з часом швидше у випадку, коли в моделi враховано лише генерацiю електронiв за вторинної емiсії при зiткненнях метастабiльних атомiв або iонiв з порошинками, нiж у випадку, коли в моделi враховано лише генерацiю електронiв за зiткнень метастабiльних атомiв мiж собою.

Порiвнюючи результати числових розрахункiв та експериментальнi результати, приходимо до висновку, що зiткнення метастабiльних атомiв мiж собою є найбільш важливим процесом генерацiї електронiв у заповишеній аргонiвй плазмі, що є у фазi пiслясвiтiння, якщо коефiцiєнти вторинної емiсії, якi характеризують генерацiю електронiв за зiткнень метастабiльних атомiв та iонiв з порошинками, є малими. Якщо ж цi коефiцiєнти порядку одиницi, то вторинна емiсія електронiв з поверхнi порошинок є важливою на початку фази пiслясвiтiння. Зазначимо, що у роботi [165] було показано, що коефiцiєнт, який характеризує генерацiю електронiв за зiткнень метастабiльних атомiв мiж собою, може бути значно

меншим за величину, яка використовувалася за даного розгляду, і пік $n_e(t)$ у запорошеній плазмі післясвітіння, що спостерігався у роботах [31 – 33], може виникати завдяки генерації електронів у зіткненнях метастабільних атомів аргону з молекулами ацетилену, які можуть залишитися у розряді або на стінках камери з попереднього етапу експерименту, коли відбувалося формування порошинок в аргон-ацетиленовій плазмі.

У цьому розділі також отримано аналітичні вирази, що описують ФРЕЕ у запорошеній плазмі післясвітіння у припущенні, що частота пружних електрон-нейтральних зіткнень є степеневою функцією енергії електронів, а також коли ця частота не залежить від енергії електронів. Числові розрахунки ФРЕЕ у запорошеній плазмі післясвітіння було проведено для різних початкових профілів ФРЕЕ при $u > \varphi_{s0}$.

Було з'ясовано, що початкова форма ФРЕЕ не суттєво змінюється з часом, коли частота пружних електрон-атомних зіткнень є незалежною від енергії електронів. У цьому випадку ефективна температура електронів зменшується з часом. Для більш реалістичного випадку, коли частота пружних електрон-нейтральних зіткнень є степеневою функцією енергії електронів, було з'ясовано, що при великих часах післясвітіння профіль ФРЕЕ суттєво відрізняється від цього профілю при $t = 0$. За малих концентрацій та радіусів порошинок, подібно до випадку незапорошеної плазми [164], похідна функції розподілу електронів за енергією у деякому діапазоні енергій може стати додатною ($\partial F / \partial u > 0$). Але за високих концентрацій порошинок або їх великих радіусів не було знайдено випадків, коли $\partial F / \partial u > 0$. На нашу думку, це є завдяки впливу на ФРЕЕ збирання електронів порошинками. При деяких концентраціях і радіусах порошинок у деякому діапазоні енергій похідна $\partial F / \partial u$ може прямувати до нуля.

Якщо $\partial F / \partial u > 0$, то у післясвітінні запорошеної плазми може мати місце від'ємне поглинання електромагнітних хвиль [166] або від'ємна електронна провідність [167]. Результати наших досліджень показують, що порошинки можуть суттєво впливати на це поглинання та провідність. Зокрема за високих концентрацій порошинок ці від'ємні поглинання та провідність не можуть мати місце, навіть коли вони спостерігаються у незапорошеній плазмі, тому що умова $\partial F / \partial u > 0$ не виконується у післясвітінні плазми з великими n_d або a_d .

Порошинки можуть суттєво вплинути на ФРЕЕ як у випадку $v = const$, так і при $v \neq const$. Завдяки збиранню порошинками електронів з $u > \varphi_{s0}$, кількість електронів з високими енергіями відносно їх загального числа у післясвітінні запорошеної плазми є меншою, а відносна їх кількість з $u < \varphi_{s0}$ є більшою, ніж у післясвітінні незапорошеної плазми. Зазначимо, що ФРЕЕ при $t = 0$, розраховані з даної аналітичної моделі, є дуже схожими

на функції розподілу електронів, які було отримано числовими методами для заповнених плазмових середовищ, що підтримуються зовнішніми високочастотними електричними полями [106]. Профіль ФРЕЕ також залежить від характерного часу зменшення електричного потенціалу на поверхні порошків γ . ФРЕЕ при $u > \varphi_s(t)$ зменшується за збільшення γ .

ПІСЛЯМОВА

У цій монографії описано різні підходи до обчислення заряду порошинок у плазмі та потенціалу навколо них. Представлено гідродинамічні та кінетичні моделі для опису запорошеної плазми, які дозволяють визначити концентрації електронів та іонів, ефективну температуру електронів, функцію розподілу електронів за енергією, заряд порошинок, втрати електронів та іонів у розряді та втрати енергії електронів у різних процесах. Розглянуто високочастотні квазістаціонарні розряди, а також запорошена плазма у режимі післясвітіння. Книгу написано за результатами досліджень, що виконувалися авторами протягом останніх 17 років і частково увійшли до двох докторських дисертацій (І. Б. Денисенка та А. І. Момота).

В результаті теоретичних досліджень встановлено, що розподіл потенціалу навколо зарядженої сферичної макрочастинки у плазмоподібному середовищі може бути асимптотично правильно описаний потенціалом Дебая з ефективним зарядом. Значення ефективного заряду залежить від відношення радіуса макрочастинки a_d до довжини Дебая, безрозмірного заряду $z_d = qe_e / a_d T_e$ та відношення температури електронів та іонів $\tau = T_e / T_i$. З'ясовано, що розподіл електростатичного потенціалу у слабоіонізованій плазмі з частими зіткненнями поблизу зарядженої сферичної макрочастинки, яка поглинає електрони та іони, може бути описаний з точністю до декількох відсотків суперпозицією потенціалів Кулона та Дебая з масштабованою довжиною екранування. Суттєве зменшення концентрації плазмових частинок поблизу порошинки через їх поглинання призводить до збільшення довжини екранування у декілька разів і є більшим для порошинок більших розмірів. Ефективний заряд кулонівської частини потенціалу зростає зі зменшенням радіуса порошинки відносно довжини Дебая.

Представлено модель точкових стоків з інтегралом зіткнень БГК для кінетичного опису ефективного потенціалу порошинки. Показано, що модель точкових стоків може бути використана для опису ефективного потенціалу в присутності зовнішнього магнітного поля. Встановлено, що зіткнення можуть суттєво впливати на потенціал порошинки. Зокрема вони можуть призводити до появи кулонівської поведінки потенціалу на великих відстанях. Досліджено вплив зовнішнього магнітного поля на струм заряджання і заряд порошинки.

