

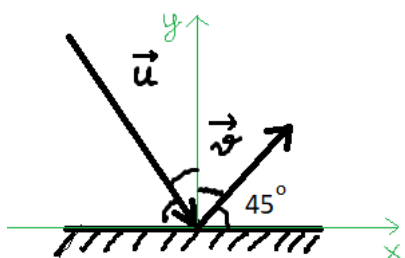
Розв'язання задач III (обласного) етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики

2018/2019 навчальний рік

Харківська область

10 клас

1. Посчитаем, с какой скоростью будет двигаться тело после соударения с платформой. Для этого перейдем в СО, связанную с платформой. Разложим скорости на нормальную и перпендикулярную составляющие. Найдем скорость до соударения:



$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}(u - v); \frac{\sqrt{2}}{2}(-u - v) \right)$$

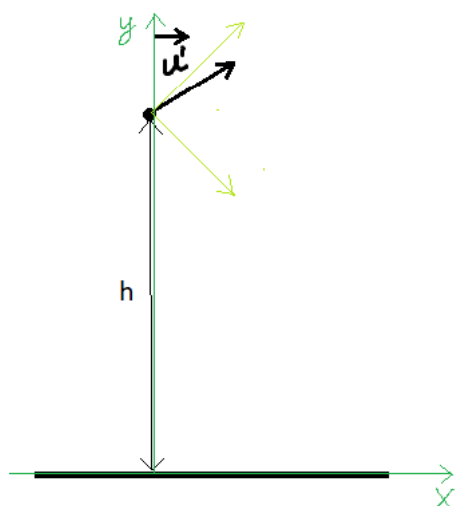
После:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}(u - v); \frac{\sqrt{2}}{2}(u + v) \right)$$

Теперь перейдем обратно в лабораторную СО:

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}u; \frac{\sqrt{2}}{2}(u + 2v) \right)$$

Перейдем теперь в более удобную систему координат, так что оси горизонтальны и вертикальны.



$$u' = (u + v; v)$$

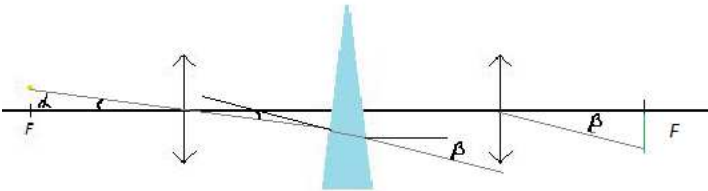
Как видим, платформа никогда не догонит шарик. Тогда можем легко рассчитать дальность полета тела.

$$\begin{cases} x = (v + u)t \\ y = h + vt - \frac{g}{2}t^2 \end{cases}$$

Время полёта: $\tau = \frac{v + \sqrt{v^2 + 2gh}}{g}$.

Дальность полёта: $l = \frac{v+u}{g} (v + \sqrt{v^2 + 2gh})$.

2. После преломления в первой линзе пучок лучей выйдет параллельным под углом к главной оптической оси, тангенс которого равен $\frac{h}{F}$ (поскольку луч, проходя через оптический центр линзы, не преломится).



Угол падения на призму равен $\frac{\varphi}{2} - \alpha$. Считая α и φ малыми, можем заключить, что угол преломления в призме равен $\gamma = \frac{1}{n} \left(\frac{\varphi}{2} - \alpha \right)$ (по закону Снеллиуса). Угол падения в призме равен $\varphi - \gamma$. Тогда угол преломления в воздухе равен $n(\varphi - \gamma) = \left(n - \frac{1}{2} \right) \varphi + \alpha$. Угол выходящего луча с горизонтом равен $\beta = (n - 1)\varphi + \alpha$.

Пучок лучей после преломления в призме остается параллельным, так как β не зависит от координаты. Тогда он соберётся в фокусе второй линзы.

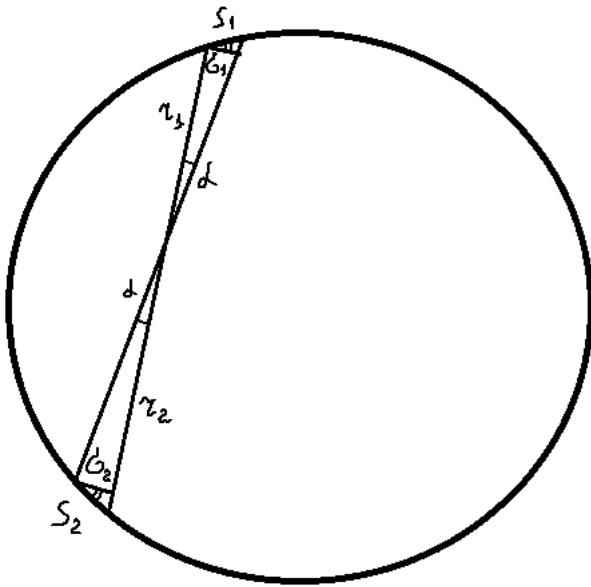
Расстояние до главной оптической оси равно $F \cdot \operatorname{tg} \left((n - 1)\varphi + \operatorname{arctg} \left(\frac{h}{F} \right) \right)$. И будет снизу от главной оптической оси.

