

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра фізики ядра та високих енергій імені О.І. Ахієзера

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної
роботи



Олександр ГОЛОВКО

2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Математична статистика та теорія ймовірностей

(назва навчальної дисципліни)

рівень вищої освіти	перший (бакалавр)
галузь знань	10 «Природничі науки»
спеціальність	105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
освітня програма	«Прикладна фізика», «Біомедичні нанотехнології»
спеціалізація	
вид дисципліни	обов'язкова
факультет	ННІ «Фізико-технічний факультет»

2022/2023 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою факультету (інституту, центру)
 “26” серпня 2022 року, протокол №8

Розробники програми: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади)
 доцент кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера,
 к.ф.-м.н. Пилип КУЗНЕЦОВ

Програму схвалено на засіданні кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера
 Протокол від “26” серпня 2022 року, протокол № 13

Завідувач кафедри фізики ядра та високих енергій імені О. І. Ахієзера



_____ Микола ШУЛЬГА
 (підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми Прикладна фізика
 (назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми

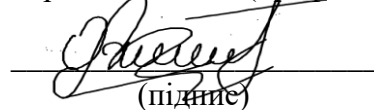


_____ (підпис)

Ігор ГІРКА
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми
Біомедичні нанотехнології
 (назва освітньої програми)

Гарант освітньої (професійної) програми



_____ (підпис)

Ольга ЖИТНЯКІВСЬКА
 (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією ННІ «Фізико-технічний факультет»
 (назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна)

Протокол від “30” серпня 2022 року, протокол №11

Голова методичної комісії фізико-технічного факультету



_____ (підпис)

Микола ЮНАКОВ
 (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програму навчальної дисципліни “Математична статистика та теорія ймовірностей” складено відповідно до освітньо-професійної програми підготовки першого рівня вищої освіти (бакалавр). Галузь знань: 10 – “Природничі науки”. Спеціальність: 105 – “Прикладна фізика та наноматеріали”. Освітня програма: «Прикладна фізика», «Медична фізика», «Біомедичні нанотехнології». При розробці Програми враховані вимоги Стандарту вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, галузі знань 10 – «Природничі науки», спеціальності 105 – «Прикладна фізика та наноматеріали», затвердженого наказом МОН України № 804 від 16.06.2020 р.

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання є формування у студентів базових теоретичних знань та практичних навичок розв’язання задач теорії ймовірностей та математичної статистики, застосування математичних методів для розв’язання практичних задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

- надання студентам базових теоретичних знань про властивості ймовірностей випадкових подій, закони розподілу випадкових величин, закон великих чисел, стохастичні процеси, статистичне опрацювання результатів експериментів;
- формувати вміння обирати методику і виконувати статистичне опрацювання результатів вимірювання фізичної величини, визначати чи забезпечить точність проведених вимірювань фізичної величини за заданих умов, одержувати надійні результати вимірювання;
- формувати вміння виконати математичне і статистичне опрацювання результатів експериментального дослідження, вміння оцінити достовірність результатів експериментального дослідження за заданих умов;
- формувати вміння використовувати програмні засоби для опрацювання результатів проведених педагогічних і фізичних досліджень.

Загальні компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення дисципліни «Математична статистика та теорія ймовірностей»:

- Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. **(ЗК-1)**
- Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел. **(ЗК-7)**
- Здатність працювати автономно. **(ЗК-9)**

Фахові компетентності, які мають бути засвоєні внаслідок вивчення дисципліни «Математична статистика та теорія ймовірностей»:

- Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем. **(СК-6)**
- Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності. **(СК-7)**
- Здатність виконувати обчислювальні експерименти, використовувати чисельні методи для розв’язування фізичних задач і моделювання фізичних систем **(СК-10)**

1.3. Кількість кредитів

4

1.4. Загальна кількість годин

120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни

Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
3-й	
Семестр	
6-й	
Лекції	
32 год.	
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	
Лабораторні заняття	
0 год.	
Самостійна робота	
56 год.	
Індивідуальні завдання	
2	

1.6. Заплановані результати навчання:

Знати:

- основні поняття теорії ймовірностей, зокрема випадкові події, означення та властивості ймовірностей;
- основні закони розподілу випадкових величин, зокрема розподілу дискретних та неперервних одновимірних та двовимірних випадкових величин, визначення їх числових та графічних характеристик;
- закон великих чисел та граничні теореми теорії ймовірностей;
- основні поняття математичної статистики, у тому числі вибірковий метод;
- про статистичний розподіл вибірки та числові і графічні характеристики;
- статистичні оцінки параметрів розподілу, довірчі інтервали для параметрів нормального розподілу;
- про статистичні гіпотези та алгоритми їх перевірки через непараметричні та параметричні критерії оцінки відмінностей.