Розроблено одновимірну теоретичну модель високочастотного ємнісного $\text{Ar-C}_2\text{H}_2$ розряду з пиловими частинками. З'ясовано, як порошинки впливають на поглинання енергії у розряді (враховуючи омичне

нагрівання у розряді та стохастичне нагрівання у шарах просторового заряду біля електродів), на просторовий розподіл інтенсивності випромінювання атомів аргону, що знаходяться у збудженому стані, на довжині хвилі 660.45 нм, на розмір шарів просторового заряду, на ВЧ електричне поле, а також на енергію іонів, з якою вони бомбардують електроди. Теоретично показано, що розмір шарів просторового заряду біля електродів та поглинання потужності в цих шарах у ємнісному Ar-C₂H₂ заповишеному розряді зменшується зі збільшенням радіуса порошинок.

Побудовано гідродинамічні моделі електронегативних розрядів з пиловими частинками субмікронного та нанометрового розмірів. З'ясовано, як властивості плазми цих розрядів залежать від зовнішніх параметрів (тиску робочого газу, потужності, що поглинається на одиниці площі, та розміру плазмового шару), випромінювання атомів, які перебувають у збуджених станах, розміру та концентрації порошинок.

Розроблено кінетичні моделі обмеженої заповишеної плазми, за допомогою яких з'ясовано, як порошинки субмікронного розміру впливають на функцію розподілу електронів за енергією. Показано, що вплив непружних електрон-пилових зіткнень на розподіл електронів за енергією є більш суттєвим, ніж вплив пружних електрон-пилових зіткнень. За високих концентрацій порошинок завдяки непружним електрон-пиловим зіткненням функція розподілу електронів за енергією у ВЧ аргонівій плазмі може стати близькою до максвеллівського розподілу. Використовуючи кінетичний підхід, також обчислено просторові розподіли концентрації та ефективної температури електронів в ємнісних та індукційних розрядах з неоднорідним просторовим розподілом концентрації порошинок. Показано, що ефективна температура електронів T_{eff} в ємнісних розрядах зростає в областях з підвищеною концентрацією пилових частинок завдяки збільшенню амплітуди високочастотного електричного поля. В індукційних розрядах T_{eff} в областях з високою концентрацією порошинок може бути меншою, ніж у сусідніх областях без пилових частинок, завдяки збиранню високоенергетичних електронів порошинками, а також завдяки нелокальній залежності високочастотного електричного поля від концентрації електронів. Проаналізовано, як дифузія електронів, що виникає у заповишеній плазмі завдяки її просторовій неоднорідності, впливає на функцію розподілу електронів за енергією, ефективну температуру електронів та заряд порошинок. Також отримано аналітичні вирази для функції розподілу електронів за енергією у заповишеній плазмі, що підтримується зовнішнім електричним полем. Використовуючи ці вирази, розраховано ФРЕЕ, ефективну температуру електронів, заряд порошинок та поверхневий потенціал порошинок для різних концентрацій

порошинок, їх радіусів, частот та амплітуд електричного поля, концентрацій електронів.

Побудовано просторово-усереднену модель запорошеної плазми у режимі післясвітіння. За допомогою цієї моделі отримано часові залежності для концентрацій електронів та атомів аргону у метастабільному стані, температури електронів, заряду порошинок та частот, що характеризують втрату електронів та метастабільних атомів і втрату енергії електронами, як у випадку запорошеної плазми, так і для плазми, що не містить порошинок. Вивчаючи післясвітіння запорошеної плазми, було проведено аналіз того, як різні процеси генерації електронів (іонізація атомів аргону у зіткненнях з електронами, вторинна емісія електронів у зіткненнях порошинок з іонами або атомами аргону у метастабільному стані, генерація електронів за метастабільно-метастабільних зіткнень) впливають на параметри плазми у фазі післясвітіння. Часові залежності для концентрації електронів та концентрації атомів аргону, що знаходяться у метастабільному стані, було розраховано за зовнішніх умов, які відповідають експериментам науковців Рурського університету м. Бохум, і було порівняно з відповідними експериментальними залежностями. Отримано доволі добре узгодження результатів числових розрахунків з експериментальними даними науковців ФРН.

У монографії також отримано аналітичні вирази, які описують ФРЕЕ у запорошеній плазмі післясвітіння у припущенні, що частота пружних електрон-нейтральних зіткнень є степеневою функцією енергії електронів, а також коли ця частота не залежить від енергії електронів. За допомогою цих виразів було розраховано ФРЕЕ для різних початкових профілів ФРЕЕ, різних часів післясвітіння та різних концентрацій і радіусів порошинок.

Зазначимо важливу навчально-методичну складову в призначенні цієї книги. В монографії описано різні теоретичні підходи для визначення заряду порошинок, їх ефективного заряду та параметрів запорошеної плазми. Описано як доволі прості, так і складні методи дослідження запорошеної плазми. Наприклад, для розрахунку потенціалу порошинки у плазмі представлено доволі простий метод, що базується на дрейфово-дифузійному наближенні, і більш складний кінетичний підхід, основою якого є модель точкових стоків з інтегралом зіткнень БГК. У розділі 3 показано, що у багатьох випадках запорошена плазма може бути проаналізована на базі гідродинамічних моделей, а у розділі 4 отримано додаткову інформацію про цю плазму, використовуючи кінетичні моделі. Тому ця книга буде корисною не тільки для науковців, що спеціалізуються в галузі фізики плазми, а також для студентів та аспірантів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bliokh P. Dusty and self-gravitational plasmas in space / P. Bliokh, V. Sinitsin, V. Yaroshenko. – Springer Science & Business Media, 1995. – 250 p.
2. Tsytovich V. N. Dust plasma crystals, drops, and clouds / V. N. Tsytovich // *Phys. Usp.* – 1997. – V. 40. – P. 53–94.
3. Shukla P. K. Introduction to dusty plasma physics / P. K. Shukla, A. A. Mamun. – IoP Publishing Ltd., 2002. – 270 p.
4. Tsytovich V. N. Complex plasmas : I. Complex plasmas as unusual state of matter / V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, H. Thomas // *Plasma Phys. Rep.* – 2002. – V. 28. – P. 623–651.
5. Morfill G. E. Complex plasmas: II. Elementary processes in complex plasmas / G. E. Morfill, V. N. Tsytovich, H. Thomas // *Plasma Phys. Rep.* – 2003. – V. 29. – P. 1–30.
6. Thomas H. Complex plasmas : III. Experiments on strong coupling and long-range correlations / H. Thomas, G. E. Morfill, V. N. Tsytovich // *Plasma Phys. Rep.* – 2003. – V. 29. – P. 895–954.
7. Tsytovich V. N. Complex plasmas IV: Theoretical approaches to complex plasmas and their application / V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, H. Thomas // *Plasma Phys. Rep.* – 2004. – V. 30. – P. 816–864.
8. Merlino R. L. Dusty plasmas in the laboratory, industry, and space / R. L. Merlino, J. A. Goree // *Phys. Today.* – 2004. – V. 57. – P. 32–38.
9. Vladimirov S. V. Dynamic self-organization phenomena in complex ionized gas systems: new paradigms and technological aspects / S. V. Vladimirov, K. Ostrikov // *Phys. Rep.* – 2004. – V. 393. – P. 175–380.
10. Фортгов В. Е. Пылевая плазма / В. Е. Фортгов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров // *УФН.* – 2004. – Т. 174. – С. 495–544.
11. Fortov V. E. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives / V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, A. G. Khrapak, G. E. Morfill // *Phys. Rep.* – 2005. – V. 421. – P. 1–103.
12. Vladimirov S. V. Physics and Applications of Complex Plasmas / S. V. Vladimirov, K. Ostrikov, A. A. Samarian. – World Scientific, 2005. – 439 p.
13. Ваулина О. С. Пылевая плазма: эксперимент и теория / О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортгов, А. Г. Храпак, А. С. Храпак. – М.: Физматлит, 2009. – 316 с.

