

Лекція 6

Антиферромагнетизм у наближенні Вейсса.

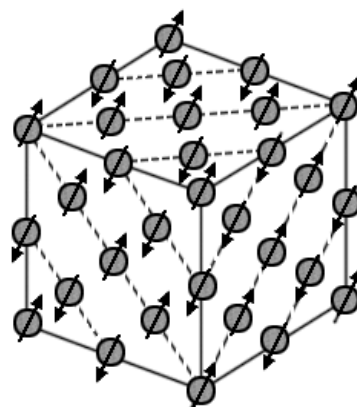
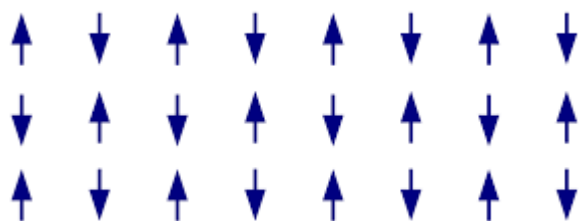
Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Статистическая физика, (Курс, Т.5)

Ми вже не раз виписували гамільтоніан для системи магнітних моментів, локалізованих у вузлах кристалічної ґратки у зовнішньому магнітному полі

$$\hat{H} = -\mathbf{B} \sum_{\mathbf{n}} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{\mathbf{n}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{n} \neq \mathbf{m}} J(\mathbf{n}-\mathbf{m}) \hat{\boldsymbol{\mu}}_{\mathbf{n}} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{\mathbf{m}},$$

де $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{\mathbf{n}}$ - оператор магнітного моменту електрона в кристалічному вузлі, $J(\mathbf{n}-\mathbf{m}) = J(\mathbf{m}-\mathbf{n})$ - обмінний інтеграл між \mathbf{n} -м і \mathbf{m} вузлами кристалічної ґратки, що має розмірність енергії. Якщо $J(\mathbf{n}-\mathbf{m}) > 0$, то ми маємо справу з ферромагнетиком, якщо ж $J(\mathbf{n}-\mathbf{m}) < 0$ - то енергетично вигідно антиферромагнітне впорядкування. Іншими словами, в цьому випадку магнітним моментам (чи спінам) вигідно вибудувати таку структуру, щоб сусідні магнітні моменти були направлені в різні сторони. Виникає в найпростішому випадку наче дві ґратки, в кожній із яких спіни в рівноважному стані вибудовані в одному напрямку, а сумарні спіни кожної з підґраток направлені протилежно. У результаті середній магнітний момент такого магнетика у рівноважному стані дорівнює нулю. Однак таке магнітне впорядкування може суттєво впливати на ефекти та явища в такій речовині. Існує також точка переходу до симетричної фази, де таке впорядкування зникає. Відповідна температура називається температурою Неєля. Основний стан такого магнетика називається неєлівським. На основі виписаного гамільтоніану розглянемо перехід парамагнетик – антиферромагнетик, використовуючи сформульоване раніше (на попередній лекції) наближення Вейсса.

Уявимо собі систему із вкладених одна в одну двох підґраток, напрямом магнітних моментів у вузлах підґраток дзеркально відображені (в основному стані, зрозуміло).



Оператор магнітного моменту електрона $\hat{\mu}_{\mathbf{n}}$ в окремому вузлі кожної із підґраток наближено може бути записаний у вигляді:

$$\hat{\mu}_{\mathbf{n}} = 2\mu_0 \hat{S}_{\mathbf{n}},$$

де $\hat{S}_{\mathbf{n}}^z$ - оператор проекції спіну в n - му вузлі на напрямок зовнішнього магнітного поля.