Вміти:

- використовувати набуті теоретичні знання про властивості ймовірностей випадкових подій, закони розподілу випадкових величин, закон великих чисел, стохастичні процеси, статистичне опрацювання результатів експериментів у подальшому вивченні окремих розділів теоретичної, статистичної фізики;
- обирати математичні методи та ймовірнісні моделі, методичні прийоми статистичного аналізу для дослідження прикладних та практичних задач з фізики;
- обирати методiku і виконувати статистичне опрацювання результатів вимірювання фізичної величини, експериментального дослідження, статистично обґрунтовувати свої наукові і практичні висновки;
- оцінювати достовірність отриманих результатів;
- змістовно інтерпретувати результати статистичного опрацювання;

- використовувати програмні засоби для статистичного опрацювання результатів проведених досліджень;

Студенти мають досягти таких результатів навчання:

- Знати цілі сталого розвитку та можливості своєї професійної сфери для їх досягнення, в тому числі в Україні. **(Зн-2)**
- Розуміти закономірності розвитку прикладної фізики, її місце в розвитку техніки, технологій і суспільства, у тому числі в розв'язанні екологічних проблем. **(Зн-3)**
- Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів. **(Ум-1)**
- Застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій. **(Ум-3)**
- Оцінювати фінансові, матеріальні та інші витрати, пов'язані з реалізацією проектів у сфері прикладної фізики, соціальні, екологічні та інші потенційні наслідки реалізації проектів. **(Ком-4)**

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Вступ.

Предмет, мета, задачі та структура дисципліни. Роль і місце теорії ймовірності та математичної статистики в одержанні кількісних оцінок закономірностей у випадкових явищах та обробці даних спостережень і експериментів. Організація самостійної роботи студентів. Критерії оцінки знань.

Блок змістових модулів 1.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ

Змістовий модуль 1. Основні поняття теорії ймовірностей.

Елементи комбінаторики. Основні поняття і означення. Види випадкових подій (вірогідні, неможливі, несумісні, протилежні). Повна група подій. Елементарні та складені випадкові події. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Статистична ймовірність. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки. Залежні та незалежні випадкові події. Умовна ймовірність. Формули множення ймовірностей (для залежних і незалежних подій). Формула повної ймовірності. Теорема Байєса. Формула Бернуллі. Найімовірніше число появи випадкової події. Асимптотичні формули обчислення ймовірностей (локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа). Формула Пуассона для малоімовірних випадкових подій. Найпростіший потік подій.

Змістовий модуль 2. Одновимірні випадкові величини.

Означення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини, їх закони розподілу. Функція розподілу та її властивості.

Ряд розподілу, функція розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики дискретних випадкових величин (математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення) та їх властивості. Мода, медіана, початкові і центральні моменти. Ентропія та її властивості.

Щільність ймовірностей (диференціальна функція) і її властивості. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин. Числові характеристики неперервних випадкових величин. Щільність ймовірностей невідповідної функції випадкового аргументу.

Змістовий модуль 3. Багатовимірні випадкові величини.

Означення багатовимірної випадкової величини. Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин. Система двох дискретних випадкових величин та її числові характеристики. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості. Умовні закони

розподілу системи двох дискретних випадкових величин. Умовні числові характеристики. Щільність ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин. Числові характеристики системи двох неперервних випадкових величин. Умовні закони розподілу. Стохастична залежність. Двовимірний нормальний закон. Розподіл хі-квадрат. Розподіл Стюдента. Розподіл Фішера.

Змістовий модуль 4. Граничні теореми теорії ймовірності.

