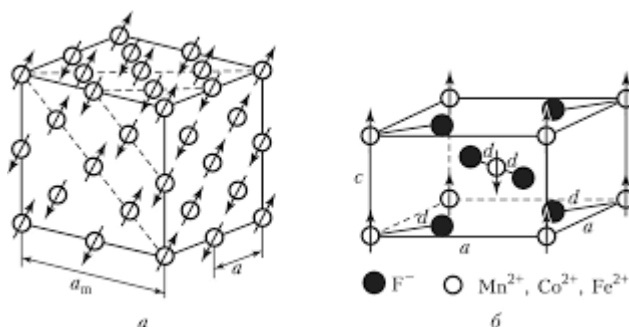


Лекція №19

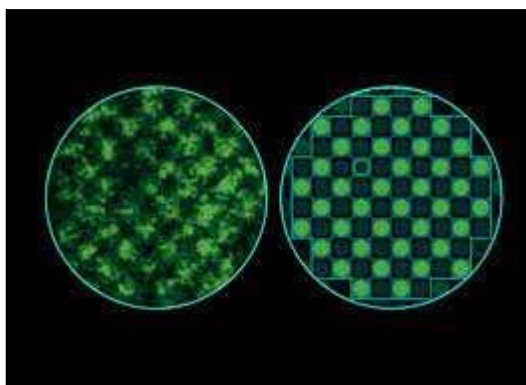
Спінові хвилі в антиферомагнетику

Нагадаємо, що антиферомагнетизм (від анти- і феромагнетизм) — один із магнітних станів речовини, який відрізняється тим, що магнітні моменти сусідніх її структурних одиниць орієнтовані таким чином, що їх сумарний магнітний момент надзвичайно малий і мала намагніченість тіла в цілому. Цим стан антиферомагнетизму відрізняється від стану феромагнетизму, за якого однакова (співвісна й одно направлена) орієнтація магнітних моментів приводить до високої намагніченості зразка. Така упорядкованість настає нижче певної температури, що називається температурою Неєля.



І так буває!

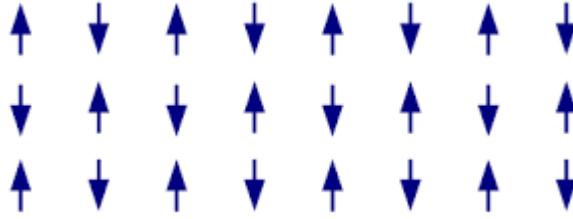
І курйоз: Із холодних атомів літію і світла вперше зібрали антиферомагнетик (Гарвардський університет, 2017р.) Насправді літій охолоджувався й упорядковувався в оптичних ґратках, доягалося саме таке антиферомагнітне впорядкування.



Одним із найпростіших прикладів двопідрешіткового антиферомагнетика є кубічний кристал $RbMnF_3$ із температурою Неєля, що дорівнює $82,5K$. Поле анізотропії в цьому кристалі направлене вздовж осі третього порядку й вельми мале ($\sim 4 \text{ ерстед}$) у порівнянні з обмінною взаємодією ($\sim 8,9 \cdot 10^5 \text{ ерстед}$).

У якості теоретичної моделі антиферомагнетика розглянемо кристал, складений із двох підґраток A і B , що вкладені одна в одну таким чином, що в кожного іона підґратки A всі найближчі сусіди є іонами підґратки B і навпаки. Магнітні моменти $\mu_0 S$ і спіни S іонів A і B однакові. В основному стані без зовнішнього магнітного поля кожна із підґраток намагнічена до насичення, а сумарні магнітні моменти підґраток направлені в протилежні боки.

Проста двоідрешіткова модель антиферомагнетика на прикладі двох одновимірних ланцюжків із протилежно направленими магнітними моментами вузлів:



Отже, для основного стану, який описується вектором стану $|0\rangle$, можемо записати:

$$\hat{S}_{nz}^A |0\rangle = S |0\rangle, \quad \hat{S}_{nz}^B |0\rangle = -S |0\rangle. \quad (1)$$

Оператор Гамільтона антиферомагнетика можна записати у вигляді:

$$\hat{H} = -\frac{1}{4} \sum_{\alpha, \beta} \sum_{\mathbf{n} \neq \mathbf{m}} J_{\alpha, \beta}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) \hat{S}_{\mathbf{n}}^{(\alpha)} \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(\beta)} - \mu_0 \sum_{\mathbf{n}, \alpha} B \hat{S}_{\mathbf{n}, \alpha}^{(\alpha)}, \quad (2)$$

