

**Варианты решения задач III тура Всеукраинской олимпиады по физике
среди старшеклассников Харьковской области (2009 г.)**

Решения задач для 9 класса

1. Эскалатор метро движется со скоростью v . Пассажир заходит на эскалатор и начинает идти по его ступенькам следующим образом: делает шаг на одну ступеньку вперёд и два шага по ступенькам назад. При этом он добирается до другого конца эскалатора за время t_1 . Через какое время пассажир добрался бы до конца эскалатора, если бы шёл другим способом: делал два шага вперёд и один шаг назад? Скорость пассажира относительно эскалатора при движении вперёд и назад одинакова и равна u . Считайте, что размеры ступеньки много меньше длины эскалатора.

Решение:

Пусть один шаг занимает время τ . Тогда при варианте движения «один шаг вперёд и два шага назад» за время 3τ пассажир смещается относительно земли на $S_1 = 3\tau v - \tau u$. Средняя скорость движения

пассажира $v_{cp1} = \frac{S_1}{3\tau} = \frac{L}{t_1}$, где L длина эскалатора. Отсюда $L = \frac{3v - u}{3} t_1$. Из этой формулы видно, что

при $u \geq 3v$ пассажир не сможет достичь противоположного конца эскалатора. При варианте движения «два шага вперёд и один шаг назад» за время 3τ пассажир смещается относительно земли на

$S_2 = 3\tau v + \tau u$. Аналогично предыдущему случаю, $v_{cp2} = \frac{S_2}{3\tau} = \frac{L}{t_2}$, где t_2 - искомое время. С учетом

выражения для L получаем: $t_2 = \frac{3v - u}{3v + u} t_1$.

Ответ: $t_2 = \frac{3v - u}{3v + u} t_1$

2. Сплошной шарик из алюминия диаметром $d = 1$ см бросили в 50%-ный раствор азотной кислоты. В данных условиях с одного квадратного сантиметра поверхности растворяется 10 г алюминия в час. Через какое время шарик полностью растворится в кислоте? Плотность алюминия $\rho = 2,7$ г/см³.

Решение:

Рассмотрим процесс коррозии. Пусть в некоторый момент времени шарик имел радиус R и площадь поверхности S , и пусть за маленький промежуток времени Δt радиус шарика вследствие коррозии уменьшился на величину ΔR . Тогда объём растворённого за это время алюминия будет равен $S \cdot \Delta R$, его масса составляет $\rho \cdot S \cdot \Delta R$. С другой стороны, масса растворённого за время Δt алюминия равна $G \cdot S \cdot \Delta t$, где $G = 10$ г/(см² · ч) - количество граммов металла, растворяющегося за один час с одного квадратного сантиметра поверхности. Приравняем полученные выражения: $\rho \cdot S \cdot \Delta R = G \cdot S \cdot \Delta t$.

Отсюда скорость уменьшения радиуса шарика: $\frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{G}{\rho}$. Мы видим, что радиус шарика уменьшается с

постоянной скоростью. Теперь можно получить ответ задачи. Ясно, что шарик растворится полностью тогда, когда изменение его радиуса ΔR станет равно половине его начального диаметра. Тогда из

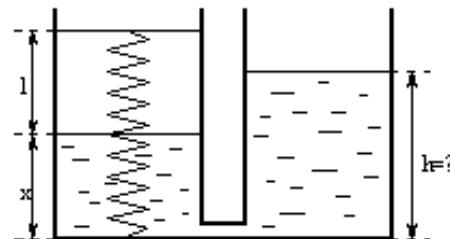
последней формулы получаем: $T = \frac{\rho d}{2G} = 13500$ часов.

Ответ: $T = \frac{\rho d}{2G} = 13500$

3. Имеются два сообщающихся цилиндрических сосуда. Левый сосуд заполнен льдом, в который заморожена недеформированная пружина жесткостью $k = 2.5 \text{ кН/м}$. Один конец пружины прикреплен ко дну сосуда, а другой находится на уровне границы льда с воздухом (рис. 1). В другой сосуд залили горячую воду. Лед в левом сосуде начинает таять снизу горизонтальными слоями, при этом образовавшийся "ледяной поршень" плотно прилегает к боковым стенкам сосуда и без трения может скользить в цилиндре. Начальная толщина льда $L = 1 \text{ м}$, уровень воды в правом сосуде $H = 70 \text{ см}$. Какой уровень воды h будет в правом сосуде, когда толщина льда станет $l = 50 \text{ см}$? Оба сосуда имеют одинаковую площадь сечения, равную $S = 0.5 \text{ м}^2$, и расположены на одной высоте. Плотность воды $\rho_B = 1000 \text{ кг/м}^3$, льда $\rho_L = 900 \text{ кг/м}^3$.