14. Shukla P. K. Colloquium: Fundamentals of dust-plasma interactions / P. K. Shukla, B. Eliasson // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81. – P. 25–44.
15. Khrapak S. Basic processes in complex (dusty) plasmas: charging, interactions, and ion drag force / S. Khrapak, G. Morfill // *Contrib. Plasma Phys.* – 2009. – V. 49. – P. 148–168.
16. Morfill G. E. Complex plasmas: An interdisciplinary research field / G. E. Morfill, A. V. Ivlev // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81. – P. 1353–1404.
17. Фортов В. Комплексная и пылевая плазма: из лаборатории в космос / В. Фортов, Г. Морфилл. – М.: Физматлит, 2012. – 444 с.
18. *Dusty Plasmas: Physics, Chemistry, and Technological Impacts in Plasma Processing* / edited by A. Bouchoule. – N.Y.: Wiley, 1999. – 408 p.
19. Winter J. Dust in fusion devices – a multi-faceted problem connecting high- and low-temperature plasma physics/ J. Winter // *Plasma Phys. Control. Fusion.* – 2004. – V. 46. – P. B583.
20. Sitenko A. G. Statistical properties and relaxation of dusty plasmas / A. G. Sitenko, A. G. Zagorodny, Yu. I. Chutov, P. Schram, V. N. Tsytovich // *Plasma Phys. Control. Fusion.* – 1996. – V. 38. – P. A105.
21. Chutov Y. I. Dusty radio frequency discharges in argon / Y. I. Chutov, W. J. Goedheer // *IEEE Transactions on Plasma Science.* – 2003. – V. 31. – P. 606–613.
22. Chutov Yu. I. Self-consistent dusty sheaths in plasmas with two-temperature electrons / Yu. I. Chutov, O. Yu. Kravchenko, A. F. Pshenychnyj, R. D. Smirnov // *Physics of Plasmas.* – 2003. – V. 10. – P. 546.
23. Chutov Yu. I. Expansion of a bounded plasma with dust particles / Yu. I. Chutov, A. Yu. Kravchenko, P. P. J. M. Schram // *Journal of Plasma Physics.* – 1996. – V. 55. – P. 87–94.
24. Kravchenko O. Yu. Influence of dust particles on RF-discharge plasma afterglow / O. Yu. Kravchenko, I. S. Maruschak, Yu. V. Yushchyshena // *Вопросы атомной науки и техники.* – 2015. – № 1. – С. 220–223.
25. Yukhimuk A. K. The transformation of long scale Alfvén waves in space dusty plasma / A. K. Yukhimuk, V. M. Fedun, A. D. Voitsekhovska, O. K. Cheremnykh // *Кинематика и физика небесных тел.* – 2005. – Т. 21, № 5-додаток. – С. 192–195.
26. Anisimov I. O. Transition radiation of a modulated electron beam in plasma with oriented dipole dust particles / I. O. Anisimov, Eu. V. Martysh, I. M. Voronov // *Український фізичний журнал.* – 2005. – Т. 50. – С. 114–117.
27. Voronov I. M. Transition radiation of a modulated electron beam in plasma with conductive dust particles / I. M. Voronov, I. O. Anisimov // *Вопросы атомной науки и техники.* – 2009. – № 1. – С. 171–173.

28. Загородний А. Г. Введение в физику плазмы / А. Г. Загородний, О. К. Черемных. – Киев: Наукова думка, 2014. – 696 с.
29. Denysenko I. B. The response of a capacitively coupled discharge to the formation of dust particles: Experiments and modeling / I. B. Denysenko, J. Berndt, E. Kovacevic, I. Stefanovic, V. Selenin, J. Winter // *Physics of Plasmas*. – 2006. – V. 13. – P. 073507.
30. Stefanovic I. He emission in the presence of dust in an Ar-C₂H₂ radio-frequency discharge / I. Stefanovic, E. Kovacevic, J. Berndt, J. Winter // *New J. Phys.* – 2003. – V. 5. – P. 39.1–39.12.
31. Berndt J. Anomalous behaviour of the electron density in a pulsed complex / J. Berndt, E. Kovacevic, V. Selenin, I. Stefanovic, J. Winter // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2005. – V. 15. – P. 18.
32. Stefanovic I. Secondary electron emission of carbonaceous dust particles / I. Stefanovic, J. Berndt, D. Maric, V. Samara, M. Radmilovic-Radjenovic, Z. Lj. Petrovic, E. Kovacevic, J. Winter // *Phys. Rev. E*. – 2006. – V. 74. – P. 026406.
33. Stefanovic I. The influence of C₂H₂ and dust formation on the time dependence of metastable argon density in pulsed plasmas / I. Stefanovic, N. Sadeghi, J. Winter // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2010. – V. 43. – P. 152003.
34. Кролл Н. А. Основы физики плазмы / Н. А. Кролл, А. У. Трайвелпис. – М.: Мир, 1975. – 525 с.
35. Bystrenko O. Screening of dust grains in a weakly ionized gas: Effects of charging by plasma currents / O. Bystrenko, A. Zagorodny // *Phys. Rev. E*. – 2003. – V. 67. – P. 066403.
36. Momot A. I. Analytical description of the electrostatic potential of charged macroparticle in weakly ionized plasma / A. I. Momot, A. G. Zagorodny // *Europhysics Letters*. – 2016. – V. 114. – P. 65004.
37. Загородний А. Г. Вступ до кінетичної теорії плазми / А. Г. Загородний, А. І. Момот. – К.: Наукова думка, 2015. – 445 с.
38. Hamaguchi S. Triple point of Yukawa systems / S. Hamaguchi, R. T. Farouki, D. H. E. Dubin // *Phys. Rev. E*. – 1997. – V. 56. – P. 4671–4682.
39. Meijer E. J. Melting line of Yukawa system by computer simulation / E. J. Meijer, D. Frenkel // *J. Chem. Phys.* – 1991. – V. 94. – P. 2269–2271.
40. Stevens M. J. Melting of Yukawa systems: A test of phenomenological melting criteria / M. J. Stevens, M. O. Robbins // *J. Chem. Phys.* – 1993. – V. 98. – P. 2319–2324.
41. Vaulina O. S. Simulation of the dynamics of strongly interacting macroparticles in a weakly ionized plasma / O. S. Vaulina, S. A. Khrapak // *J. Exp. Theor. Phys.* – 2001. – V. 92. – P. 228–234.
42. Vaulina O. Universal scaling in complex (dusty) plasmas / O. Vaulina, S. Khrapak, G. Morfill // *Phys. Rev. E*. – 2002. – V. 66. – P. 016404.