Нагадаємо, що при формулюванні положень теорії середнього поля для ферромагнетиків вважалося, що на кожний виділений магнітний момент у вузлі діє деяке середнє поле, що складається із зовнішнього магнітного поля та поля всіх інших вузлових моментів. Оператор цього поля представляється у вигляді

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{B} + \sum_{\mathbf{m}} J(\mathbf{n} - \mathbf{m}) \hat{\mu}_{\mathbf{m}}.$$

Усереднене значення цього поля дається виразом:

$$\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{B} + \sum_{\mathbf{m}} J(\mathbf{n} - \mathbf{m}) \bar{\mu}_{\mathbf{m}}.$$

У силу трансляційної інваріантності системи середнє значення магнітного моменту $\bar{\mu}_{\mathbf{m}}$ у вузлі не може залежати від номера вузла

$$\bar{\mu}_m \equiv \mu,$$

тому маємо

$$\sum_m J(\mathbf{n}-\mathbf{m})\bar{\mu}_m = \mu \sum_m J(\mathbf{n}-\mathbf{m}) = \lambda N \mu.$$

Приймаючи до уваги, що всі магнітні моменти в вузлах паралельні або антипаралельні по відношенню до поля, вираз для ефективного поля можна зобразити у вигляді

$$H_{eff} = H + \lambda N \mu.$$

Намагніченість феромагнетика визначалась ефективним полем Вейсса:

$$\bar{M} = N \mu_0 th \left\{ \frac{\mu_0 (H + \lambda N \mu)}{T} \right\}.$$

Оскільки

$$\bar{M} = N \mu,$$

легко прийти до рівняння для визначення μ (рівняння Вейсса)

$$\mu = \mu_0 th \left\{ \frac{\mu_0 (H + \lambda N \mu)}{T} \right\}.$$

Для антиферомагнетика картина дещо змінюється. Середній магнітний момент у вузлі «верхньої» підгратки (див. Рис.1) будемо позначати через $\bar{\mu}_+$, «нижньої» підгратки - $\bar{\mu}_-$. У відповідності з нашою моделлю середнім полем

для магнітних моментів $\bar{\mu}_+$ є поле, утворене магнітними моментами $\bar{\mu}_-$ і навпаки

$$H_+ = H + \lambda N \mu_-, \quad H_- = H + \lambda N \mu_+.$$

Із цієї причини замість одного рівняння Вейсса виходить система двох рівнянь

$$\mu_+ = \mu_0 th \left\{ \frac{\mu_0 (H + \lambda N \mu_-)}{T} \right\}, \quad \mu_- = \mu_0 th \left\{ \frac{\mu_0 (H + \lambda N \mu_+)}{T} \right\}.$$

Цю систему досить просто проаналізувати при $H = 0$. У цьому випадку вона набуває вигляду:

$$\mu_+ = \mu_0 th \left\{ \frac{\lambda N \mu_0 \mu_-}{T} \right\}, \quad \mu_- = \mu_0 th \left\{ \frac{\lambda N \mu_0 \mu_+}{T} \right\}.$$

Ураховуючи, що для антиферомагнетиків $J(\mathbf{n} - \mathbf{m}) < 0$ (отже,

$\lambda = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{m}} J(\mathbf{n} - \mathbf{m}) < 0$), з рівняння можна побачити, що існує розв'язок:

$$\mu_+ = \mu, \quad \mu_- = -\mu,$$

де μ задовольняє тому ж рівнянню, що і в випадку феромагнетика:

$$\mu = \mu_0 th \left\{ \frac{\mu_0 (H + \lambda N \mu)}{T} \right\}.$$

При цьому вираз для температури Нееля Θ

$$\Theta \equiv \mu_0^2 |\lambda| N$$

співпадає із виразом для температури Кюрі. Таким чином, приходимо до висновку, що температурна залежність намагніченості для кожної з підграток така ж, як і в випадку феромагнетика. Сумарна ж намагніченість антиферомагнетика дорівнює нулю

$$M = N(\mu_+ + \mu_-) = 0.$$

Розглянемо тепер ситуацію зі сприйнятливістю

$$\chi = \left(\frac{\partial M}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} = N \left\{ \left(\frac{\partial \mu_+}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} + \left(\frac{\partial \mu_-}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} \right\}.$$

Будемо обраховувати її за високих температур. Тоді

$$\mu_+ \approx \mu_0^2 \frac{H + \lambda N \mu_-}{T}, \quad \mu_- \approx \mu_0^2 \frac{H + \lambda N \mu_+}{T}.$$

