

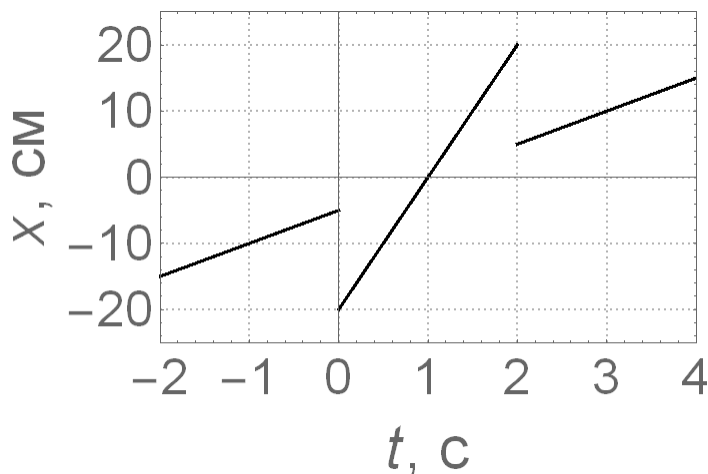
1. Резиночка. Поскольку растяжение резиночки такое же самое, то и сила натяжения резиночки будет той же. Следовательно, поскольку количество участков, ведущих к одному пальцу увеличилось в два раза, то и искомая сила увеличится в два раза. Заметим, что для решения не требуется предположения о выполнении закона Гука.

2. Увеличиваем давление. Введение порции газа увеличивает количество вещества в 1,2 раза. Тогда согласно закону Менделеева-Клапейрона в первом случае изменение давления изменится следующим образом,

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\nu_2 V_1}{\nu_1 V_2} = \frac{1,2V}{V + \Delta V}.$$

Во втором же случае меняется только температура, поэтому и давление изменится в 1,1 раза. Приравнявая, получим, что $V = 11\Delta V = 55 \text{ л}$.

3. Ужас для пса. До момента попадания луча лазера на линзу пятнышко естественно перемещалось вдоль стены со скоростью 5 см/с, равной скорости Виолетты. Когда луч попадает на линзу, он преломляется в ней, и поскольку он всегда параллелен главной оптической оси, то его продолжение проходит через задний фокус линзы, находящийся на расстоянии $1/(2 \text{ диоптрии}) = 50 \text{ см}$ от линзы, или 2 м от стены. Это значит, что он попадает на стену на расстоянии от фокуса в 4 раза большем, чем расстояние от фокуса до точки преломления. Поэтому его скорость перемещения в 4 раза большая и направлена в ту же сторону. Введем ось x вдоль стены, отсчитывая ее от точки напротив центра линзы, а время будем отсчитывать от момента попадания луча лазера на линзу. Тогда график будет иметь такой вид:

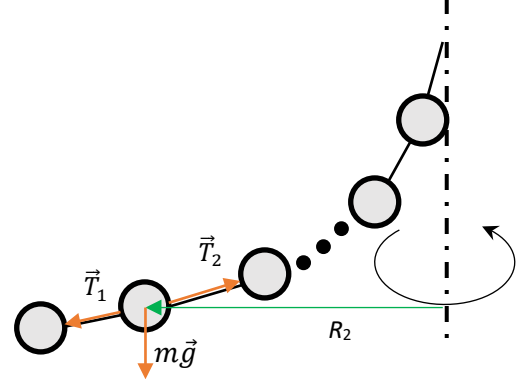


4. Конструктор. Поскольку в цепи течет ток, то один из элементов должен быть источником, а второй может быть резистором. Поскольку ток во второй схеме больше, то самый простой вариант – элемент X представляет собой идеальный источник, а элемент Y резистор. Тогда в третьей схеме ток будет в два раза меньшим, чем в первой, 1 мА, а в четвертой таким же самым, 2 мА. При этом для последней схемы это утверждение следует из того, что если просто две первых схемы собрать в одну, то ток останется прежним, то есть чем являются элементы не важно. Но в третьей схеме это не так, например, для неидеального источника и элемента с нелинейной вольт-амперной характеристикой ток может оказаться не ровно в два раза меньшим.

5. Бусы. а) Записывая уравнение второго закона Ньютона для первой, второй и т.д. бусинок в проекциях на вертикальную ось, получим:

$$T_{1\text{верт}} = mg, T_{2\text{верт}} = 2mg, \dots, T_{k\text{верт}} = kmg, \dots$$

В горизонтальном же направлении получим:



$$T_{1\text{гор}} = m\omega^2 R_1, T_{2\text{гор}} = m\omega^2 (R_1 + R_2), \dots, T_{k\text{гор}} = m\omega^2 (R_1 + \dots + R_k), \dots$$

Таким образом,

$$T_{k\text{гор}} = m \sqrt{k^2 g^2 + \omega^4 \left(\sum_{j=1}^k R_j \right)^2}.$$

б) учитывая, что изменение расстояния до оси определяется горизонтальной проекцией участка нити между бусинками, и нить направлена под углом, определяемым соотношением проекций сил натяжения, найденным в первом пункте задачи, получим:

$$R_2 = R_1 - \Delta x = R_1 - \frac{l}{\sqrt{1 + g^2 / (\omega^4 R_1^2)}}.$$

$$R_3 = R_1 - \Delta x_1 - \Delta x_2 = R_1 - \frac{l}{\sqrt{1 + g^2 / (\omega^4 R_1^2)}} - \frac{l}{\sqrt{1 + 4g^2 / (\omega^4 (R_1 + R_2)^2)}}.$$

В последнем выражении следует подставить радиус обращения второй бусинки из предыдущего уравнения.

в) если провести приведенные в предыдущем пункте расчеты до последней бусинки и учитывая, что конец цепочки находится на оси обращения, можем получить систему уравнений для нахождения всех радиусов обращения. Значения же вертикальных координат каждой из бусинок можно определить, зная углы наклона участков нити и длины участков. Конечно, эта система очень громоздкая, и для большого числа бусинок интересным является ее приближенное решение в предположении, что число бусинок велико. Тогда можно перейти к так называемому континуальному пределу, и получить дифференциальное уравнение для нахождения формы цепочки. Но это уже выходит за рамки нашей олимпиады.