43. Климонтович Ю. Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме / Ю. Л. Климонтович. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1964. – 284 с.
44. Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы / Ю. Л. Климонтович. – М.: Наука, 1975. – 352 с.
45. Климонтович Ю. Л. Статистическая физика / Ю. Л. Климонтович. – М.: Наука, 1982. – 608 с.
46. Ишимару С. Основные принципы физики плазмы / С. Ишимару. – М.: Атомиздат, 1975. – 288 с.
47. Schram P. P. J. M. Statistical theory of dusty plasmas: Microscopic equations and Bogolyubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon hierarchy / P. P. J. M. Schram, A. G. Sitenko, S. A. Trigger, A. G. Zagorodny // *Phys. Rev. E*. – 2000. – V. 63. – P. 016403.
48. Schram P. P. J. M. Kinetic description of dusty plasmas and problems of grain dynamics/ P. P. J. M. Schram, A. G. Sitenko, S. A. Trigger, A. G. Zagorodny // *Contrib. Plasma Phys.* – 2001. – V. 41. – P. 211–214.
49. Alexander S. Charge renormalization, osmotic pressure, and bulk modulus of colloidal crystals: Theory / S. Alexander, P. M. Chaikin, P. Grant, G. J. Morales, P. Pincus, D. Hone // *J. Chem. Phys.* – 1984. – V. 80. – P. 5776–5781.
50. Shkel I. A. Complete asymptotic solution of cylindrical and spherical Poisson–Boltzmann equations at experimental salt concentrations / I. A. Shkel, O. V. Tsodikov, M. T. Record // *J. Phys. Chem. B*. – 2000. – V. 104. – P. 5161–5170.
51. Momot A. I. Effective charge of a macroparticle in a non-isothermal plasma within the Poisson–Boltzmann model / A. I. Momot // *Contributions to Plasma Physics*. – 2018. – V. 58. – P. 233–238.
52. Bocquet L. Effective charge saturation in colloidal suspensions / L. Bocquet, E. Trizac, M. Aubouy // *J. Chem. Phys.* – 2002. – V. 117. – P. 8138–8152.
53. Semenov I. L. A study of dust grain screening in a weakly ionized plasma based on the numerical solution of the Vlasov-Bhatnagar-Gross-Krook kinetic equations/ I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, I. V. Krivtsun // *Phys. Plasmas*. – 2011. – V. 18. – P. 103707.
54. Khrapak S. A. Charging properties of a dust grain in collisional plasmas / S. A. Khrapak, G. E. Morfill, A. G. Khrapak, L. G. D'yachkov // *Phys. Plasmas*. – 2006. – V. 13. – P. 052114.
55. Zagorodny A. G. Kinetic theory of dusty plasmas and effective grain interactions / A. G. Zagorodny, A. V. Filippov, A. F. Pal', A. N. Starostin, A. I. Momot // *Problems of Atomic Science and Technology, Series: Plasma Physics*. – 2008. – V. 14. – P. 70–74.

56. Filippov A. V. Kinetic description of the screening of the charge of macroparticles in a nonequilibrium plasma / A. V. Filippov, A. G. Zagorodny, A. F. Pal', A. N. Starostin, A. I. Momot // *JETP Letters*. – 2008. – V. 86. – P. 761–766.
57. Khrapak S. A. Electric potential around an absorbing body in plasmas: Effect of ion-neutral collisions / S. A. Khrapak, B. A. Klumov, G. E. Morfill // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – V. 100. – P. 225003.
58. Zagorodny A. G. About the influence of plasma particles collisions on the effective grain potential / A. G. Zagorodny, A. I. Momot, A. V. Filippov, A. F. Pal', A. N. Starostin // *Ukrainian Journal of Physics*. – 2009. – V. 54. – P. 1089–1093.
59. Semenov I. L. On the effect of ion-neutral collisions on dust grain screening in a low-pressure gas discharge plasma / I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, I. V. Krivtsun // *Phys. Plasmas*. – 2012. – V. 19. – P. 043703.
60. Жилинский А. П. Столкновительная диффузия частично ионизованной плазмы в магнитном поле / А.П. Жилинский, Л.Д. Цендин // *УФН*. – 1980. – Т. 131. – С. 343–385.
61. Momot A. I. Grain in weakly ionized plasma in the presence of an external magnetic field: Charging by plasma currents and effective potential / A.I. Momot // *Physics of Plasmas*. – 2013. – V. 20. – P. 073703.
62. Belenguer Ph. Numerical and experimental diagnostics of rf discharges in pure and dusty argon / Ph. Belenguer, J. Ph. Blondeau, L. Boufendi, M. Toogood, A. Plain, A. Bouchoule, C. Laure, J. P. Boeuf // *Phys. Rev. A*. – 1992. – V. 46, No. 12. – P. 7923–7935.
63. Lieberman M. A. Principles of plasma discharges and materials processing / M. A. Lieberman, A. J. Lichtenberg. – N. Y.: John Wiley & Sons, 1994. – 565 p.
64. Lieberman M. A. Dynamics of a collisional, capacitive RF sheath / M. A. Lieberman // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 1989. – V. 17. – P. 338–341.
65. Misium G. R. Macroscopic modeling of radio-frequency plasma discharges / G. R. Misium, A. J. Lichtenberg, M. A. Lieberman // *J. Vac. Sci. Technol. A*. – 1989. – V. 7, No. 3. – P. 1007–1013.
66. Berndt J. Some aspects of reactive complex plasmas / J. Berndt, E. Kovacevic, I. Stefanovic, O. Stepanovic, S. H. Hong, L. Boufendi, J. Winter // *Contrib. Plasma Phys.* – 2009. – V. 49, No. 3. – P. 107–133.
67. Denysenko I. Effects of process conditions on the chemistry of an Ar/C₂H₂ dust-forming plasma / I. Denysenko, E. von Wahl, S. Labidi, M. Mikikian, H. Kersten, T. Gibert // *Plasma Processes and Polymers* – 2019. – V. 16, No. 6. – P. 1800209.

