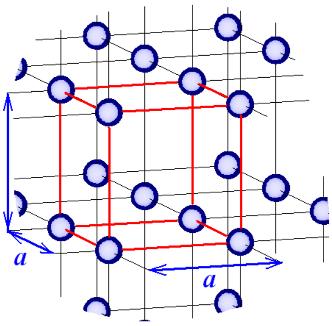
Решения задач 8 класса, 2012г

1) Голубь преследует воробья, и оба они двигаются по земле друг за другом по прямой линии. Голубь перемещается шагом, делая 6 шагов за секунду. Длина шага голубя равна 5 см. Воробей перемещается, прыгая с частотой 3 раза в секунду. Длина прыжка воробья составляет 0,1 м. Догонит ли голубь воробья?

◄ За один шаг голубь перемещается на 5 см. За одну секунду голубь делает 6 шагов, т.е. перемещается на $6 \cdot 0{,}05$м = 0,3м. Следовательно, скорость голубя равна 0,3м/с. Аналогично, скорость воробья равна $3 \cdot 0{,}1 = 0{,}3$м/с. Ответ: так как скорости обеих птиц равны, и их движение происходит по одной траектории, то не догонит. ►

2) При очень низких температурах азот становится твёрдым. На рис. представлен фрагмент кристалла азота. По результатам измерений оказалось, что масса одной молекулы азота равна $31{,}25 \cdot 10^{-24}$г, а расстояние между ближайшими соседними молекулами азота $a = 5 \cdot 10^{-8}$ см. Определите по этим данным плотность твёрдого азота.



◄ Плотность вещества равна отношению объёма к массе вещества, содержащегося в этом объёме. При этом подразумевается, что в объёме должно находиться большое число молекул вещества. Из рис. видно, что молекулы в кристалле азота располагаются в вершинах кубиков со стороной *a*. С другой стороны, тот же кристалл можно сложить из таких же кубиков, в центре каждого из которых находится одна молекула азота. Значит, кубиков в кристалле столько же, сколько молекул. Объём кристалла равен

$$V = N \cdot V_0,$$

где N – количество кубиков, а

$$V_0 = a^3 = (5 \cdot 10^{-8}\text{см})^3 = 125 \cdot 10^{-24}\text{см}^3$$

– объём одного кубика. В каждом кубике находится по молекуле массы m_0. Значит, масса кристалла

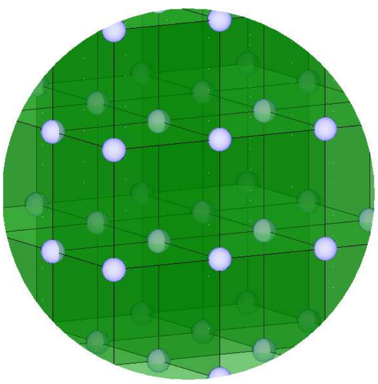
$$m = N \cdot m_0.$$

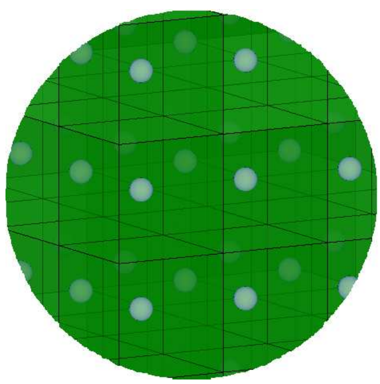
Тогда плотность

$$\rho = m / V = N \cdot m_0 / N \cdot V_0 = m_0 / V_0 = 31{,}25 \cdot 10^{-24}\text{г} / 125 \cdot 10^{-24}\text{см}^3 = 0{,}25 \text{ г/см}^3 = 0{,}25 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: 0,25 кг/м^3.