Закон великих чисел. Нерівність Чебишева та її значення. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі. Центральна гранична теорема (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.

Змістовний модуль 5. СРС.

Зміст СРС визначається контрольною роботою, яка відноситься до відповідного блока змістовних модулів та повідомляється студентам не пізніше 7 діб до її проведення.

Блок змістових модулів 2.

ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Змістовий модуль 6. Вибірковий метод.

Генеральна та вибіркова сукупності. Статистичні розподіли вибірок. Гістограма і полігон статистичних розподілів. Числові характеристики: вибіркова середня, дисперсія вибірки, середньоквадратичне відхилення, мода і медіана для дискретних та інтервальних статистичних розподілів вибірки, емпіричні початкові і центральні моменти, асиметрія та ексцес.

Змістовий модуль 7. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності.

Початкові статистичні оцінки (зміщені й незміщені, ефективні, обґрунтовані). виправлена дисперсія.

Процедури обробки вибірки великого та малого об'єму. Виділення похибок. Принцип найбільшої правдоподібності та точкові статистичні оцінки.

Елементи теорії кореляцій. Вирахування вибіркових характеристик залежності.

Інтервальні статистичні оцінки. Побудова довірчих інтервалів для оцінки математичного сподівання нормального розподілу за допомогою значення σ нормального розподілу.

Змістовий модуль 8. Статистичні гіпотези.

Статистична гіпотеза (нульова і альтернативна, проста і складна). Помилки першого і другого роду. Статистичний критерій, спостережене значення критерію. Загальна методика побудови правобічної, лівобічної та двобічної критичних областей. Критерій знаків. Перевірка правдивості статистичних гіпотез про рівність двох генеральних середніх та двох дисперсій нормальних генеральних сукупностей.

Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона.

Змістовий модуль 9. СРС.

Зміст СРС визначається курсовою роботою, яка відноситься до обох блоків змістовних модулів та повідомляється студентам не пізніше як за місяць до проведення зхисту.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Вступ												
Разом за Вступ	4	2				2						
Змістовий модуль 1. Основні поняття теорії ймовірностей.												
Разом за змістовим модулем 1	24	4	10			10						
Змістовий модуль 2. Одновимірні випадкові величини.												
Разом за змістовим модулем 2	22	8	6			8						
Змістовий модуль 3. Багатовимірні випадкові величини.												
Разом за змістовим модулем 3	16	4	4			8						
Змістовий модуль 4. Граничні теореми теорії ймовірності.												
Разом за змістовим модулем 4	10	4	2			4						
Змістовний модуль 5. СРС												
Разом за змістовим модулем 5	4					4						
Змістовий модуль 6. Вибірковий метод.												
Разом за змістовим модулем 6	8	2	2			4						
Змістовий модуль 7. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності.												
Разом за змістовим модулем 7	14	4	4			6						
Змістовий модуль 8. Статистичні гіпотези.												
Разом за змістовим модулем 8	14	4	4			6						
Змістовий модуль 9. СРС.												
Разом за змістовим модулем 9	4					4						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми аудиторних практичних занять

Тема 1. Елементи комбінаторики. Основні поняття і означення. - 2 години.

Тема 2. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Статистична ймовірність. – 2 години.

Тема 3. Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Теорема Байєса.– 2 години.

Тема 4. Формула Бернуллі. – 2 години.

Тема 5. Асимптотичні формули обчислення ймовірностей – 2 години.

Тема 6 Означення випадкової величини. Функція розподілу та її властивості. – 2 години.

Тема 7. Неперервні випадкові величини, їх закони розподілу.– 2 години.

Тема 8. Числові характеристики випадкових величин – 2 години.

Тема 9. Система двох випадкових величин та її числові характеристики.– 2 години.

Тема 10. Двовимірний нормальний закон.– 2 години.

Тема 11. Закон великих чисел. Нерівність Чебишева та її значення.- 2 години.

Тема 12. Генеральна та вибіркова сукупності. Статистичні розподіли вибірок.- 2 години.

Тема 13. Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності - 2 години.

Тема 14. Елементи теорії кореляцій. Вирахування вибіркових характеристик залежності.- 2 години.