68. Ostrikov K. Low-pressure diffusion equilibrium of electronegative complex plasmas / K. Ostrikov, I. B. Denysenko, S. V. Vladimirov, S. Xu, H. Sugai, M. Y. Yu // *Physical Review E*. – 2003. – V. 67. – P.056408.

69. Denysenko I. B. Spatial distribution of plasma parameters in a nanoparticle-loaded silane discharge / I. B. Denysenko, K. Ostrikov, S. Xu, R. G. Storer // *Singapore Journal of Physics*. – 2001. – V. 17. – P. 79–91.

70. Denysenko I. B. Nanopowder management and control of plasma parameters in electronegative SiH₄ plasmas / I. B. Denysenko, K. Ostrikov, S. Xu, C. H. Diong // *Journal of Applied Physics*. – 2003. – V. 94. – P. 6097–6107.

71. Denysenko I. B. Numerical simulation of nanoparticle-generating electronegative plasmas in the PECVD of nanostructured silicon film / I. B. Denysenko, K. Ostrikov, S. Xu, P. P. Rutkevych // *Computational Material Science*. – 2004. – V. 30. – P. 303–307.

72. Bouchoule A. Particulate formation and dusty plasma behaviour in argon-silane RF discharge / A. Bouchoule, L. Boufendi // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1993. – V. 2. – P. 3204–3213.

73. Hayashi M. Nonequilibrium processes in partially ionized gases / Ed. by M. Capitelli and J. N. Bardsley. – N. Y.: Plenum, 1990. – 682 p.

74. Hinz A. M. Versatile particle collection concept for correlation of particle growth and discharge parameters in dusty plasmas / A. M. Hinz, E. von Wahl, F. Faupel, T. Strunskus, H. Kersten // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2015. – V. 48. – P. 055203.

75. Khrapak S. A. Particle flows in a dc discharge in laboratory and microgravity conditions / S. A. Khrapak, M. H. Thoma, M. Chaudhuri, G. E. Morfill, A. V. Zobnin, A. D. Usachev, O. F. Petrov, V. E. Fortov // *Phys. Rev. E*. – 2013. – V. 87. – P. 063109.

76. Vladimirov S. V. Dissipative drift waves in partially ionized plasmas containing high-Z impurities or dust / S. V. Vladimirov, V. N. Tsytovich // *Phys. Rev. E*. – 1998. – V. 58. – P. 2415–2423.

77. Vladimirov S. V. Scattering of electromagnetic waves in dusty plasmas with variable charges on dust particles / S. V. Vladimirov // *Phys. Rev. E*. – 1994. – V. 50. – P.1422–1426.

78. Stewart R. A. Plasma uniformity in high-density inductively coupled plasma tools / R. A. Stewart, P. Vitello, D. B. Graves, E. F. Jaeger, L. A. Berry // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1995. – V. 4, No. 1. – P. 36–47.

79. Wu H. M. Theoretical and experimental studies of the bell-jar-top inductively coupled plasma / H. M. Wu, B. W. Yu, A. Krishnan, M. Li, Y. Yang, J. P. Yan, D. P. Yuan // *IEEE Transactions on Plasma Sci.* – 1997. – V. 25, No. 4. – P. 776–785.

80. Голант В. Е. Основы физики плазмы / В. Е. Голант, А. П. Жилинский, И. Е. Сахаров. – М.: Атомиздат, 1977. – 384 с.

81. Denysenko I. Spatially averaged model of complex-plasma discharge with self-consistent electron energy distribution / I. Denysenko, M. Y. Yu, K. Ostrikov, A. Smolyakov // *Physical Review E*. – 2004. – V. 70. – P. 046403.
82. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
83. Годунов С. К. Разностные схемы. Введение в теорию / С. К. Годунов, В. С. Рябенкий. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
84. Eggarter E. Comprehensive optical and collision data for radiation action. II. Ar / E. Eggarter // *J. Chem. Phys.* – 1975. – V. 62. – P. 833–847.
85. Perrin J. Ion drag and plasma-induced thermophoresis on particles in radiofrequency glow discharges / J. Perrin, P. Molinas-Mata, P. Belenguer // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 1994. – V. 27. – P. 2499–2507.
86. Garscadden A. Overview of growth and behaviour of clusters and particles in plasmas / A. Garscadden, B. N. Ganguly, P. D. Haaland, J. Williams // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1994. – V. 3. – P. 239–245.
87. Mamun A. A. Charging of dust grains in a plasma with negative ions / A. A. Mamun, P. K. Shukla // *Phys. Plasmas*. – 2003. – V. 10. – P. 1518–1520.
88. Yan M. A PIC-MC simulation of the effect of frequency on the characteristics of VHF SiH₄/H₂ discharges / M. Yan, W. J. Goedheer // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1999. – V. 8, No. 3. – P. 349–354.
89. Kurachi M. Electron collision cross-sections for the monosilane molecule / M. Kurachi, Y. Nakamura // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 1989. – V. 22, No. 1. – P. 107–112.
90. Kushner M. J. A model for the discharge kinetics and plasma chemistry during plasma enhanced chemical vapor deposition of amorphous silicon / M. J. Kushner // *J. Appl. Phys.* – 1988. – V. 63, No. 8. – P. 2532–2551.
91. Fridman A. A. Dusty plasma formation: Physics and critical phenomena. Theoretical approach / A. A. Fridman, L. Boufendi, T. Hbid, B. V. Potapkin, A. Bouchoule // *J. Appl. Phys.* – 1996. – V. 79, No. 3. – P. 1303–1314.
92. Boeuf J. P. Transition from a capacitive to a resistive regime in a silane radio frequency discharge and its possible relation to powder formation / J. P. Boeuf, Ph. Belenguer // *J. Appl. Phys.* – 1992. – V. 71. – P. 4751–4754.
93. Vladimirov S. V. Equilibrium and levitation of dust in a collisional plasma with ionization / S. V. Vladimirov, N. F. Cramer // *Phys. Rev. E*. – 2000. – V. 62, No. 2. – P. 2754–2762.
94. Matsoukas T. Stochastic charge fluctuations in dusty plasmas / T. Matsoukas, M. Russell, M. Smith // *J. Vac. Sci. Technol. A*. – 1996. – V. 14. – P. 624.