Примечание: указанные в условии масса молекулы и постоянная решётки отличаются от действительных для упрощения вычислений. Табличные данные таковы: $m_0 = 23{,}2 \cdot 10^{-24}$г , $a = 5{,}66 \cdot 10^{-8}$ см ►





3) В старину для разрушения крепостных стен применяли орудия, использующие для метания снаряда энергию поднятого груза. Работу орудия можно разделить на два этапа: заряжание (рис.2а) и выстрел (рис.2б). Заряжание осуществляется в течение двадцати пяти минут расчётом из 4 солдат, а выстрел длится 2 секунды. Подъём груза при заряжании производится с помощью ворота. Каждый солдат прикладывает к рукояти ворота силу, равную 100Н, перемещая её со скоростью 1 м/с. Сразу после выстрела в орудии остаётся 40% энергии, запасённой при заряжании. Масса снаряда равна 120 кг.
а) Определите среднюю мощность, развиваемую орудием во время выстрела.
б) Найдите массу груза, приняв, что при заряжании его поднимают на h = 3 м.
в) Определите верхнюю границу скорости снаряда сразу после выстрела. Что мешает найти скорость точно?
Указание: считать $g = 10$ м/с^2, трением пренебречь.

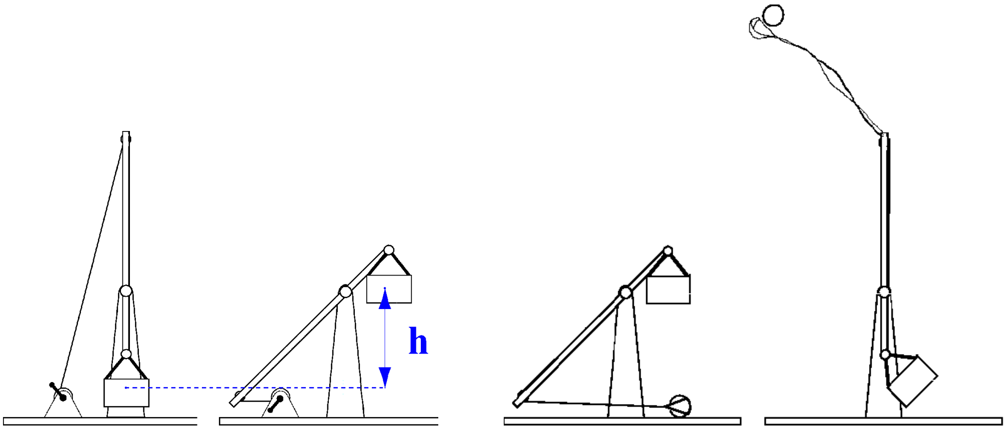


Рис.2а Рис.2б

◄ В ходе заряжания орудие получает энергию, которая накапливается в виде потенциальной энергии поднятого груза. Во время выстрела энергия груза преобразуется в энергию снаряда, и частично остаётся в виде энергии элементов конструкции орудия.

а) Если не учитывать преобразование энергии в тепловую вследствие трения, то энергия E, которую получает орудие, распределяется между потенциальной $E_п$ и кинетической энергией E_k его частей. Так как после заряжания все части орудия неподвижны, то $E_k = 0$, и

$$E = E_п .$$

С другой стороны, энергия, полученная орудием, равна работе A, совершённой солдатами при заряжании. Работа же равна мощности N, развиваемой солдатами, умноженной на время заряжания t :

$$E = A = N\cdot t$$

Мощность одного солдата найдём как произведение силы F, с которой он действует на рукоять ворота, и скорости перемещения v рукояти ворота. Мощность же всего расчёта будет в n = 4 раза больше:

$$N = Fv\cdot n = 100Н\cdot 1м/с \cdot 4 = 400\ Вт,$$

$$E = A = Fv\cdot n\cdot t = 400Вт \cdot 25\cdot 60с = 600\ кДж.$$

В ходе выстрела часть этой энергии преобразуется в энергию снаряда $E'_{сн}$, а часть остаётся в орудии $E'_{ор}$. Сумма этих частей, в силу сохранения механической энергии, равна энергии E, полученной орудием при заряжании:

$$E= E'_{сн} + E'_{ор} = E'_{сн} + \eta\cdot E \Rightarrow$$

$$E'_{сн} = (1-\eta)\cdot E = (1-0,4)\cdot 600\ кДж = 360\ кДж$$

Эта энергия была получена снарядом и потеряна орудием за время выстрела t'. Так как других потерь энергии орудие не испытывало (в пренебрежении трением), то мощность орудия во время выстрела равна

$$N'= E'_{сн} / t' = \eta\cdot N\cdot t/ t' = 0,6 \cdot 400\ Вт \cdot 1500с / 2с = 180\ кВт$$

$$< \qquad = 360\ кДж / 2\ с = 180\ кВт \ >$$

б) Из формулы для потенциальной энергии поднятого груза получаем, что масса M, поднимаемая на высоту h, равна

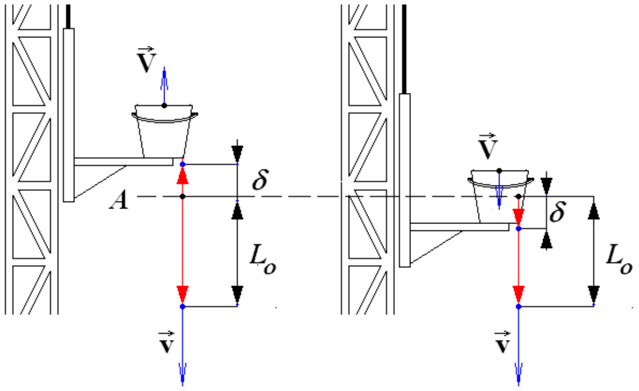
$$M = E_п / (gh) = 600\ кДж / (10\ м/с^2\cdot 3м) = 20\ тонн.$$

в) Судя по рис., орудие сообщает снаряду как кинетическую энергию E'_k, так и потенциальную, поскольку перемещает снаряд против силы тяжести. Информация про величину этого перемещения в условии отсутствует, поэтому можно сказать лишь, что

$$E'_k = mv^2/2 < E'_{сн} \Rightarrow v^2 < 2E/m, \text{ и } v < (2\cdot 360\ кДж / 200\ кг)^{1/2} = 60\ м/с$$

Ответ: а) 180 кВт б) 20 тонн в) v<60 м/с. Чтобы определить v точно, надо знать помимо полной энергии снаряда его потенциальную энергию, что в свою очередь требует знания изменения высоты снаряда при выстреле. Из условия задачи её добыть нельзя. ►

4) На стройке работает подъёмник, кабинка которого двигается вертикально вверх и вниз с одной и той же скоростью. Олаф Рёмер привязал к кабинке ведро с водой, в котором имеется небольшое отверстие. Вода из отверстия вытекает по каплям, с частотой 0,8 капель в секунду, независимо от направления движения. Оказалось, что частота, с которой капли попадают на землю, зависит от того, поднимается подъёмник или опускается. Большее значение частоты равнялось 0,9 капель в секунду. Чему равно её меньшее значение? Из-за сопротивления воздуха скорость капель можно считать постоянной.



◂ Если на землю падают капли, скорость которых относительно земли V, а расстояние между соседними каплями L, то время, прошедшее между падением соседних капель, равно

$$T = L / V,$$

следовательно, частота попадания капель на землю

$$\nu = 1 / T = V / L .$$

Поскольку ν и L связаны обратно пропорционально, то наибольшее L даёт наименьшую частоту, и наоборот. Если капли вытекают с частотой ν_0, то период, с которым капли капают из ведра, равен

$$T_0 = 1 / \nu_0.$$

Пусть ведро двигается вверх со скоростью v, и капля выпала в неподвижной относительно земли т. А. Тогда через время T_0 она окажется ниже этой точки на расстоянии

