

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Н. КАРАЗИНА

На правах рукописи

ТРЕТЬЯК КРАСИМИР КОНСТАНТИНОВИЧ

УДК 533.951

**НАГРЕВ И ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ
ТОРОИДАЛЬНЫХ ЛОВУШЕК
КОРОТКОВОЛНОВЫМИ
ВЫСОКОЧАСТОТНЫМИ ПОЛЯМИ**

Специальность 01.04.08 —

«Физика плазмы»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Греков Дмитрий Леонидович

Харьков – 2017

Содержание

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ	6
Раздел 1. ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГ- НИТНЫХ ВОЛН ПРИ НАГРЕВЕ И ДИАГНОСТИКЕ ПЛАЗ- МЫ	14
1.1 Особенности высокочастотного нагрева тороидальной плаз- мы в области ионных циклотронных частот	14
1.2 Параметры торсатрона «Ураган-3М»	24
1.3 Применение приближения геометрической оптики для ис- следования распространения волн в неоднородных средах	29
1.4 Основные положения рефлектометрии плазмы	30
1.5 Применение интегральных уравнений в прикладных зада- чах диагностики плазмы	39
Раздел 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЧ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ В ТОР- САТРОНЕ «УРАГАН-3М» В ОБЛАСТИ ИОННЫХ ЦИКЛО- ТРОННЫХ ЧАСТОТ	42
2.1 Анализ ВЧ нагрева плазмы в торсатроне «Ураган-3М» с ис- пользованием трехполувитковой антенны	42
2.2 Исследование распространения МВ методом лучевых траек- торий в неоднородной плазме торсатрона «Ураган-3М» . .	55
2.3 Результаты расчетов распространения и МВ в плазме тор- сатрона «Ураган-3М» и их анализ	59
2.4 Выводы	71
Раздел 3. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ ПО ДАНЫМ ДИАГНОСТИК	73

3.1	Постановка задачи	73
3.2	Решение интегрального уравнения с ядром типа K_I	75
3.3	Решение интегрального уравнения с ядром типа K_{II}	80
3.4	Использование итерационного метода для восстановления модельного профиля плотности плазмы	85
3.5	Выводы	92
Раздел 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ РЕФЛЕКТОМЕТРИИ В ТОРСАТРОНЕ «УРАГАН-2М»		
4.1	Особенности использования СВЧ рефлектометра с фиксированным набором частот	93
4.1.1	Параметры СВЧ рефлектометра	96
4.1.2	О возможности использования в измерениях набора фиксированных частот	99
4.2	Анализ влияния смещения плазменного шнура и шумового излучения из плазмы на точность измерений	100
4.3	Восстановление профиля плотности по измерениям набега фазы O- и X- волны	102
4.4	Тестирование алгоритмов обработки данных и анализ устойчивости по отношению к ошибкам измерений	104
4.5	Выводы	108
Раздел 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ПОЛОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СФЕРИЧЕСКОМ ТОКАМАКЕ МЕТОДОМ ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ РЕФЛЕКТОМЕТРИИ		
5.1	Многоканальный узкополосный рефлектометр	110
5.2	Результаты восстановления модельного профиля полоидального магнитного поля в сферическом токамаке	117
5.3	Выводы	121

ВЫВОДЫ	123
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	127

СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ

УТС	Управляемый термоядерный синтез
ВЧ	Высокочастотный
СВЧ	Сверхвысокочастотный
СТ	Сферический токамак (тор)
АР	Альфвеновский резонанс
АВ	Альфвеновская волна
БВ	Быстрая волна
БМЗВ	Быстрая магнитозвуковая волна
МВ	Медленная волна
ИЦН	Ионный циклотронный резонанс
ЭЦН	Электронный циклотронный нагрев
НГН	Нижний гибридный нагрев
РА	Рамочная антенна
ТПВА	Трехполувитковая антенна
СПМ	Спектральная плотность мощности
ВКБ	Метод Вентцеля - Крамерса - Бриллюэна
УКИ	Ультракороткий импульс
О- волна	Обыкновенная волна
Х- волна	Необыкновенная волна
ИУ	Интегральное уравнение
СИУ	Сингулярное интегральное уравнение