де α, β - пробігають два значення A і B , \mathbf{n} і \mathbf{m} - вектори ґратки; B - магнітне поле в кристалі. Добуток операторів $\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(\alpha)} \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(\beta)}$ може бути представлено у вигляді:

$$\hat{S}_{\mathbf{n}}^{(\alpha)} \hat{S}_{\mathbf{m}}^{(\beta)} = \hat{S}_{\mathbf{n}, z}^{(\alpha)} \hat{S}_{\mathbf{m}, z}^{(\beta)} + \frac{1}{2} \left(\hat{S}_{\mathbf{n}}^{-(\alpha)} \hat{S}_{\mathbf{m}}^{+(\beta)} + \hat{S}_{\mathbf{m}}^{-(\beta)} \hat{S}_{\mathbf{n}}^{+(\alpha)} \right), \quad (3)$$

де оператори $\hat{S}_{\mathbf{n}}^{\pm(\alpha)}$ визначаються, як і раніше в попередніх лекціях, виразами:

$$\hat{S}_{\mathbf{n}}^{\pm(\alpha)} = \hat{S}_{\mathbf{n}, x}^{(\alpha)} \pm i \hat{S}_{\mathbf{n}, y}^{(\alpha)}. \quad (4)$$

Обмінні інтеграли $J_{\alpha, \beta}(\mathbf{n} - \mathbf{m})$ повинні задовольняти нерівностям

$$J_{A, A}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) = J_{B, B}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) > 0, \quad J_{A, B}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) < 0. \quad (5)$$

У відповідності з методом Голдстейна – Примакова перехід від спінових операторів до операторів народження і знищення спінових збуджень $\hat{A}_n^+, \hat{A}_n, \hat{B}_n^+, \hat{B}_n$, які діють у просторі чисел заповнення (у попередній лекції, де йшлося про феромагнетики, ці оператори позначалися літерою μ , $\hat{\mu}_n$, $\hat{\mu}_n^+$, але ж там ішлося усього про одну підгратку), повинен проходити згідно формулам:

$$\hat{S}_n^{-(A)} = \hat{A}_n^+ \sqrt{2S - \hat{A}_n^+ \hat{A}_n}, \quad \hat{S}_n^{+(A)} = \sqrt{2S - \hat{A}_n^+ \hat{A}_n} \hat{A}_n, \quad \hat{S}_{n,z}^{(A)} = S - \hat{A}_n^+ \hat{A}_n, \quad (6)$$

$$\hat{S}_n^{-(B)} = \hat{B}_n^+ \sqrt{2S - \hat{B}_n^+ \hat{B}_n}, \quad \hat{S}_n^{+(B)} = \sqrt{2S - \hat{B}_n^+ \hat{B}_n} \hat{B}_n, \quad \hat{S}_{n,z}^{(B)} = S - \hat{B}_n^+ \hat{B}_n.$$

Оператори $\hat{A}_n^+, \hat{A}_n, \hat{B}_n^+, \hat{B}_n$ повинні задовольняти бозевським комутаційним співвідношенням:

$$[\hat{A}_n, \hat{A}_m^+] = \delta_{n,m}, \quad [\hat{B}_n, \hat{B}_m^+] = \delta_{n,m}, \quad [\hat{A}_n, \hat{B}_m^+] = [\hat{A}_n, \hat{B}_m] = 0.$$

За малих збуджень у головному наближенні, як і раніше нами використовувалося, маємо

$$\hat{S}_n^{-(A)} = \sqrt{2S} \hat{A}_n^+, \quad \hat{S}_n^{+(A)} = \sqrt{2S} \hat{A}_n, \quad \hat{S}_{n,z}^{(A)} = S - \hat{A}_n^+ \hat{A}_n, \quad (7)$$

$$\hat{S}_n^{-(B)} = \sqrt{2S} \hat{B}_n^+, \quad \hat{S}_n^{+(B)} = \sqrt{2S} \hat{B}_n, \quad \hat{S}_{n,z}^{(B)} = S - \hat{B}_n^+ \hat{B}_n.$$