$$L_0 = T_0 V,$$

а ведро переместится выше т.А на расстояние

$$\delta = T_0 v,$$

и из него капнет следующая капля. Таким образом, расстояние между каплями при движении ведра вверх равно

$$L' = L_0 + \delta = (V + v) / \nu_0 .$$

Аналогично, расстояние между каплями L'' при движении ведра вниз со скоростью v равно

$$L'' = L_0 - \delta = (V - v) / \nu_0 .$$

Соответственно, частоты попадания капель на землю в этих случаях:

$$\nu' = V / L' = \nu_0 V/(V + v) = \nu_0 /(1 + v/V),$$
$$\nu'' = V / L'' = \nu_0 /(1 - v/V).$$

Из этих соотношений следует, что

$$v/V = \nu_0 / \nu' - 1$$
$$v/V = 1 - \nu_0 / \nu''.$$

Исключая из них v/V, получаем

$$\nu_0 / \nu' + \nu_0 / \nu'' = 2 \Rightarrow$$
$$\nu' = \nu_0 / (2 - \nu_0 / \nu'') = \nu'' \nu_0 / (2 \nu'' - \nu_0) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 / (2 \cdot 0{,}9 - 0{,}8) = 0{,}72 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: 0,72 $с^{-1}$ ▸

5) Точечный источник света, сила которого равна 100 кд, помещён на главной оптической оси тонкой линзы. Расстояние от источника до центра линзы равно 15 см, а оптическая сила линзы равна 10 дптр. Определите освещённость в фокусе F' линзы.

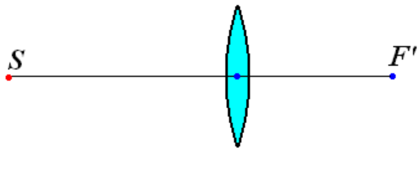


Рис.3

◂ Построим ход лучей в установке. Фокусное расстояние линзы равно

$$F = 1/D = 0{,}1 \text{ м}.$$

Поскольку расстояние от источника до линзы d > F, то линза формирует действительное изображение. Из формулы тонкой линзы находим, на каком расстоянии f от линзы оно находится:

$$1/f = 1/F - 1/d = 10 - 100/15 = 50 / 15 \text{ м}^{-1}$$

$$f = 15 / 50 = 0{,}3 \text{ м} = 30 \text{ см}.$$

Световой пучок ограничен двумя конусами: один с вершиной в источнике S, другой – с вершиной в изображении S’, и соединяются они на краях линзы. Поскольку свет через границы пучка не проникает, то в изображение попадает вся энергия, испущенная источником в этот пучок. Если теперь излучить ту же энергию из S’, но в обратном направлении, то, распространяясь в том же пучке, она полностью попадёт в источник S. При этом световые лучи ограничены той же поверхностью, что и в прямом пучке, только идут они в противоположном направлении. Значит, через заданное поперечное сечение пучка в этих двух случаях свет переносит одну и ту же энергию. **Если поместить непрозрачный экран в это сечение, то освещённости его в обоих случаях будут совпадать**. Пусть I и I’ – силы источников света в прямом и обратном случаях. Найдём взаимосвязь между ними. Поместим экран вместо линзы. Тогда освещённость экрана будет равна

$$E = I / d^2 = I' / f^2 \text{ , =>}$$

$$I' = I \cdot f^2 / d^2 = 100 \text{ кд} \cdot 30^2 / 15^2 = 400 \text{ кд} .$$

Освещённость в точке F’, создаваемая обратным пучком, равна

$$E' = I' / (f\text{-}F)^2 = I f^2 / (d^2 (f\text{-}F)^2) = 400 \text{ кд} / (30 \text{ см} - 10 \text{ см})^2 = 1 \text{ кд/см}^2.$$

По вышесказанному, та же освещённость будет создаваться прямым пучком. Ответ: 1 кд/см^2. ▸