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию нагрева и диагностики плазмы в современных тороидальных ловушках коротковолновыми высокочастотными полями. Длина волны таких полей в плазме значительно меньше характерных масштабов неоднородности параметров плазмы. Актуальность темы диссертации определяется тем, что нагрев плазмы высокочастотными (ВЧ) электромагнитными волнами, наряду с нагревом пучками нейтральных атомов, широко применяется в исследованиях по управляемому термоядерному синтезу (УТС) в системах с магнитным удержанием плазмы. Одним из хорошо исследованных и широко используемых методов нагрева является ионный циклотронный нагрев (ИЦН) плазмы с помощью быстрых магнитозвуковых волн, который успешно применяется на крупнейших термоядерных установках, таких как токамаки JET (Калхэм, Великобритания), ASDEX-Upgrade (Гархинг, Германия), NSTX-U (Принстон, США), стелларатор LHD (Токи, Япония). В ближайшее время его планируют использовать на крупнейшем стеллараторе Wendelstein 7-X (Грайфсвальд, Германия). Этот метод традиционно применяется для создания и нагрева плазмы на торсатронах «Ураган» (Харьков, Украина). Ввод ВЧ энергии в плазму торсатронов осуществляется с помощью рамочной неэкранированной антенны (также называемой Nagoya Type-III), которая была предложена и разработана сотрудником УФТИ О.М. Швецом. Изучение ИЦН плазмы с применением рамочной антенны в установке «Ураган-3М» проводилось ранее с применением модели одномерно неоднородного плазменного цилиндра. При этом влияние сложной трехмерной геометрии торсатрона на распространение и поглощение волн в плазме не учитывалось. Невыясненной была и роль непосредственно возбуждаемой антенной медленной волны в нагреве плазмы.

Проведенное в диссертации исследование этих вопросов является актуальным еще и по той причине, что коротковолновая медленная мода играет важную роль в ICWC (Ion cyclotron wall conditioning – межимпульсный высокочастотный разряд для чистки камеры), который является эффективным инструментом оптимизации основного разряда путем удаления примесей со стенок камеры.

Наряду с созданием и нагревом плазмы, столь же важным является вопрос об определении параметров плазмы. Практически на всех тороидальных установках с магнитным удержанием плазмы сейчас применяются диагностики, основанные на взаимодействии электромагнитных волн сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона с плазмой. Это прежде всего, рефлектометрия, то есть определение параметров плазмы с помощью отраженных волн. Рефлектометрия с использованием обыкновенной волны широко применяется как для определения профиля плотности плазмы, так и для исследования флуктуаций плотности плазмы. Для этого метода диагностики хорошо развита инструментальная база и методы обработки данных измерений. Однако, потенциал рефлектометрии используется далеко не в полной мере. В частности, практически не применяется рефлектометрия с использованием необыкновенной волны. Показатель преломления этой волны зависит не только от плотности плазмы, но и от величины удерживающего магнитного поля. Как следствие, данные измерений связаны с распределением параметров плазмы нелинейным интегральным уравнением, которое не имеет аналитического решения. Это затрудняет восстановление параметров плазмы по данным измерений. Для решения этой задачи в диссертации разработаны новые итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений для обыкновенной и необыкновенной волн. Эти алгоритмы позволяют использовать оба типа волн в рефлектометрии плазмы и предложить новые методы диагностики, основанные на одновременном использовании обыкновенной

и необыкновенной волны. Разработка таких диагностик для стеллараторов и сферических токамаков является весьма актуальной, поскольку как стеллараторы, так и сферические торы рассматриваются в качестве перспективной системы для демонстрационного реактора ДЕМО.

Связь работы с научными программами, планами, темами. Диссертация выполнена на кафедре прикладной физики и физики плазмы физико-технического факультета Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина МОН Украины и в теоретическом отделе Института физики плазмы Национального научного центра «Харьковский физико-технический институт» НАН Украины. Исследования, материалы которых содержатся в диссертационной работе, являются частью фундаментальной научно-исследовательской работы, которая выполнялась по государственным темам: «Теорія утримання і нагрівання плазми в магнітних пастках керованого термоядерного синтезу і у високочастотних розрядах пристроїв плазмових технологій» (номер государственной регистрации 0111U006907), «Теорія взаємодії електромагнітних полів з плазмою та явищ переносу в тороїдальній, неідеальній та заряджених плазмах» (номер государственной регистрации 0116U001991), «Удосконалення нових методів надвисокочастотної діагностики плазми, заснованих на використанні двохполяризаційної інтерферометрії та багаточастотної рефлектометрії» (номер государственной регистрации 0113U006195), «Діагностичне забезпечення виконання програми досліджень нагріву та утримання плазми на стеллараторах Ураган-2М та Ураган-3М» (номер государственной регистрации 0115U003831), «Поширення ґрід-технологій для розрахунків з фізики плазми та створення віртуальної організації Plasma» (номер государственной регистрации 0113U002957).