За допомогою цих формул виписаний раніше гамільтоніан зводиться до виду

$$\hat{H} = E_0 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (8)$$

де

$$E_0 = SN \left[L_{AA}(0) - \frac{1}{2} L_{AB}(0) \right],$$

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = S \sum_{\mathbf{n} \neq 0} J_{\alpha\beta}(\mathbf{n}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}), \quad \alpha, \beta = A, B,$$

$$L_{\alpha\beta}(0) = S \sum_{\mathbf{n} \neq 0} J_{\alpha\beta}(\mathbf{n}), \quad \alpha, \beta = A, B,$$

$$\hat{H}_1 = \sum_{\mathbf{n}} \left(G_+ \hat{A}_n^+ \hat{A}_n + G_- \hat{B}_n^+ \hat{B}_n \right) -$$

$$-S \sum_{\mathbf{n} \neq \mathbf{m}} \left[J_{AA}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) \left(\hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{A}_{\mathbf{m}} + \hat{B}_{\mathbf{n}}^+ \hat{B}_{\mathbf{m}} \right) - \frac{1}{2} J_{AB}(\mathbf{n} - \mathbf{m}) \left(\hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{B}_{\mathbf{m}}^+ + \hat{A}_{\mathbf{n}} \hat{B}_{\mathbf{m}} \right) \right],$$

$$G_{\pm} = L_{AA}(0) \pm \mu_0 B - L_{AB}(0).$$

Оператор \hat{H}_2 містить більш високі степені бозонних операторів і тут нами не виписується.

Перейдемо тепер у здобутому гамільтоніані \hat{H}_1 до бозонних операторів колективних збуджень $\hat{A}_{\mathbf{k}}^+, \hat{A}_{\mathbf{k}}, \hat{B}_{\mathbf{k}}^+, \hat{B}_{\mathbf{k}}$ за допомогою не раз уже розглянутих нами канонічних перетворень, унаслідок яких відбувається перехід до колективних змінних:

$$\begin{aligned} \hat{A}_{\mathbf{n}} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{A}_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}), \quad \hat{B}_{\mathbf{n}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{B}_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}), \\ \hat{A}_{\mathbf{k}} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{n}} \hat{A}_{\mathbf{n}} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{n}), \end{aligned} \quad (9)$$

де \mathbf{k} - хвильовий вектор у першій зоні Бріллюена, оператори $\hat{A}_{\mathbf{k}}^+, \hat{A}_{\mathbf{k}}, \hat{B}_{\mathbf{k}}^+, \hat{B}_{\mathbf{k}}$ задовольняють у відповідності з (6) перестановочним співвідношенням

$$[\hat{A}_{\mathbf{k}}, \hat{A}_{\mathbf{q}}^+] = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}, \quad [\hat{B}_{\mathbf{k}}, \hat{B}_{\mathbf{q}}^+] = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{q}}, \quad [\hat{A}_{\mathbf{k}}, \hat{B}_{\mathbf{q}}^+] = [\hat{A}_{\mathbf{n}}, \hat{B}_{\mathbf{m}}] = 0.$$

Як наслідок цього перетворення отримаємо:

$$\hat{H}_1 = \sum_{\mathbf{k}} \hat{H}_{\mathbf{k}}, \quad (10)$$

де

$$\hat{H}_{\mathbf{k}} = \alpha(\mathbf{k}) \hat{A}_{\mathbf{k}}^+ \hat{A}_{\mathbf{k}} + \beta(\mathbf{k}) \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ \hat{B}_{-\mathbf{k}} + \gamma(\mathbf{k}) \left(\hat{A}_{\mathbf{k}}^+ \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ + \hat{A}_{\mathbf{k}} \hat{B}_{-\mathbf{k}} \right),$$

$$\alpha(\mathbf{k}) = \alpha(-\mathbf{k}) = L_{AA}(0) - L_{AA}(\mathbf{k}) + \mu_0 B + \gamma(0),$$

$$\beta(\mathbf{k}) = \beta(-\mathbf{k}) = L_{AA}(0) - L_{AA}(\mathbf{k}) - \mu_0 B + \gamma(0),$$

$$\gamma(\mathbf{k}) = \gamma(-\mathbf{k}) = -\frac{1}{2} L_{AB}(\mathbf{k}).$$

Здобутий гамільтоніан так само недіагональний. А як ми знаємо, для введення слабо взаємодіючого газу квазічастинок його треба зробити діагональним

$$\hat{H}_{\mathbf{k}} = \varepsilon_0(\mathbf{k}) + \sum_l \varepsilon_l(\mathbf{k}) \hat{\mu}_l^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_l(\mathbf{k}), \quad l=1,2. \quad (11)$$