Тема 15. Перевірка правдивості статистичних гіпотез - 2 години.

Тема 16. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона - 2 години.

5. Самостійна робота

Завдання для самостійної роботи представляють собою домашні завдання по кожній з тем практичних занять.

6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання передбачено у вигляді поточної контрольної роботи за першим блоком змістових модулів та у вигляді курсової роботи, захист якої проходить у вигляді доповіді наприкінці семестру.

Теми курсових робіт:

1. Випадкове блукання. Ймовірність розорення та середня тривалість гри з підкиданням монети.
2. Випадкове блукання. Принцип відображення. Закон арксинусу.
3. Ланцюги Маркова. Залежність іспитів за Марковим. Перехідні ймовірності. Теорема про перехідні ймовірності.
4. Мартингали. Деякі застосування до випадкового блукання.

5. Твірні функції. Факторіальні моменти. Мультиплікативна властивість. Теорема неперервності. Розгалужені процеси.
6. Характеристичні функції. Визначення та основні властивості. Формула обернення для характеристичної функції.
7. Багатовимірні характеристичні функції. Визначення та основні властивості. Формула обернення. Граничні теореми.
8. Методи розрахунку зведених характеристик вибірки. Метод добутків для обчислення вибіркового середнього та вибіркової дисперсії. Визначення відхилення емпіричного розподілу від нормального. Асиметрія та ексцес.
9. Статистичні критерії для перевірки складних гіпотез. Непараметричні критерії.
10. Одно-факторний дисперсійний аналіз.
11. Двох-факторний дисперсійний аналіз.
12. Моделювання випадкових величин методом Монте-Карло.
13. Випадкові функції випадкового аргументу. Властивості математичного сподівання та дисперсії. Кореляційна функція випадкової функції. Похідна та інтеграл випадкової функції. Їх властивості.
14. Стаціонарні випадкові функції. Кореляційні функції похідної та інтегралу стаціонарної випадкової функції. Визначення характеристик ергодичних стаціонарних функцій із експерименту.
15. Елементи спектральної теорії стаціонарних випадкових функцій. Стаціонарний білий шум. Перетворення стаціонарної випадкової функції стаціонарною лінійною динамічною системою.

7. Методи навчання

Лекційні заняття проводяться методом лекції та розповіді–бесіди. Задаються домашні завдання з розв'язування задач.

8. Методи контролю

Поточний контроль складається з:

- 1) активної участі в аудиторних заняттях – до 1 балу за заняття (ваговий бал – 10);
- 2) виконання домашніх завдань із розв'язування задач (ваговий бал – 15);
- 3) експрес-контроль протягом практичних занять (ваговий бал - 10);
- 4) контрольна робота (ваговий бал – 10);
- 5) курсова робота (ваговий бал – 15);

Підсумковий контроль проводиться в формі заліку (ваговий бал – 40). До складання заліку допускають студентів, які набрали протягом семестру не менше 10 балів.

Залікове завдання: білет містить одне теоретичне питання (ваговий бал – 10) та дві задачі (ваговий бал – 20).

Число балів, які студент отримав на заліку, є сумою балів, що були отримані за кожне завдання з залікового білету плюс бали за додаткові запитання (ваговий бал – 10).

Кінцева оцінка виставляється за сумою балів поточного та підсумкового контролю за шкалою що наведена нижче.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	