Решение:

Пусть толщина слоя воды в левом сосуде равна x , а изменение толщины льда равно $y = L - l = 50 \text{ см}$ (см. рис.).



Из сохранения общей массы воды и льда:

$$(h + x)\rho_B S = H\rho_B S + y\rho_L S \quad (1)$$

Жесткость отдельного участка пружины обратно пропорциональна его длине, поэтому жесткость свободной части пружины будет равна $K = kL/y$. Сила давления воды снизу на ледяной поршень компенсирует силу тяжести, силу атмосферного давления сверху и силу со стороны пружины:

$$p_1 S = \rho_L g(L - y)S + p_A S + K(x - y), \quad (2)$$

где p_1 давление непосредственно под поршнем, p_A - атмосферное давление. Из равенства давлений внизу обоих сосудов:

$$p_1 + \rho_B g x = p_A + \rho_B g h. \quad (3)$$

Подставляя p_1 из (3), а также x из (1) в (2), получаем:

$$2h - H - y \frac{\rho_L}{\rho_B} = \frac{\rho_L}{\rho_B} (L - y) + \frac{kL}{g\rho_B S y} \left(H + y \left(\frac{\rho_L}{\rho_B} - 1 \right) - h \right).$$

Подставляя численные данные и решая линейное уравнение на h , получаем $h = 75 \text{ см}$.

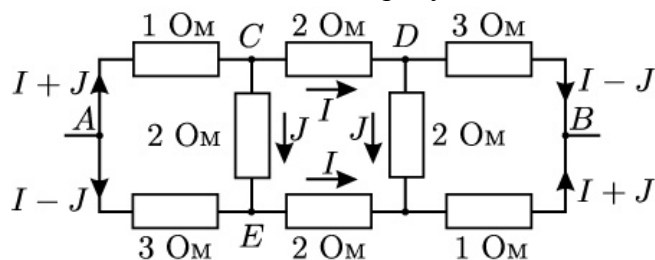
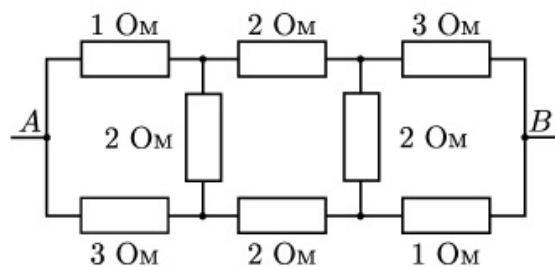
Ответ: $h = 75 \text{ см}$

4. Определите общее сопротивление между точками А и В цепи, изображенной на рис. 2

Решение:

Заметим, что рассматриваемая схема симметрична и переходит сама в себя при последовательном отражении относительно вертикальной и затем горизонтальной осей чертежа. Следовательно, токи, текущие через горизонтально расположенные резисторы с сопротивлениями 2 Ома,

одинаковы (обозначим эти токи через I). По этой же причине одинаковы токи, текущие через вертикально расположенные резисторы с сопротивлениями 2 Ома (обозначим их через J). Тогда распределение токов в схеме будет таким, как показано на рисунке.



Обозначим напряжение между точками А и В через U_0 . Тогда из закона Ома для участка цепи получим:

Варианты решения задач III тура Всеукраинской олимпиады по физике (2009 г.) среди старшеклассников Харьковской области. Олимпиада состоялась 7 февраля 2009 года в Харьковском национальном университете на базе физико-технического факультета. Адрес: ХНУ имени В.Н.Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61077. <http://www-htuni.univer.kharkov.ua>

$$1 \text{ Ом} \cdot (I + J) + 2 \text{ Ом} \cdot J = 3 \text{ Ом} \cdot (I - J) \text{ для участка } ACE$$

$$1 \text{ Ом} \cdot (I + J) + 2 \text{ Ом} \cdot I = 3 \text{ Ом} \cdot (I - J) = U_0 \text{ для участка } ACDB$$

Отсюда $J = \frac{I}{3}$, $I = \frac{3U_0}{16}$, и искомое общее сопротивление цепи $R = \frac{U_0}{2I} = \frac{8}{3} \text{ Ом}$.