95. Cui C. S. Fluctuations of the charge on a dust grain in a plasma / C. S. Cui, J. Goree // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 1994. – V. 22, No. 2. – P. 151–158.
96. Kortshagen U. Modeling of particulate coagulation in low pressure plasmas / U. Kortshagen, U. Bhandarkar // *Phys. Rev. E.* – 1999. – V. 60, No. 1. – P. 887–898.
97. Takai M. Effect of higher-silane formation on electron temperature in a silane glow-discharge plasma / M. Takai, T. Nishimoto, M. Kondo, A. Matsuda // *Appl. Phys. Lett.* – 2000. – V. 77. – P. 2828–2830.
98. Boufendi L. Industrial developments of scientific insights in dusty plasmas / L. Boufendi, A. Bouchoule // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2002. – V. 11. – P. 211–218.
99. Kolobov V. I. Nonlocal electron kinetics in collisional gas discharge plasmas / V. I. Kolobov, V. A. Godyak // *IEEE Transactions on Plasma Sci.* – 1995. – V. 23, No. 3. – P. 503–531.
100. Kortshagen U. On simplifying approaches to the solution of the Boltzmann equation in spatially inhomogeneous plasma / U. Kortshagen, C. Busch, L. D. Tsendin // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1996. – V. 5. – P. 1–17.
101. Kortshagen U. Determination of electron-energy distribution-functions in surface-wave produced plasmas. 1. Modelling / U. Kortshagen, H. Schlüter, A. Shivarova // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 1991. – V. 24, No. 9. – P. 1571–1584.
102. Boeuf J. P. Characteristics of a dusty nonthermal plasma from a particle-in-cell Monte Carlo simulation / J. P. Boeuf // *Phys. Rev. A.* – 1992. – V. 46, No. 12. – P. 7910–7923.
103. McCaughey M. J. A model for particulate contaminated glow discharges / M. J. McCaughey, M. J. Kushner // *J. Appl. Phys.* – 1991. – V. 69, No. 10. – P. 6952–6961.
104. Биберман Л. М. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы / Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов. – М.: Наука, 1982. – 375 с.
105. Wang D. Z. Kinetics of low pressure rf discharges with dust particles / D. Z. Wang, J. Q. Dong // *J. Appl. Phys.* – 1997. – V. 81, No. 1. – P. 38–42.
106. Denysenko I. A kinetic model for an argon plasma containing dust grains / I. Denysenko, M. Y. Yu, K. Ostrikov, N. A. Azarenkov, L. Stenflo // *Physics of Plasmas.* – 2004. – V. 11. – P. 4959–4967.
107. Denysenko I. Behavior of the electron temperature in nonuniform complex plasmas / I. Denysenko, K. Ostrikov, M. Y. Yu, N. A. Azarenkov // *Physical Review E.* – 2006. – V. 74. – P. 036402.

108. Denysenko I. Effect of plasma nonuniformity on electron energy distribution in a dusty plasma / I. Denysenko, M. Y. Yu, S. Xu // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2005. – V. 38. – P. 403–408.
109. Ostrikov K. Electron energy distribution function in low-pressure complex plasmas / K. Ostrikov, I. Denysenko, M. Y. Yu, S. Xu // *Journal of Plasma Physics*. – 2005. – V. 71. – P. 217–224.
110. Шкаровский И. Кинетика частиц плазмы / И. Шкаровский, И. Джонстон, М. Бачинский. – М.: Атомиздат, 1969. – 396 с.
111. Winkler R. Main features of the electron kinetics in collision dominated steady-state rf plasmas / R. Winkler, J. Wilhelm, A. Hess // *Annalen der Physik*. – 1985. – V. 497, No. 4. – P. 537–558.
112. Winkler R. Electron kinetics of weakly ionized collision-dominated rf plasmas in CO / R. Winkler, M. Capitelli, M. Dilonardo, C. Gorse, J. Wilhelm // *Plasma Chem. Plasma Proc.* – 1986. – V. 6, No. 4. – P. 437–456.
113. Ferreira C. M. Electron kinetics in atomic and molecular plasmas / C. M. Ferreira, J. Loureiro // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2000. – V. 9, No. 4. – P. 528–540.
114. Daugherty J. E. Sheath structure around particles in low-pressure discharges / J. E. Daugherty, R. K. Porteous, M. D. Kilgore, D. B. Graves // *J. Appl. Phys.* – 1992. – V. 72, No. 9. – P. 3934–3942.
115. Lochte-Holtgreven W. *Plasma Diagnostics* / W. Lochte-Holtgreven. – Amsterdam: North-Holland, 1968. – 675 p.
116. Mott-Smith H. M. The theory of collectors in gaseous discharges / H. M. Mott-Smith, I. Langmuir // *Phys. Rev.* – 1926. – V. 28, No. 4. – P. 727–763.
117. Ashida S. Spatially averaged (global) model of time modulated high density argon plasmas / S. Ashida, C. Lee, M. A. Lieberman // *J. Vac. Sci. Technol. A* 13. – 1995. – V. 13. – P. 2498–2507.
118. Kortshagen U. Electron and ion distribution functions in RF and microwave plasmas / U. Kortshagen // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1995. – V. 4, No. 2. – P. 172–182.
119. Gudmundsson J. T. On the effect of the electron energy distribution on the plasma parameters of an argon discharge: a global (volume-averaged) model study / J. T. Gudmundsson // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2001. – V. 10. – P. 76–81.
120. Ingold J. H. *Gaseous electronics* / Ed. by M. N. Hirsh & H. J. Oskam. – N. Y.: Academic, 1978. – V. I. – Chap. 2. – P. 37.
121. Lee C. Global model of Ar, O₂, Cl₂, and Ar/O₂ high-density plasma discharges / C. Lee, M. A. Lieberman // *J. Vac. Sci. Technol. A*. – 1995. – V. 13. – P. 368–380.