Диференціюючи ці вирази по магнітному полю, здобудемо:

$$\left(\frac{\partial \mu_+}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} = \frac{\mu_0^2}{T} \left\{ 1 + \lambda N \left(\frac{\partial \mu_-}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} \right\}, \quad \left(\frac{\partial \mu_-}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} = \frac{\mu_0^2}{T} \left\{ 1 + \lambda N \left(\frac{\partial \mu_+}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} \right\},$$

звідки маємо

$$\left\{ \left(\frac{\partial \mu_+}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} + \left(\frac{\partial \mu_-}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} \right\} = \frac{2\mu_0^2}{T} + \frac{\lambda N \mu_0^2}{T} \left\{ \left(\frac{\partial \mu_+}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} + \left(\frac{\partial \mu_-}{\partial H} \right)_{T,P,H \rightarrow 0} \right\}.$$

Використовуючи далі визначення температури переходу Θ і сприйнятливості, прийдемо до виразу

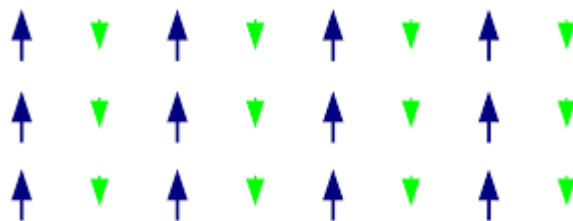
$$\chi = \frac{2N\mu_0^2}{T + \Theta}.$$

Легко бачити, що вираз для магнітної сприйнятливості антиферомагнетика зовнішньо подібний до такого виразу для сприйнятливості феромагнетика,

$$\chi = \frac{N\mu_0^2}{T - \Theta}.$$

Він відрізняється числовим множником і знаком перед температурою переходу. І саме в цьому знаку міститься корінна різниця: немає розбіжності в точці фазового переходу до антиферомагнітного стану. Є, однак, злам похідної по температурі від сприйнятливості, який може дуже просто бути порахованим. Це значить, що фазовий перехід до антиферомагнітного стану все ж повинен відчуватися при вимірі температурної залежності магнітної сприйнятливості антиферомагнетика.

Зазначимо, що в реальних кристалах спіни на підгратках можуть відрізнятися за величиною, наприклад, у випадках, коли підгратки складаються різними сортами атомів. Іншими словами, сумарний магнітний момент у рівноважному стані повністю не скомпенсований, і не дорівнює нулю. Такі речовини називаються феритами.



Слід також нагадати, що в реальних кристалах переважний напрямок магнітних моментів у вузлах ґраток може не співпадати з напрямком зовнішнього поля. З'являється поняття осі легкого намагнічення, пов'язаної з кристалографічним напрямком. Уздовж цього напрямку розташовується вектор спонтанного намагнічення за нульової температури і в границі слабкого зовнішнього магнітного поля $H \rightarrow 0$.

Флуктуації в феромагнетиках. Застосовність підходу Вейсса.

Як ми вже впевнювались, теорія середнього поля, як і теорія фазових переходів Ландау, неправильно описує поведінку магнетика у вузькому околі точки переходу. Це відбувається тому, що ці теорії не враховують флуктуацій, які в точці переходу різко зростають і відіграють тим визначальну роль. У цьому розділі лекцій ми оцінимо вплив на фазовий перехід кореляцій магнітних вузлових моментів. Однак, попередньо визначимо поняття далекого й ближнього порядку для спінових моделей магнетика. Насправді, до цих пір, вивчаючи магнетики нижче температури переходу, знаходячись в упорядкованій (несиметричній) фазі, ми мали справу з системами з дальнім порядком. Це відображалось тією обставиною, що в упорядкованій фазі магнітний момент у вузлі ґратки не залежить від номера вузла. Спроба «повернути» цей магнітний момент, змінити його напрямок натикалась на спротив його сусідів. Але така ситуація має місце по відношенню до будь-якого вузлового моменту в упорядкованій магнітній фазі. Із цієї причини виділений вузловий магнітний момент змушений відчувати наявність магнітних моментів в усіх інших вузлах кристалічної ґратки. Це й означає наявність у системі дальнього порядку. Але такий порядок зникає в точці переходу від несиметричної до симетричної фази магнетика (або виникає при зворотному переході).