3. 1й способ

На аппарат действует две силы – сила Архимеда и сила тяготения, они противоположно направлены. Сила Архимеда в два раза больше, тогда их векторная сумма направлена вертикально вверх. Она равна по модулю

$$F = (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{т}})Vg$$

Для того, чтобы найти ускорение свободного падения, нужно заметить, что плотность астероида равна плотности жидкости в озере. Наружный слой сферически симметричной поверхности относительно центра астероида, проходящей через точку, в которой в данный момент находится аппарат, не взаимодействует с ним. В это легко убедиться:



Проведём конус с малым углом между образующими и с сечением окружность относительно любой точки внутри сферы плотности ρ . Проведём симметричное сечение через сферу, как показано на рисунке.

Введём обозначения, как показано на рисунке. σ_1 и σ_2 – площади, перпендикулярные конусу. Углы между S_1 и σ_1 и между S_2 и σ_2 одинаковы. Тогда $S_1 = A\sigma_1, S_2 = A\sigma_2$

$$S_1 = A\sigma_1 = \tilde{A}r_1^2\alpha$$

Поле, которое создаёт площадь S_1 , равно $E_1 = G \frac{\rho \tilde{A} r_1^2 \alpha}{r_1^2} = G\rho \tilde{A} \alpha$. E_2 равно тому же, тогда поле

этих площадей в вершине будет нулевым. Если разбить всю сферу на такие конусы, тогда поле относительно всей сферы будет нулевым.

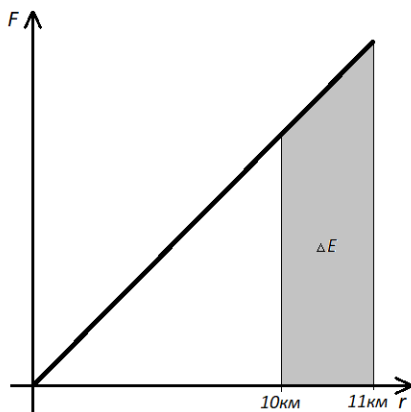
Что и требовалось доказать.

$$\text{Тогда } g(r) = G \frac{\rho_{\text{ж}} \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} = \frac{4}{3} \pi G \rho_{\text{ж}}$$

$$F = \frac{4}{3} \pi G \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{т}}) \frac{m}{\rho_{\text{т}}} r$$

График $F(r)$, на котором нарисована искомая энергия.

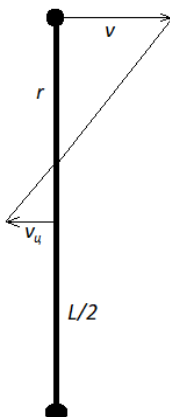
Пусть $r_1 = 10\text{км}$, $r_2 = 11\text{км}$



$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{1}{2} (F(r_2) + F(r_1))(r_2 - r_1) = \\ &= \frac{2}{3} \pi G \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{т}}) \frac{m}{\rho_{\text{т}}} (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) = \\ &= \frac{2}{3} \pi G \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{т}}} (\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{т}}) m (r_2^2 - r_1^2) \end{aligned}$$

4. На систему не действуют внешние силы, значит центр масс имеет нулевое ускорение и угловая скорость постоянна.

Найдём моментальный центр вращения в начальный момент. Поскольку скорость в верхней точке перпендикулярна стержню, то моментальный центр ускорения находится на прямой, содержащей стержень. Расстояние от верхней точки до центра вращения $r = \frac{v}{w}$. Тогда скорость центра масс - $v_{\text{ц}} = \left| \frac{l}{2} - r \right| w = \left| \frac{l}{2} - \frac{v}{w} \right| w = \left| \frac{1}{2} l w - v \right|$.
Время, за которое тело совершило 5 полных оборотов, равно: $t = \frac{10\pi}{w}$. Тогда центр масс сместится на расстояние



$$\frac{10\pi}{w} \left| \frac{1}{2} lw - v \right|$$

5. Пусть сопротивление проводов соединения r , сопротивление лампочки R , напряжение в сети U .



По условию $r \ll R$, тогда падением напряжения на проводах соединения можно пренебречь по сравнению с падением напряжения на лампочке.

Ток в цепи равен $I = \frac{U}{R}$. Мощность на лампочке и на проводах соединения:

$$P_R = \frac{U^2}{R}$$

$$P_r = I^2 r = \frac{U^2}{R^2} r = \frac{r}{U^2} P_R^2 \sim P_R^2$$

Тогда мощность на лампочке равна $2 \frac{7^2}{12^2}$ мВт = 0.68 Вт