Целью настоящей работы является исследование влияния трехмерной неоднородности параметров плазмы на распространение и

поглощение коротковолновых электромагнитных полей в плазме и разработка новых методов диагностики плазмы высокочастотными полями, основанных на одновременном использовании обыкновенной и необыкновенной волн.

Для достижения этой цели необходимо было решить следующие задачи:

1. исследовать особенности высокочастотного нагрева плазмы торсатрона «Ураган-3М» в области ионно-циклотронных частот с учетом влияния трехмерной конфигурации плазменного шнура на распределение электромагнитных полей в плазме;
2. разработать специальные итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений для обыкновенной и необыкновенной волн;
3. определить перспективы применения двухполяризационной рефлектометрии в торсатроне «Ураган-2М»;
4. изучить возможность использования двухполяризационной рефлектометрии для восстановления профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках.

Объектом исследования являются распределения внешних высокочастотных электромагнитных полей в тороидальных магнитных ловушках.

Предметом исследования является распространение и поглощение коротковолновых электромагнитных полей в стеллараторах и токамаках.

Методы исследования. Для достижения поставленной цели использованы как аналитические, так и численные методы. С помощью метода лучевых траекторий исследованы особенности распространения и поглощения медленной волны в торсатроне «Ураган-3М». Приближение геометрической оптики применялось при выводе интегральных урав-

нений, которые связывают сдвиг фазы зондирующих волн с распределением параметров плазмы. Для решения этих интегральных уравнения применен оригинальный итерационный алгоритм. Использование приближенных методов решения уравнений Максвелла позволило дать качественный анализ процессов, происходящих при нагреве плазмы торсатрона высокочастотными полями.

Научная новизна полученных результатов заключается в том, что:

1. впервые показано определяющее влияние трехмерной неоднородности параметров плазмы торсатрона «Ураган-3М» на распространение и поглощение быстрой волны; установлено, что пространственная близость зон альфвеновского и циклотронного резонансов приводит к изменению поляризации быстрой волны в области циклотронного резонанса; следствием этого является циклотронное поглощение быстрой волны на ионах, что подтверждено экспериментально;
2. впервые выяснено, что медленная волна распространяется только на периферии плазменного шнура торсатрона «Ураган-3М»; показано, что вся мощность, излучаемая рамочной антенной посредством медленной волны, поглощается вблизи антенны за счет затухания Ландау на электронах и столкновительного затухания;
3. разработаны итерационные алгоритмы численного решения интегральных уравнений, которые связывают сдвиги фаз зондирующих плазму обыкновенной и необыкновенной волн с пространственными распределениями параметров плазмы;
4. показано, что применение двухполяризационной рефлектометрии для определения профиля плотности плазмы в торсатроне «Ураган-2М» существенно расширяет диапазон измеряемых плот-

ностей при использовании многоканального рефлектометра с фиксированным набором частот;

5. предложен и теоретически обоснован новый метод измерения профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках, в котором для зондирования плазмы одновременно используются обыкновенная и необыкновенная волны.

Практическое значение полученных результатов. Практическая ценность проведенного в диссертации исследования определяется тем, что полученные путем численного моделирования данные о распространении медленной волны и расположении зон альфвеновского резонанса применялись для анализа результатов экспериментов по ВЧ нагреву тороидальной плазмы в области ионно-циклотронных частот на установке «Ураган-3М». Полученные в диссертации результаты исследования прояснили ряд вопросов, связанных с влиянием трехмерной конфигурации параметров плазмы на ее нагрев в торсатроне «Ураган-3М» с помощью рамочной и трехполувитковой антенн. Разработанный и созданный автором модульный лучевой код может быть применен для расчетов распространения и поглощения коротковолновых полей в других тороидальных термоядерных ловушках. Предложены новые методы диагностики плазмы, основанные на использовании двухполяризационной рефлектометрии. Разработаны эффективные итерационные алгоритмы, которые могут применяться для решения обратных задач диагностики плазмы.

Личный вклад. Все результаты, вошедшие в диссертацию, получены при непосредственном участии автора. Личный вклад соискателя во всех опубликованных работах [1–11] заключается в решении сформулированных задач, проведении численных расчетов и компьютерного моделирования, анализе литературных источников, совместном с соав-

торами анализе полученных результатов, их подготовке к публикации, написании статей и презентации докладов по теме диссертации.