122. Ferreira C. M. Electron transport parameters and excitation rates in argon / C. M. Ferreira, J. Loureiro // *J. Phys. D.: Appl. Phys.* – 1983. – V. 16. – P. 1611–1621.

123. Druyvesteyn M. J. The mechanism of electrical discharges in gases of low pressure / M. J. Druyvesteyn, F. M. Penning // *Rev. Mod. Phys.* – 1940. – V. 12. – P. 87–174.

124. Godyak V. A. Electron energy distribution function measurements and plasma parameters in inductively coupled argon plasma / V. A. Godyak, R. B. Piejak, B. M. Alexandrovich // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2002. – V. 11. – P. 525–543.

125. Godyak V. A. Evolution of the electron-energy-distribution function during rf discharge transition to the high-voltage mode / V. A. Godyak, R. B. Piejak, B. M. Alexandrovich // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – V. 68. – P. 40–43.

126. Bilik N. Langmuir probe measurements of electron energy probability functions in dusty plasmas / N. Bilik, R. Anthony, B. A. Merritt, E. S. Aydil, U. R. Kortshagen // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2015. – V. 48, No. 10. – P. 105204.

127. Turner M. M. Hysteresis and the E-to-H transition in radiofrequency inductive discharges / M. M. Turner, M. A. Lieberman // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1999. – V. 8, No. 2. – P. 313–324.

128. Tachibana K. Spectroscopic and probe measurements of structures in a parallel-plates RF discharge with particles / K. Tachibana, Y. Hayashi, T. Okuno, T. Tatsuta // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1994. – V. 3. – P. 314–319.

129. Samsonov D. Instabilities in a dusty plasma with ion drag and ionization / D. Samsonov, J. Goree // *Phys. Rev. E.* – 1999. – V. 59, No. 1. – P. 1047–1058.

130. Samsonov D. Line ratio imaging of a gas discharge / D. Samsonov, J. Goree // *IEEE Trans. Plasma Sci.* – 1999. – V. 27, No. 1. – P. 76–77.

131. El-Fayoumi I. M. Theoretical and experimental investigations of the electromagnetic field within a planar coil, inductively coupled RF plasma source / I. M. El-Fayoumi, I. R. Jones // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1998. – V. 7. – P. 162–178.

132. Vahedi V. Analytic model of power deposition in inductively-coupled plasma sources / V. Vahedi, M. A. Lieberman, G. DiPeso, T. D. Rognlien, D. Hewett // *J. Appl. Phys.* – 1995. – V. 78, No. 3. – P. 1446–1458.

133. Khrapak S. A. Particle charge in the bulk of gas discharges / S. A. Khrapak, S. V. Ratynskaia, A. V. Zobnin, A. D. Usachev, V. V. Yaroshenko, M. H. Thoma, M. Kretschmer, H. Hofner, G. E. Morfill, O. F. Petrov, V. E. Fortov // *Phys. Rev. E.* – 2005. – V. 72, 016406. – 10 p.

134. Arp O. Dust Coulomb balls: Three-dimensional plasma crystals / O. Arp, D. Block, A. Piel, A. Melzer // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93, No. 16. – P. 1650041–1650044.
135. Gordiets B. F. Charge distribution function of plasma dust particles with secondary electron emission / B. F. Gordiets, C. M. Ferreira // *J. Appl. Phys.* – 1999. – V. 86, No. 8. – P. 4118–4123.
136. Phelps A. V. Cold-cathode discharges and breakdown in argon: surface and gas phase production of secondary electrons / A. V. Phelps, Z. Lj. Petrovic // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 1999. – V. 8. – P. R21–R44.
137. Smirnov B. M. *Physics of Weakly Ionized Gas in Problems with Solutions* / B. M. Smirnov. – M.: Nauka, 1972. – 416 p.
138. Deka M. K. Analysis of electron energy distribution function in a magnetically filtered complex plasma / M. K. Deka, H. Bailung, N. C. Adhikary // *Chin. Phys. B.* – 2013. – V. 22. – P. 045201.
139. Denysenko I. B. Electron energy distribution in a dusty plasma: Analytical approach / I. B. Denysenko, H. Kersten, N. A. Azarenkov // *Phys. Rev. E.* – 2015. – V. 92. – 033102.
140. Childs M. A. Plasma charge-density ratios in a dusty plasma / M. A. Childs, A. Gallagher // *J. Appl. Phys.* – 2000. – V. 87. – 1086.
141. Ivlev A. V. Decharging of complex plasmas: first kinetic observations / A. V. Ivlev, M. Kretschmer, M. Zuzic, G. E. Morfill, H. Rothermel, H. M. Thomas, V. E. Fortov, V. I. Molotkov, A. P. Nefedov, A. M. Lipaev, O. F. Petrov, Yu. M. Baturin, A. I. Ivanov, J. Goree // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 90. – P. 055003.
142. Coudel L. Residual dust charges in discharge afterglow / L. Coudel, M. Mikikian, L. Boufendi, A. A. Samarian // *Phys. Rev. E.* – 2006. – V. 74. – P. 026403.
143. Coudel L. Influence of the ambipolar-to-free diffusion transition on dust particle charge in a complex plasma afterglow / L. Coudel, A. A. Samarian, M. Mikikian, L. Boufendi // *Phys. Plasmas.* – 2008. – V. 15. – P. 063705.
144. Kovacevic E. Infrared fingerprints and periodic formation of nanoparticles in Ar/C₂H₂ plasmas / E. Kovacevic, I. Stefanovic, J. Berndt, J. Winter // *J. Appl. Phys.* – 2003. – V. 93. – P. 2924.
145. Denysenko I. A global model for the afterglow of pure argon and of argon with negatively charged dust particles / I. Denysenko, I. Stefanović, B. Sikimić, J. Winter, N. A. Azarenkov, N. Sadeghi // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 2011. – V. 44, No. 20. – P. 205204.
146. Lymberopoulos D. P. Fluid simulations of glow discharges: effect of metastable atoms in argon / D. P. Lymberopoulos, D. J. Economou // *J. Appl. Phys.* – 1993. – V. 73. – P. 3668.