50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

9. Запитання до екзамену

1. Елементи комбінаторики. Основні поняття і означення. Види випадкових подій (вірогідні, неможливі, несумісні, протилежні).
2. Повна група подій. Елементарні та складені випадкові події. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Статистична ймовірність.
3. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки. Залежні та незалежні випадкові події. Умовна ймовірність.
4. Формули множення ймовірностей (для залежних і незалежних подій). Формула повної ймовірності. Теорема Байеса.
5. Формула Бернуллі. Найімовірніше число появи випадкової події.
6. Асимптотичні формули обчислення ймовірностей в схемі Бернуллі (локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа).
7. Формула Пуассона для малої ймовірних випадкових подій. Найпростіший потік подій.
8. Означення випадкової величини. Дискретні та неперервні випадкові величини, їх закони розподілу. Функція розподілу та її властивості.
9. Ряд розподілу, функція розподілу дискретної випадкової величини. Числові характеристики дискретних випадкових величин (математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення) та їх властивості. Мода, медіана, початкові і центральні моменти.
10. Ентропія та її властивості.
11. Щільність ймовірностей (диференціальна функція) і її властивості. Основні закони розподілу неперервних випадкових величин. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
12. Щільність ймовірностей невідповідної функції випадкового аргументу.
13. Означення багатовимірної випадкової величини. Функція розподілу ймовірностей системи двох випадкових величин.
14. Система двох дискретних випадкових величин та її числові характеристики. Кореляційний момент. Коефіцієнт кореляції та його властивості.
15. Умовні закони розподілу системи двох дискретних випадкових величин. Умовні числові характеристики.
16. Щільність ймовірностей системи двох неперервних випадкових величин. Числові характеристики системи двох неперервних випадкових величин.
17. Умовні закони розподілу неперервних випадкових величин. Стохастична залежність.
18. Двовимірний нормальний закон.
19. Розподіл χ^2 -квадрат. Розподіл Стюдента. Розподіл Фішера.
20. Закон великих чисел. Нерівність Чебишева та її значення. Теорема Чебишева.
21. Теорема Бернуллі. Центральна гранична теорема (теорема Ляпунова) та її використання у математичній статистиці.

22. Генеральна та вибіркова сукупності. Статистичні розподіли вибірок. Гістограма і полігон статистичних розподілів.
23. Числові характеристики: вибіркова середня, дисперсія вибірки, середньоквадратичне відхилення, мода і медіана для дискретних та інтервальних статистичних розподілів вибірки, емпіричні початкові і центральні моменти, асиметрія та ексцес.
24. Початкові статистичні оцінки (зміщені й незміщені, ефективні, обґрунтовані). виправлена дисперсія.
25. Процедури обробки вибірки великого та малого об'єму. Виділення похибок. Принцип найбільшої правдоподібності та точкові статистичні оцінки.
26. Елементи теорії кореляцій. Вирахування вибірових характеристик залежності.
27. Інтервальні статистичні оцінки. Побудова довірчих інтервалів для оцінки математичного сподівання нормального розподілу за допомогою значення σ нормального розподілу.
28. Статистична гіпотеза (нульова і альтернативна, проста і складна). Помилки першого і другого роду. Статистичний критерій, спостережене значення критерію. Загальна методика побудови правобічної, лівобічної та двобічної критичних областей.
29. Критерій знаків. Перевірка правдивості статистичних гіпотез про рівність двох генеральних середніх та двох дисперсії нормальних генеральних сукупностей.
30. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності. Критерій узгодженості Пірсона.

10. Рекомендоване методичне забезпечення

Основна література

1. Огірко О. І., Галайко Н. В. «Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник» / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.
2. Кармелюк Г.І. «Теорія ймовірностей та математична статистика: посібник з розв'язування задач» : навч. посібник – К.: Центр учбової літератури, 2007 – 576 с.
3. Ronald E. Walpole et al. «Probability & statistics for engineers & scientists» — 9th ed. – Pearson, Boston, 2011 – 791 p.
4. F.M. Dekking et al. “A modern introduction to probability and statistics: understanding why and how” Springer-Verlag London Limited 2005 – 486 p.

Допоміжна література

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. «Теорія ймовірностей та математична статистика.» 5-те видання. — Київ: Центр учбової літератури, 2010. — 424 с.
2. Медведєв М.Г., Пашенко І.О. «Теорія ймовірностей та математична статистика.» Підручник. — К.: Вид-во «Ліра-К», 2008. — 536 с.
3. Morris H. DeGroot, Mark J. Schervish. “Probability and statistics” —4th ed. – Pearson, Boston, 2012 – 911 p.
4. Sheldon Ross “A first course in probability” — 8th ed. Person, New Jersey, 2010 – 530 p.
5. David Diez, Mine Cetinkaya-Rundel, Christopher D Barr “OpenIntro Statistics” - Fourth Edition 2019 – 422 p.

Інформаційні ресурси

1. Веб-ресурси кафедри, мережа інтернет.
2. Бібліотека ХНУ імені В.Н. Каразіна.