В работах [1, 6] соискатель принял непосредственное участие в исследовании высокочастотного нагрева тороидальной плазмы в области ионно-циклотронных частот на установке «Ураган-3М» и провел расчеты положения альфвеновских резонансов, областей распространения быстрой магнитозвуковой и быстрой альфвеновской волн, областей ионного циклотронного резонанса.

Работа [2] выполнена без соавторов, соискателем лично разработаны специальные итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений для обыкновенной и необыкновенной волны, проведены численные расчеты.

В работах [3, 7] соискателем впервые исследован новый метод определения профиля полоидального магнитного поля для сферических токамаков, основанный на одновременном использовании как обыкновенной, так и необыкновенной волн.

В работах [4, 8, 9] соискатель принял непосредственное участие в исследовании метода двухполяризационной рефлектометрии для определения профиля плотности плазмы в торсатроне «Ураган-2М» и лично провел компьютерное моделирование.

В работах [5, 10, 11] соискатель лично разрабатывал модульный лучевой код и проводил компьютерное моделирование распространения и поглощения медленной волны в тороидальной плазме торсатрона «Ураган-3М» в ионном циклотронном диапазоне частот.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертационной работы были представлены, докладывались и обсуждались на шести международных и национальных конференциях, летних школах:

- Ukrainian Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kiev, Ukraine, 24-25 September, 2013);
- 26th Symposium on Plasma Physics and Technology (Prague, Czech Republic, 16-19 June, 2014);
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkiv, Ukraine, 15-18 September, 2014);
- Ukrainian Conference on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kiev, Ukraine, 22-23 September, 2015) ;
- 13th Kudowa Summer School “Towards Fusion Energy” (Kudowa-Zdrój, Poland, 13-17 June, 2016);
- International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkiv, Ukraine, 12-15 September, 2016).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 5 статей в научных изданиях, которые удовлетворяют требованиям ДАК МОН Украины к публикациям. Из них 1 статья [5] опубликована в специализированном профессиональном научном издании Украины, и 4 статьи [1–4] опубликованы в специализированных научных изданиях иностранных государств, которые включены в международную наукометрическую базу Scopus. 6 работ опубликовано в сборниках научных трудов, в материалах и тезисах докладов на научных конференциях и летних школах [6–11].

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти разделов основного текста с 48 рисунками, выводов и списка использованной литературы из 171 наименований. Полный объем диссертации составляет 147 страниц, в том числе список литературных источников занимает 21 страницу.

Раздел 1. ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ НАГРЕВЕ И ДИАГНОСТИКЕ ПЛАЗМЫ

Математическое моделирование физических процессов является важным инструментом в научных, технических и технологических исследованиях [12]. С помощью численного моделирования можно провести качественный и, зачастую, количественный анализ физических процессов, описываемых сложными математическими моделями. Важную роль играет математическое моделирование и при сопоставлении результатов теории и эксперимента.

1.1. Особенности высокочастотного нагрева тороидальной плазмы в области ионных циклотронных частот

Нагрев плазмы с помощью электромагнитных волн в области ионных циклотронных частот $\omega \sim \omega_{ci}$, также как и электронный циклотронный нагрев, в настоящее время эффективно используется для получения горячей плазмы в современных термоядерных ловушках. Исследованию нагрева плазмы с помощью быстрых магнитозвуковых волн (БМЗВ), альфвеновских волн (АВ), медленных волн (МВ) и ионных бернштейновских волн (ИБВ) посвящено много обзорных и теоретических работ [13–19], в которых освещается обширный комплекс вопросов, связанных с возбуждением и распространением этих волн в плазме.

Слабое ионное циклотронное поглощение быстрой магнитозвуковой и альфвеновской волн, распространяющихся вдоль магнитного поля, впервые было обнаружено в области низких частот при $\omega \lesssim \omega_{ci}$ [20]. Позднее в работах [21, 22] теоретически было показано, что затухание АВ при $\omega \approx \omega_{ci}$ в плазме малого давления оказывается существенным.

Поэтому было предложено использовать данный эффект для нагрева плазмы в термоядерных установках.

При дальнейшем развитии программ по УТС и исследовании вопросов дополнительного нагрева плазмы, было установлено, что АВ в области частот $\omega \approx \omega_{ci}$ не пригодна для эффективного возбуждения в плазме больших размеров из-за большого барьера непрозрачности [13–15]. В теоретических работах [14, 15] было показано, что для токамака реактора с параметрами $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, $T_{e,i} = 10 \text{ кэВ}$, $a = 50 \text{ см}$, $B_0 = 50 \text{ кГс}$ наиболее эффективными для возбуждения являются БМЗВ.