Для цього уведемо нові канонічні перетворення від операторів $\hat{A}_{\mathbf{k}}^+, \hat{A}_{\mathbf{k}}, \hat{B}_{\mathbf{k}}^+, \hat{B}_{\mathbf{k}}$ до операторів $\hat{\mu}_l^+(\mathbf{k}), \hat{\mu}_l(\mathbf{k})$ формулами

$$\hat{\mu}_1(\mathbf{k}) = \hat{A}_{\mathbf{k}} ch\phi(\mathbf{k}) + \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ sh\phi(\mathbf{k}), \quad (12)$$

$$\hat{\mu}_2(\mathbf{k}) = \hat{A}_{\mathbf{k}}^+ sh\phi(\mathbf{k}) + \hat{B}_{-\mathbf{k}} ch\phi(\mathbf{k}),$$

де $sh\phi(\mathbf{k}), ch\phi(\mathbf{k})$ - гіперболічні функції деякої величини $\phi(\mathbf{k})$, яка в процесі діагоналізації підлягає визначенню. Слід зазначити, що такий вигляд перетворень є плодом великих і громіздких викладок. Але вони вповні визначені, абсолютно точні і ніде нічого не повинно при їх проведенні «замітатися під килим». Уведене нами перетворення за будь-якої $\phi(\mathbf{k})$ є унітарним, отже, введені нами оператори $\hat{\mu}_l^+(\mathbf{k}), \hat{\mu}_l(\mathbf{k})$ задовольняють бозівським перестановочним співвідношенням:

$$[\hat{\mu}_l(\mathbf{k}), \hat{\mu}_{l'}^+(\mathbf{k}')] = \delta_{ll'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}.$$

Величина $\phi(\mathbf{k})$ визначається із умови, щоб вихідний гамільтоніан прийняв діагональну форму (11). Із (11), (12) витікає:

$$[\hat{\mu}_1(\mathbf{k}), \hat{H}_{\mathbf{k}}] = \varepsilon_1(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_1(\mathbf{k}) (\hat{A}_{\mathbf{k}} ch\phi(\mathbf{k}) + \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ sh\phi(\mathbf{k})).$$

З іншої сторони, з (10), (12) маємо

$$[\hat{\mu}_1(\mathbf{k}), \hat{H}_{\mathbf{k}}] = \hat{A}_{\mathbf{k}} (\alpha(\mathbf{k}) ch\phi(\mathbf{k}) - \gamma(\mathbf{k}) sh\phi(\mathbf{k})) + \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ (\gamma(\mathbf{k}) ch\phi(\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{k}) sh\phi(\mathbf{k}))$$

Із порівняння двох останніх рівностей знаходимо систему двох рівнянь:

$$(\varepsilon_1(\mathbf{k}) - \alpha(\mathbf{k})) ch\phi(\mathbf{k}) + \gamma(\mathbf{k}) sh\phi(\mathbf{k}) = 0, \quad (13)$$

$$\gamma(\mathbf{k}) ch\phi(\mathbf{k}) - (\varepsilon_1(\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{k})) sh\phi(\mathbf{k}) = 0.$$

Із умови можливості розв'язання цієї системи отримуємо значення енергій елементарних збуджень (закони дисперсії)

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[\alpha(\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{k}) \pm \sqrt{(\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}))^2 - 4\gamma^2(\mathbf{k})} \right]. \quad (14)$$

Із визначень витікає, що

$$\alpha(\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{k}) = 2\mu_0 B.$$

Оскільки, як уже мовилося, в антиферромагнетику величина $\mu_0 B$ значно менша обмінних інтегралів, то в (14) слід зберегти тільки знак $+$ перед коренем:

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[\alpha(\mathbf{k}) - \beta(\mathbf{k}) + \sqrt{(\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}))^2 - 4\gamma^2(\mathbf{k})} \right]. \quad (14a)$$

Проводячи далі аналогічні обчислення для $[\hat{\mu}_2(\mathbf{k}), \hat{H}_{\mathbf{k}}]$, здобудемо наступний вираз для $\varepsilon_2(\mathbf{k})$:

$$\varepsilon_2(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[\beta(\mathbf{k}) - \alpha(\mathbf{k}) + \sqrt{(\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k}))^2 - 4\gamma^2(\mathbf{k})} \right]. \quad (15)$$

За відсутності зовнішнього магнітного поля обидва здобутих розв'язки співпадають

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_2(\mathbf{k}) = \sqrt{\alpha^2(\mathbf{k}) - \gamma^2(\mathbf{k})}. \quad (16)$$