Ближній порядок пов'язаний з локальними флуктуаціями спінів (магнітних моментів) на близьких відстанях. У теорії середнього поля Вейсса такі флуктуації (ближні кореляції) не враховуються. Тому в наближенні Вейсса

виходить, що зі зникненням спонтанної намагніченості зникає взаємодія магнітних моментів, тобто, зникає ближній порядок,

$$\overline{\mu_i \mu_j} = \bar{\mu}_i \bar{\mu}_j = 0, \text{ якщо } \bar{\mu}_i = 0.$$

Однак зрозуміло, що коли має місце магнітне впорядкування,

$$\overline{\mu_i \mu_j} \neq 0$$

навіть якщо $\bar{\mu}_i = 0$. Розглянемо можливість реалізації ближнього порядку в спіновій системі й оцінимо функцію, яка характеризує цей порядок, а саме, кореляційну функцію $\overline{\mu_i \mu_j}$. Будемо вивчати кореляції при $T > \Theta$, тобто, зі сторони симетричної фази, де параметр порядку дорівнює нулю, $\bar{\mu}_i = 0$. Покажемо, що в такому випадку $\overline{\mu_i \mu_j} \neq 0$. Виділимо два яких-небудь сусідніх магнітних моментів й оцінимо кореляцію $\overline{\mu_1 \mu_2}$. Нехай один із цих моментів, наприклад, μ_1 , має значення $+\mu_0$. Тим самим ми по-суті вимагаємо, щоб $\overline{\mu_1 \mu_2} = \overline{\mu_0 \mu_2} = \mu_0 \bar{\mu}_2$. Використаємо далі для розгляду ту ж ідею самоузгодженого (середнього) поля.

Будемо також вважати, що зовнішнє поле відсутнє. На момент μ_2 діє поле, утворюване моментом μ_1 й іншими моментами

$$\hat{H}_2 = \hat{\mu}_1 J_{21} + \sum_{j \neq 1} J_{2j} \hat{\mu}_j.$$

Середнє значення цього поля визначається виразом

$$H_{eff} = \mu_0 J_{21} + \sum_{j \neq 1} J_{2j} \bar{\mu}_j = \mu_0 J_{21} + \frac{1}{\mu_0} \sum_{j \neq 1} J_{2j} \mu_0 \bar{\mu}_j = \mu_0 J_{21} + \frac{1}{\mu_0} \sum_{j \neq 1} J_{2j} \overline{\mu_1 \mu_j}.$$

Як тільки ми написали таке поле, відразу ж можемо виписати вже звичне для нас рівняння Вейсса, але для $\overline{\mu_1\mu_2}$

$$\overline{\mu_1\mu_2} = \mu_0^2 th \left(\frac{\mu_0^2 J_{21} + \sum_{j \neq 1} J_{2j} \overline{\mu_1\mu_j}}{T} \right).$$

Уведемо тепер позначення $\overline{\mu_1\mu_j} \equiv g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)$. Тоді рівняння може бути записано в вигляді:

$$g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \mu_0^2 th \left(\frac{\mu_0^2 J_{21}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \sum_{j \neq 1} J_{2j}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j) g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)}{T} \right).$$

У наближенні Вейсса відшукувана функція $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)$ дорівнює нулю. Із виписаного рівняння видно, однак, що існує нетривіальний розв'язок. Справді, у простому випадку

$$|g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)| \ll \mu_0^2, \quad \sum_{j \neq 1} J_{2j}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j) \ll \Theta$$

(остання нерівність може бути справедливою з тієї причини, що температура переходу пропорційна до числа вузлів чи найближчих сусідів, таким чином, що воно виконується тим краще, чим більше число найближчих сусідів) ми можемо розкласти тангенс гіперболічний в ряд за малим аргументом:

$$g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \mu_0^2 \frac{\mu_0^2 J_{21}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \sum_{j \neq 1} J_{2j}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j) g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)}{T}.$$