147. Tachibana K. Excitation of the $1s_5$, $1s_4$, $1s_3$, and $1s_2$ levels of argon by low-energy electrons / K. Tachibana // *Phys. Rev. A.* – 1986. – V. 34. – P. 1007.
148. Ferreira C. M. Populations in the metastable and the resonance levels of argon and stepwise ionization effects in a low-pressure argon positive column / C. M. Ferreira, J. Loureiro, A. Ricard // *J. Appl. Phys.* – 1985. – V. 57. – P. 82–90.
149. Yanguas-Gil A. An update of argon inelastic cross sections for plasma discharges / A. Yanguas-Gil, J. Cotrino, L. L. Alves // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2005. – V. 38. – P. 1588–1598.
150. Walsh P. J. Effect of simultaneous doppler and collision broadening and of hyperfine structure on the imprisonment of resonance radiation / P. J. Walsh // *Phys. Rev.* – 1959. – V. 116. – P. 511.
151. Maresca A. Experimental study of diffusive cooling of electrons in a pulsed inductively coupled plasma / A. Maresca, K. Orlov, U. Kortshagen // *Phys. Rev. E.* – 2002. – V. 65. – P. 056405.
152. Klymenko Yu. O. Stationary Charge Distribution of Grains in Near-Earth Plasma: Analytical Solution of Discrete Population Balance Equations / Yu. O. Klymenko, O. K. Cheremnykh, I. Kremenetsky // *Physica Scripta.* – 2005. – V. 72. – P. 404–408.
153. Bonard J. Field emission properties of carbon nanohorn films / J. Bonard, R. Gaal, S. Garaj, L. Thien-Nga, L. Forr, K. Takahashi, F. Kokai, M. Yudasaka, S. Iijima // *J. Appl. Phys.* – 2002. – V. 91. – P. 10107–10109.
154. DeJoseph Jr. C. A. Investigation of a radio-frequency inductive-coupled-plasma discharge afterglow in noble gases / C. A. DeJoseph Jr., V. I. Demidov, J. Blessington, M. E. Koepke // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics.* – 2007. – V. 40, No. 19. – P. 3823.
155. Guerra V. / Afterglows-time-dependence of the electron energy distribution function in the nitrogen afterglow / V. Guerra, F. M. Dias, J. Loureiro, P. A. Sa, P. Supiot, C. Dupret, T. Popov // *IEEE Transactions on Plasma Science.* – 2003. – V. 31, No. 4. – P. 542–552.
156. Rokhlenko A. V. Absolute negative conductivity of a relaxing weakly ionized gas / A.V. Rokhlenko // *JETP.* – 1978. – V. 48. – P. 663.
157. Schweigert I. V. Effect of nanoparticles on an rf discharge afterglow / I. V. Schweigert, A. L. Alexandrov // *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 2012. – V. 45, No. 32. – P. 325201.
158. Schweigert I. V. Kinetic simulations of argon dusty plasma afterglow including metastable atom kinetics / I. V. Schweigert, A. L. Alexandrov, D. A. Ariskin // *JETP.* – 2013. – V. 116. – P. 663–672.
159. Denysenko I. B. Effect of dust particles on electron energy distribution in glow and afterglow plasmas / I. B. Denysenko, N. A. Azarenkov, S. Ivko,

G. Burmaka, A. Glazkov // *Problems of Atomic Science and Technology*. – 2016. – V. 6. – P. 179–182.

160. Ferreira C. M. Electron energy distributions and excitation rates in high-frequency argon discharges / C. M. Ferreira, J. Loureiro // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1983. – V. 16, No. 12. – P. 2471.

161. Wang D. Z. A kinetic model for low-pressure glow discharges in the presence of dust particles / D. Z. Wang, J. Q. Dong, S. M. Mahajan // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 1997. – V. 30, No. 1. – P. 113.

162. Wilhelm J. Die relaxation der isotropverteilung und makroskopischer kenngrößen der elektronen im abklingenden feldfreien neon-plasma / J. Wilhelm, R. Winkler // *Annalen der Physik*. – 1977. – V. 34. – P. 385.

163. Elsgolts L. E. *Differential equations and the calculus of variations* / L. E. Elsgolts. – Moscow: Mir, 1977. – 450 p.

164. Denysenko I. B. Electron energy distribution function, effective electron temperature, and dust charge in the temporal afterglow of a plasma / I. B. Denysenko, H. Kersten, N. A. Azarenkov // *Phys. Plasmas*. – 2016. – V. 23. – P. 053704.

165. Stefanović I. Influence of nanoparticle formation on the time and the space resolved metastable density in argon-acetylene plasmas / I. Stefanović, N. Sadeghi, J. Winter, B. Sikimić // *Plasma Sources Sci. Technol.* – 2017. – V. 26. – P. 065014.

166. Okada T. Observation of the negative absorption of a microwave induced in argon afterglow plasma / T. Okada, M. Sugavara // *Journal of Physics D: Applied Physics*. – 2002. – V. 35, No. 17. – P. 2105.

167. Dyatko N. A. Negative electron conductivity in gases and semi-conductors / N. A. Dyatko // *Journal of Physics: Conference series*. – 2007. – V. 71. – P. 012005.

ДЛЯ НОТАТОК

АЗАРЄНКОВ Микола Олексійович



Академік НАН України, заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри матеріалів реакторобудування та фізичних технологій ННІ «Фізико-технічний факультет» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Наукові інтереси: нелінійна фізика, фізика плазми, газові розряди, формування наноструктур плазмовими методами, ядерна енергетика, матеріалознавство, вакуум-плазмові технології. Співавтор понад 200 наукових робіт, які представлено в наукометричній базі даних Scopus.

ДЕНИСЕНКО Ігор Борисович



Доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри прикладної фізики та фізики плазми ННІ «Фізико-технічний факультет» Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Наукові інтереси: запорошена плазма, газові розряди, електромагнітні явища в плазмі, формування наноструктур плазмовими методами. Стипендіат Фонду Олександра фон Гумбольдта (2003 р.), Le Studium професор-дослідник (2019 р.). Співавтор 70 наукових робіт, які представлено в наукометричній базі Scopus.

ЗАГОРОДНІЙ Анатолій Глібович



Академік НАН України, заслужений діяч науки і техніки України, доктор фізико-математичних наук, професор, директор Інституту теоретичної фізики імені М. М. Боголюбова НАН України. Наукові інтереси: кінетична теорія плазми, статистична фізика, електромагнітні флуктуації в плазмі і конденсованих середовищах, фізика запорошеної плазми. Співавтор понад 200 наукових робіт, які представлено в наукометричній базі Web of Science.

МОМОТ Андрій Іванович



Доктор фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики функціональних матеріалів фізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Наукові інтереси: теорія запорошеної плазми, флуктуації та хвилі у запорошеній плазмі. Премія НАН України для молодих вчених (2009 р.), стипендія Кабінету Міністрів України для молодих вчених (2012 р.), премія Верховної Ради України найталановитішим молодим ученим в галузі фундаментальних і прикладних досліджень та науково-технічних розробок (2013 р.). Співавтор 31 наукової роботи, які представлено в базі Scopus.