В області малих значень хвильових векторів \mathbf{k} ($ka \ll 1$, a - постійна ґратки) в ізотропному кристалі можна використовувати наближені вирази:

$$\gamma(\mathbf{k}) = \gamma(0) - l_{12} \mathbf{k}^2, \quad \frac{1}{2}(\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k})) = \gamma(0) - l_{11} \mathbf{k}^2, \quad (17)$$

$$l_{11} = \frac{1}{2} S \sum_{\mathbf{n}} \mathbf{n}^2 J_{AA}(\mathbf{n}), \quad l_{12} = -\frac{1}{2} S \sum_{\mathbf{n}} \mathbf{n}^2 J_{AB}(\mathbf{n}).$$

При виведенні останніх виразів необхідно скористуватися розкладенням величин $L_{\alpha\beta}(\mathbf{k})$, $\alpha, \beta = A, B$

$$L_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = S \sum_{\mathbf{n} \neq 0} J_{\alpha\beta}(\mathbf{n}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}), \quad \alpha, \beta = A, B$$

в ряд за малими \mathbf{k} ($ka \ll 1$), враховуючи розкладення й експоненти $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{n})$:

$$\exp(i\mathbf{k}\mathbf{n}) \approx 1 + i\mathbf{k}\mathbf{n} - \frac{1}{2}(\mathbf{k}\mathbf{n})^2 + \dots$$

І помічаючи, що внаслідок $J_{AA}(\mathbf{n}) = J_{AA}(-\mathbf{n})$, $J_{AB}(\mathbf{n}) = J_{AB}(-\mathbf{n})$

$$\sum_{\mathbf{n} \neq 0} \mathbf{n} J_{AA}(\mathbf{n}) = 0, \quad \sum_{\mathbf{n} \neq 0} \mathbf{n} J_{AB}(\mathbf{n}) = 0.$$

Підставляючи розкладення (17) у формули (14a), (15), отримаємо

$$\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_2(\mathbf{k}) = \pm \mu_0 B + k \sqrt{\gamma(0)(l_{11} + l_{12})}. \quad (18)$$

Отже, енергія довгохвильових магنونів в антиферомагнетиках лінійно залежить від хвильового вектора. Така ж залежність має місце й для акустичних фононів. Тому магнони антиферомагнетику вносять в теплоємність кристалів за низьких температур внесок, пропорційний, як і в випадку фононів, третій степені температури. Нагадаємо, що в феромагнетиках спектр магنونів квадратичний за хвильовим вектором, що приводило до внеску в теплоємність феромагнетика, пропорційного $\Theta^{3/2}$. А це надавало можливості відокремити в теплоємності феромагнетика внесок фононів від внеску магنونів, а також вирахувати деякі фізичні характеристики магنونів, наприклад, їх ефективну масу.

Величину $\phi(\mathbf{k})$ в уведеному нами канонічному перетворенні можна знайти, якщо перше із рівнянь (13) помножити $sh\phi(\mathbf{k})$, а друге – на $ch\phi(\mathbf{k})$, після чого із цих рівнянь отримаємо:

$$\frac{2\gamma(\mathbf{k})}{\alpha(\mathbf{k}) + \beta(\mathbf{k})} = \frac{2ch\phi sh\phi}{ch^2\phi + sh^2\phi} = th2\phi. \quad (19)$$

Знання цієї величини вимагається для визначення $\varepsilon_0(\mathbf{k})$ в (11). Після деяких громіздких, але простих обчислень для випадку $B=0$ (у цьому випадку $\varepsilon_1(\mathbf{k}) = \varepsilon_2(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k})$) можна прийти до наступного виразу

$$\varepsilon_0(\mathbf{k}) = -2\varepsilon(\mathbf{k})sh^2\phi(\mathbf{k}),$$

після чого вираз для $\hat{H}_{\mathbf{k}}$ набуває вже зовсім простого вигляду:

$$\hat{H}_{\mathbf{k}} = \varepsilon(\mathbf{k}) \sum_l \left(\hat{\mu}_l^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_l(\mathbf{k}) - sh^2\phi(\mathbf{k}) \right), \quad l=1,2. \quad (20)$$

Обернене канонічне перетворення дається виразами

$$\begin{aligned}\hat{A}_{\mathbf{k}} &= \hat{\mu}_1(\mathbf{k})ch\phi(\mathbf{k}) - \hat{\mu}_2^+(\mathbf{k})sh\phi(\mathbf{k}), \\ \hat{B}_{-\mathbf{k}}^+ &= \hat{\mu}_2^+(\mathbf{k})ch\phi(\mathbf{k}) - \hat{\mu}_1(\mathbf{k})sh\phi(\mathbf{k}).\end{aligned}$$