Розкладаючи далі функції, що входять в це рівняння, в ряд Фур'є та вважаючи, що взаємодія між моментами залежить тільки від відстані між ними

$$J_{2j}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j) = J_{2j}(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_1),$$

прийдемо до наступного рівняння для образів Фур'є функцій $g(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_j)$

$$\frac{T}{\mu_0^2} g(\mathbf{q}) = \mu_0^2 J(\mathbf{q}) + g(\mathbf{q}) J(\mathbf{q}),$$

Розв'язок якого має вигляд:

$$g(\mathbf{q}) = \frac{\mu_0^4 J(\mathbf{q})}{T - \mu_0^2 J(\mathbf{q})}, \quad T > \Theta.$$

У довгохвильовій границі ($q \rightarrow 0$) $J(\mathbf{q}) \rightarrow J(0) = \lambda N$. Ураховуючи, що $\Theta \equiv \mu_0^2 \lambda N$, отримаємо

$$g(\mathbf{q}) = \frac{\mu_0^4 J(\mathbf{q})}{T - \mu_0^2 J(\mathbf{q})} \rightarrow \frac{\mu_0^2 \Theta}{T - \Theta}.$$

Таким чином, видно, що Фур'є-компонента $g(\mathbf{q})$ розходиться при наближенні до точки фазового перетворення.

Дослідимо тепер просторову залежність кореляційної функції $g(\mathbf{r})$:

$$g(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \frac{\mu_0^4 J(\mathbf{q})}{T - \mu_0^2 J(\mathbf{q})}.$$

Розглянемо далі довгохвильову границю $q \rightarrow 0$, тобто, випадок великих радіусів кореляцій $r \rightarrow \infty$ поблизу точки фазового переходу

$$J(\mathbf{q}) \underset{q \rightarrow 0}{\approx} \int d\mathbf{r} J(|\mathbf{r}|) \left(1 - i\mathbf{q}\mathbf{r} - \frac{(\mathbf{q}\mathbf{r})^2}{2} \right) = J(0) - \alpha q^2,$$

де

$$\alpha \equiv \frac{1}{6} \int d\mathbf{r} r^2 J(|\mathbf{r}|), \quad J(0) = \lambda N = \Theta / \mu_0^2.$$

Параметр α за порядком величини дорівнює

$$\alpha \sim J(0)r_0^2 = \lambda N r_0^2 = \Theta r_0^2 / \mu_0^2,$$

де r_0 - характерний радіус взаємодії. Таким чином

$$g(\mathbf{r}) \approx \frac{\Theta}{\alpha N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})}{[(T - \Theta) / \alpha \mu_0^2] + q^2}.$$

Оскільки

$$\int d\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \frac{e^{-\gamma r}}{r} = \frac{4\pi}{\gamma^2 + q^2},$$

або

$$\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \frac{4\pi}{\gamma^2 + q^2} = \frac{e^{-\gamma r}}{r},$$

і помічаючи, що

$$\alpha \mu_0^2 \approx \Theta r_0^2,$$

маємо

$$g(\mathbf{r}) \approx \frac{\mu_0^2}{2(2\pi)^4} \frac{\exp(-r / r_{cor})}{r},$$

де r_{cor} - радіус кореляцій,

$$r_{cor} = r_0 \sqrt{\frac{\Theta}{T - \Theta}}.$$

Як легко бачити, радіус кореляцій r_{cor} у точці фазового переходу прямує до нескінченності. Звідси витікає, що при наближенні до точки фазового переходу магнітні моменти починають шикуватися в блоки нескінченно великого розміру. Поки не відбувся фазовий перехід, ці блоки орієнтовані неупорядковано, так що середній магнітний момент зразка як і раніше, дорівнює нулю. Ці флуктуаційні прояви дальнього порядку на фоні ближнього порядку завершуються в точці переходу, коли всі блоки скорельовано вишиковуються уздовж одного напрямку, заданого або зовнішнім магнітним полем, або напрямками, продиктованими релятивістськими взаємодіями у випадку відсутності зовнішнього магнітного поля (випадок спонтанного намагнічення).