Эффект конверсии различного типа волн в неоднородной плазме также может быть использован для повышения эффективности ВЧ нагрева плазмы в больших тороидальных ловушках. Например, превращение хорошо возбуждаемой волны в плазме в сильно затухающую волну. Для частот, меньше ионной циклотронной частоты, конверсия быстрой волны в медленную происходит в области альфвеновского резонанса. Теории возбуждения электромагнитных волн в неоднородной плазме при наличии АР посвящено большое количество работ [23–27]. Возможность эффективного ввода ВЧ энергии в плазму и ее нагрева при наличии АР была показана В.В. Долгополовым и К.Н. Степановым еще в 1965 году [23].

Примерно в течение десятилетия 1970-1980 гг. были предложены и экспериментально исследованы основные современные сценарии по ионному циклотронному нагреву плазмы в тороидальных ловушках. Также был выполнен ряд работ, в котором на основе кинетической теории получена практически полная картина спектров колебаний в горячей магнитоактивной плазме и найдены основные механизмы поглощения БМЗВ и АВ [28–33].

При нагреве плазмы БМЗВ можно выделить следующие механизмы поглощения: черенковское поглощение БМЗВ [14, 15, 23, 32, 34]; ионное

циклотронное поглощение БМЗВ при $\omega = 2\omega_{ci}$ [14, 15, 32, 35]; слабое циклотронное поглощение БМЗВ при основном резонансе [14, 15, 32, 36, 37]; циклотронное поглощение БМЗВ ионами малой добавки [38]; эффект конверсии БМЗВ в тороидальной плазме, содержащей ионы двух сортов, в коротковолновую медленную моду [39, 40] (при учете конечного ларморовского радиуса ионов в ИБВ [40–43]), которая поглощается электронами за счет затухания Ландау или ионами малой добавки в результате циклотронного резонанса на второй гармонике [13].

Первые эксперименты по нагреву плазмы с использованием ионных циклотронных (альфвеновских) волн были проведены на стеллараторах С и «Ураган» [44, 45]. В этих экспериментах температура ионов достигала значений до 1 кэВ при плотности плазмы порядка 10^{13} см⁻³ и радиусах плазмы 5-8 см. Дальнейшие эксперименты по ИЦН в крупных установках были ориентированы на использование БМЗВ, которые могут быть эффективно возбуждены в плазме больших размеров. Наиболее детальное физическое исследование ионного циклотронного нагрева с использованием быстрой магнитозвуковой волны было проведено на токамаках TFR ($R = 98$ см, $a = 25$ см, $n \sim 2 \cdot 10^{13}$ см⁻³, $B_0 \leq 60$ кГс) [46–48] и PLT ($R = 120$ см, $a = 40$ см, $n = 1 \dots 7 \cdot 10^{13}$ см⁻³, $B_0 = 15 \dots 26$ кГс) [49–53]. В ходе многочисленных экспериментов по ИЦН на токамаке TFR была показана возможность нагрева двухкомпонентной плазмы с использованием эффекта конверсии быстрой волны в медленную в области ионного гибридного резонанса при возбуждении БВ со стороны сильного магнитного поля. В ходе многолетней экспериментальной кампании на токамаке PLT была показана возможность нагрева двухкомпонентной плазмы с использованием БВ, которые возбуждались со стороны слабого магнитного поля. В этих экспериментах быстрая волна затухала как за счет циклотронного поглощения на ионах малой добавки, так и за счет циклотронного поглощения на второй гармонике ионов основного газа.

Возбуждение БВ со стороны слабого магнитного поля является технически более удобным, поэтому данная схема нагрева плазмы получила широкое распространение.