Ці формули надають можливості обчислити середні значення фізичних величин, що відносяться до різних підґраток. Як приклад, вирахуємо залежність середнього значення магнітного моменту підґратки A від

$$M_A(\Theta) = \mu_0 \sum_{\mathbf{n}} \langle \hat{S}_{\mathbf{n}z}^A \rangle = \mu_0 SN \left(1 - \frac{1}{SN} \sum_{\mathbf{n}} \langle \hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{A}_{\mathbf{n}} \rangle \right).$$

Підставляючи до цієї формули значення операторів $\hat{A}_{\mathbf{n}}^+, \hat{A}_{\mathbf{n}}$ через оператори $\hat{\mu}_1(\mathbf{k}), \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k})$ із попередніх формул, знайдемо:

$$\sum_{\mathbf{n}} \langle \hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{A}_{\mathbf{n}} \rangle = \sum_{\mathbf{k}} \left[\left(\frac{1}{2} + \langle \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) \rangle \right) (ch^2\phi + sh^2\phi) - \frac{1}{2} \right].$$

При отриманні цього виразу треба врахувати рівність

$$\langle \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) \rangle = \langle \hat{\mu}_2^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_2(\mathbf{k}) \rangle.$$

При $B=0$ здобута вище рівність спрощується і її можна записати у вигляді:

$$\sum_{\mathbf{n}} \langle \hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{A}_{\mathbf{n}} \rangle = \sum_{\mathbf{k}} \left[\left(\frac{1}{2} + \langle \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) \rangle \right) \frac{\alpha(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})} - \frac{1}{2} \right]. \quad (21)$$

Тут $\langle \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) \rangle$ - середнє число магнонів, що мають хвильовий вектор \mathbf{k} . При температурі Θ воно дорівнює:

$$\langle \hat{\mu}_1^+(\mathbf{k}) \hat{\mu}_1(\mathbf{k}) \rangle \equiv N_{\mathbf{k}} = \left[\exp\left(\frac{\varepsilon(\mathbf{k})}{\Theta}\right) - 1 \right]^{-1}$$

(функція розподілу бозонів). Нагадаємо, що число магнонів не зберігається, отже, хімічний потенціал у в останній формулі відсутній.

Поділимо вираз (21) на число елементарних комірок N . Тим самим ми визначимо ймовірність того, що в елементарній коміріці спін одної із ґраток «перевернуто». Наприклад, у випадку підґратки спіну, направленої догори, маємо:

$$W_{\ominus}(\downarrow) \equiv \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{n}} \langle \hat{A}_{\mathbf{n}}^+ \hat{A}_{\mathbf{n}} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \left[\left(\frac{1}{2} + N_{\mathbf{k}} \right) \frac{\alpha(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})} - \frac{1}{2} \right]. \quad (22)$$

Легко побачити, що ця ймовірність відмінна від нуля навіть за абсолютного нуля, коли середнє число магнонів $N_{\mathbf{k}}$ дорівнює нулеві:

$$W_0(\downarrow) = \frac{1}{2N} \sum_{\mathbf{k}} \left[\frac{\alpha(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})} - 1 \right].$$

При $B=0$ и $ka \ll 1$

$$\frac{\alpha(\mathbf{k})}{\varepsilon(\mathbf{k})} \approx \sqrt{\frac{\gamma_0}{l_{11} + l_{12}}} \frac{1}{k},$$

тому

$$W_0(\downarrow) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma_0}{l_{11} + l_{12}}} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{k}.$$

Переходячи від сумування до інтегрування, маємо:

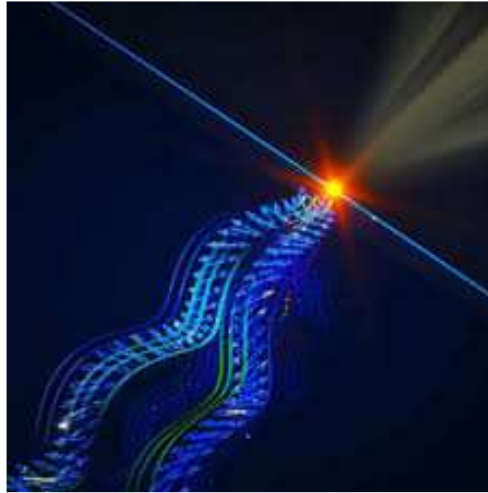
$$\frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{k} = \begin{cases} \frac{a^3}{2\pi^2} \int_0^{k_{\max}} k dk - 3D \\ \frac{a^2}{2\pi} \int_0^{k_{\max}} dk - 2D \\ \frac{a}{2\pi} \int_0^{k_{\max}} \frac{dk}{k} - 1D \end{cases}$$

Таким чином, для одновимірного кристала не існує впорядкованого стану намагнічення підґраток, оскільки в цьому випадку ймовірність $W_0(\downarrow)$ розходиться.