Ответ: $R = \frac{U_0}{2I} = \frac{8}{3} \text{ Ом}$.

5. В системе, изображённой на рис. 3, тело массой M может скользить без трения по горизонтальной плоскости. Коэффициент трения между телами M и m равен μ . Найдите ускорение a тела M . Массами блоков и нерастяжимой нити пренебречь. Ускорение свободного падения равно g .

Решение:

Из условия задачи ясно, что оба тела должны двигаться. Проведём координатные оси X и Y так, как указано на рисунке, и рассмотрим силы, действующие на тела в данной системе.

На тело массой t действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити \vec{T}_1 , направленная вверх и равная по величине T , сила реакции \vec{N}_1 со стороны тела массой M и сила трения \vec{F}_{TP} . Тогда второй закон Ньютона для тела t можно записать так:

$$m\vec{a}_1 = m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_{TP}$$

На тело массой M действуют: сила тяжести $M\vec{g}$, сила реакции со стороны горизонтальной плоскости \vec{N}_2 , сила натяжения нити $-\vec{T}_1$, направленная вниз и равная по величине T , сила трения $-\vec{F}_{TP}$, две силы натяжения нити \vec{T}_2 , направленные вправо и равные по величине T , и сила реакции $-\vec{N}_1$ со стороны тела массой t . Второй закон Ньютона для тела M имеет вид:

$$M\vec{a}_2 = m\vec{g} + \vec{N}_2 + (-\vec{T}_1) + (-\vec{F}_{TP}) + 2\vec{T}_2 + (-\vec{N}_1).$$

Запишем векторные уравнения второго закона Ньютона для тел в проекциях на координатные оси с учётом того, что оба тела движутся вдоль оси X с одинаковым ускорением a :

$$ma_{1x} = N_1 = ma; \quad Ma_{2x} = 2T + (-N_1) = Ma;$$

$$ma_{1y} = -mg + T + F_{TP}; \quad Ma_{2y} = -Mg + N_2 + (-T) + (-F_{TP}) = 0$$

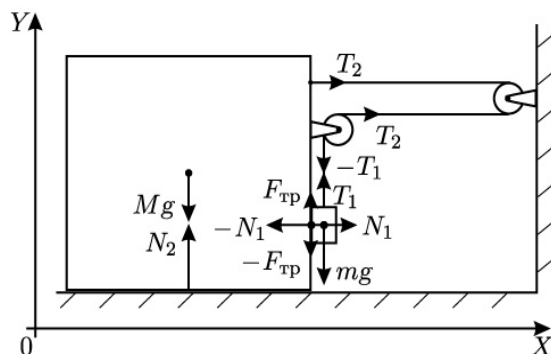
Складывая два верхних уравнения, получим: $ta + Ma = 2T$, и $N_1 = ma = \frac{2m}{m+M}T$

Поскольку тело t скользит по телу M , то сила трения $F_{TP} = \mu N_1$, откуда

$$ma_{1y} = -mg + T + \mu \frac{2m}{m+M}T$$

Так как нить нерастяжима, то величина смещения тела t по вертикали будет вдвое больше, чем смещение обоих тел в горизонтальном направлении, а значит, вертикальная составляющая ускорения тела t по величине также вдвое больше горизонтальной составляющей.

Следовательно, $a_{1y} = -2a$, и



Варианты решения задач III тура Всеукраинской олимпиады по физике (2009 г.) среди старшеклассников Харьковской области. Олимпиада состоялась 7 февраля 2009 года в Харьковском национальном университете на базе физико-технического факультета. Адрес: ХНУ имени В.Н.Каразина, пл. Свободы, 4, Харьков, 61077. <http://www-htuni.univer.kharkov.ua>

$$ma_{1y} = -2ma = -\frac{4m}{m+M}T = T - mg + \mu\frac{2m}{m+M}T.$$

Отсюда находим силу натяжения нити T :

$$T = \frac{m+M}{M+(5+2\mu)m}mg$$

и для ускорения тела M получаем

$$a = \frac{2T}{m+M} = \frac{2mg}{M+(5+2\mu)m}$$

Ответ: $a = \frac{2T}{m+M} = \frac{2mg}{M+(5+2\mu)m}$