Приклад застосувань: Фізікам вдалося покерувати магнонами в антиферомагнетику!

Кванти спінових хвиль, магнони, ведуть до утворення нової області електроніки під назвою магноніка, замінюючи собою електрони як носіїв інформації. Групі фізиків з Нідерландів, Італії, Великобританії та України

вдалося поширити когерентні спінові хвилі в антиферомагнетику за допомогою ультракоротких лазерних імпульсів на терагерцових ($\sim 10^{12} \text{ c}^{-1}$) частотах. У статті, [опублікованій](#) у *Nature Physics* (*Nature Physics* v 17, pages 1001–1006 (2021)), вчені зазначають, що продемонстрований підхід дасть змогу зберігати і зчитувати інформацію набагато швидше та без обмежень, що накладаються використанням для магنونіки феромагнетиків.



Що таке магنونіка?

Попит на невеликі та при цьому потужні обчислювальні пристрої росте разом із обмеженнями масштабування звичної нам електроніки, тому за більш ефективними технологіями вчені звертаються до нових галузей наноелектроніки, а зокрема - магنونіки. Вона керується магнонами, які здатні замінити електрони *спінами* частинок. Історія вивчення колективних спінових збуджень у магнітовпорядкованих матеріалах, так званих спінових хвиль і пов'язаних з ними квазічастинок магنونів, [налічує](#) вже більше 60 років. Втім, довгий час магтони були лише зручним для математиків прийомом, яким було зручно описувати спонтанні намагнічування феромагнетиків - матеріалів, що здатні намагнітитися за невеликих температур і без зовнішнього магнітного поля, але втрачають свої властивості за критичної температури (точка Кюрі). Так перевернений спін рухається кристалом, де всі інші спіни дивляться в протилежну сторону, та змушує їх перевертатися у свою, утворюючи своєрідну хвилю. Ця хвиля, що перевертає спіни, і є магномом, який зменшує кількість правильно розташованих спінів і тим самим поступово знижує намагніченість речовини, поки та остаточно не зникне за критичної температури. З часом фізики навчилися створювати магтони і керувати їхнім станом, а з цим і з'явилася ідея використовувати їх для обробки, зберігання та передачі інформації. У магنونних приладах магтони стануть аналогами електронів, але, на відміну від останніх, підкорятимуться [статистиці](#) Бозе - Ейнштейна і, можливо, зможуть передавати інформацію без втрати енергії. Так магنونіка стала у ряд галузей, покликаних зробити технології ефективнішими, привертаючи увагу

дослідників ідеєю створення нового покоління функціональних пристроїв, керованих магнітним полем, в яких будуть використовуватися спінові хвилі.

Навіщо вченим антиферомагнетики?

Очевидно, що магнони як квазічастинки характерні саме для магнітних речовин. Залежно від поведінки у присутності магнітного поля майже всі речовини умовно можна розділити на чотири класи: діамагнетики, парамагнетики, феромагнетики і антиферомагнетики. Кількісною мірою такої класифікації є магнітна проникність. Її значення і у феромагнетиків і у антиферомагнетиків складає більше одиниці, однак орієнтація магнітних моментів у антиферомагнетику майже повністю компенсує створюване атомами в кристалі магнітне поле. Перші через такий «розклад» погано намагнічуються, а другим співнаправлена орієнтація магнітних моментів, навпаки, допомагає.

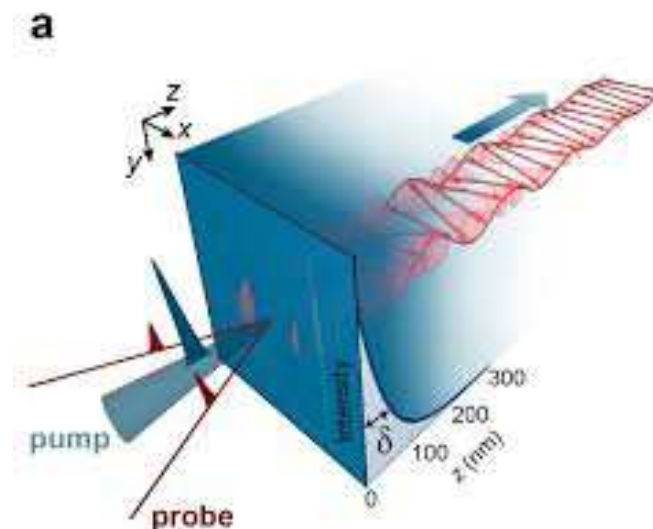
І здавалося б, для магноніки краще підійдуть феромагнетики, в яких легше маніпулювати магнітним порядком. Спінові хвилі можна створити, наприклад, за допомогою резонансу із зовнішнім змінним магнітним полем або за рахунок нагріву матеріалу. Втім, важливо пам'ятати, що антиферомагнітні матеріали «всередині» все ж магнітні, і напрямки їхніх упорядкованих спінів змінюється між окремими атомними вузлами. А отже якби інформація зберігалася б у магнонах антиферомагнетиків, вона була б нечутлива до зовнішніх магнітних полів, і магнітно не впливала б на своїх сусідів, незалежно від того, наскільки щільно елементи можуть бути розташовані в пристрої. Причому це можуть бути ізолятори, метали, напівметали, напівпровідники і навіть надпровідники, тоді як феромагнетики - це переважно метали, хоч і дуже поширені. Більш того, завдяки співнаправленій структурі спінового впорядкування, частота і швидкість поширення спінових хвиль в антиферомагнетику значно вища, ніж у аналогічному феромагнетику. Через це антиферомагнетики стали перспективною платформою для швидкої передачі інформації без розсіювання, однак залишається невирішеним питання, як виявляти та керувати магнонами у антиферомагнетиках. Цим і зайнялася група дослідників з Нідерландів, Італії, Великобританії та України за участі Бориса Іванова з Інституту магнетизму НАН та МОН України.

Що вдалося зробити в експерименті?

Звичайні методи збудження лінійних спінових хвиль зазвичай послуговуються змінними магнітними полями, однак спінові хвилі у антиферомагнетиках формуються у терагерцовому діапазоні, що робить традиційні джерела формування полів (наприклад, мікросмужкові лінії чи копланарні хвилеводи) непрактичними для використання в антиферомагнітних середовищах. Тож досі вдалося експериментально

реалізувати лише некогерентні, тобто неузгоджені спінові хвилі. Також, хоч властивості антиферомагнетиків вважаються придатними для магنونіки, непрямі спостереження перенесення інформації магнонами [показують](#), що вона обмежена лише кількома нанометрами. Розробка надшвидких нанорозмірних магنونних логічних схем вимагає нових інструментів і матеріалів для генерації когерентних спінових хвиль на якомога вищих частотах та на якомога коротших довжинах хвиль, однак досі про появу короткохвильових когерентних магنونів у антиферомагнетиках не повідомлялося. У своїй роботі фізикам вдалося змусити магнони когерентно поширюватися у ортофериті диспрозію (DyFeO_3) з використанням ультракоротких імпульсів світла на детектованих довжинах хвиль до 125 нанометрів та швидкостями до 13 кілометрів на секунду.

Ортоферит диспрозію являє собою антиферомагнітний ізолятор з *температурою Нееля* у 645 кельвінів, що демонструє одну з найсильніших спостережуваних взаємодій між спінами та лазерними імпульсами. В експериментах вчені використали пластину зразка товщиною у 60 мікрометрів, яку збуджували лазерними імпульсами тривалістю у сто фемтосекунд, енергія фотонів яких налаштовується в спектральному діапазоні 1,5 - 3,1 електронвольта. У цьому діапазоні глибина проникнення світла зменшується (від 300 до 50 нанометрів) і дає змогу визначити довжини хвиль збуджених магنونів. Динаміку поширених короткохвильових когерентних спінових хвиль фізики дослідили одночасно в двох геометріях: використовуючи ефект Фарадея і магнітооптичний ефект Керра з фемтосекундною роздільною здатністю. Ефект Фарадея «бачить» довгохвильові магнони, а короткохвильові спінові збудження можливо виявити лише за допомогою ефекту Керра.



Продемонстроване тут джерело когерентних короткохвильових спінових носіїв інформації відкриває нові перспективи для магنونіки на основі антиферомагнетиків у терагерцовому діапазоні, а самі по собі фазово-когерентні перенесення магنونів у антиферомагнетиках також цікаві і з

точки зору фундаментальної фізики, адже можуть стати джерелами виникнення таких екзотичних явищ, як магнітні солітони, конденсати Бозе-Ейнштейна і спінова надпровідність.