Методы нагрева плазмы с использованием альфвеновских и быстрых магнитозвуковых волн с последующей их конверсией в области $\varepsilon_1 = N_{\parallel}^2$ в медленную волну являются достаточно эффективными и широко применимыми [54]. Однако, наряду с такими методами возможны схемы нагрева [55], в которых МВ возбуждается непосредственно с периферии плазмы антенными системами, создающими продольные ВЧ поля, в частности, такой системой является рамочная антенна. Одна из первых работ по исследованию возбуждения электромагнитных волн в плазме с помощью продольных электрических полей была теоретическая работа [56]. В ней рассматривался бесконечный плазменный цилиндр с резкой границей, помещенный в продольное магнитное поле, в котором возбуждались электромагнитные волны с помощью системы соосно расположенных, изолированных друг от друга металлических цилиндров. В работе было показано, что МВ могут быть использованы для нагрева плазмы в области нижнего гибридного резонанса, в области ион-ионного гибридного резонанса, так и для области где $\omega < \omega_{hi}$. Для частот $\omega < \omega_{hi}$ в плазме с относительно низкой температурой поглощение МВ может быть осуществлено за счет электрон-ионных столкновений, а в горячей плазме затухание МВ возможно за счет электронного черенковского поглощения. Исследование высокочастотного нагрева неоднородной плазмы в области частот $\omega \lesssim \omega_{ci}$ подробно представлено в работах [14, 15]. Позднее в теоретической работе [57] было исследовано влияние температуры и неоднородности плотности плазмы на границе на распространение медленных волн в области ионно-циклотронных частот для антенных систем описанных в [56, 58]. В задаче было рассмотрено несколько случаев с различными значениями плотности плазмы в центре и гра-

диента на границе плазмы. В отличие от работы [56] максвелловская система уравнений в плазме была решена с учетом медленной волны (гидродинамической), быстрой волны и медленной волны кинетического типа МВ(К). Существование последней связано с эффектами конечного ларморовского радиуса.

Первые эксперименты по непосредственному возбуждению МВ в плазме в области ионно-циклотронных частот были проведены на небольшом торсатроне «Сатурн» ($a \sim 5$ см, $R_0 \sim 35$ см, $B_0 \leq 10$ кГс) [59], трехзаходном стеллараторе «Сириус» ($a \sim 3$ см, $B_0 = 2 - 15$ кГс, $n \sim 10^{13}$ см $^{-3}$) [60] и в тороидальной ловушке без вращательного преобразования «Омега» ($a \sim 6$ см, $R_0 = 40$ см, $B_0 = 2 - 8$ кГс, $n \sim 10^{14}$ см $^{-3}$) [61]. В работе [59] изложены результаты исследования ВЧ нагрева плазмы с помощью системы, создающей на периферии плазмы ВЧ поля, которые параллельны удерживающему магнитному полю. Возбуждающая система в торсатроне «Сатурн» представляла собой четыре электрода, расположенных попарно в диаметрально противоположных сечениях вакуумной камеры. Форма и положение антенной системы примерно соответствовали крайней замкнутой магнитной поверхности установки. МВ возбуждалась в области частот $\omega_{hi} \geq \omega > \omega_{ci}$ в плазме с плотностью $n \approx 10^{10}$ см $^{-3}$, где ω_{hi} — нижняя гибридная частота. В ходе эксперимента наблюдался значительный нагрев как электронов, так и ионов до энергий порядка 1 кэВ. Результаты таких экспериментов показали возможность нагрева плазмы с использованием продольных ВЧ полей в области частот $\omega_{hi} > \omega$ так и $\omega_{hi} \approx \omega$. В работе [60] эксперимент осуществлялся в плазме, содержащей 2 сорта ионов (50% гелия и 50% водорода). Увеличение температуры плазмы при таком нагреве составило 100-150 эВ, согласно диамагнитным измерениям. Похожие эксперименты по возбуждению МВ и вводу ВЧ мощности в плазму проводились на установке «Омега». В качестве рабочего газа использовалась смесь водо-

рода и дейтерия, а ВЧ мощность вводилась в плазму с помощью возбуждающих устройств описанных в [56]. Эксперименты по нагреву H-плазмы с малой добавкой дейтерия (10-20%) с помощью МВ(К) были выполнены на токамаке PLT [62]. Нагрев с помощью МВ(К) был также реализован на установках Heliotron E [63, 64] и CHS [65]. Эксперименты по нагреву плазмы медленными волнами в установке открытого типа (*open-ended confinement device*) RFC-XX были опубликованы в работе [66].

В настоящее время ионный циклотронный нагрев является одним из основных методов дополнительного нагрева плазмы и используется на многих действующих термоядерных установках таких как JET, ASDEX-Upgrade, NSTX, Tore Supra, LHD и др. Ионный циклотронный нагрев также традиционно применяется для создания и нагрева плазмы на торсатронах «Ураган» (ХФТИ, Харьков). Ввод ВЧ энергии в плазму торсатронов осуществляется с помощью рамочной неэкранированной антенны и трехполувитковой антенны. Рамочный тип антенны [67] был выбран на основе проведенных ранее экспериментов на установках «Омега» [68, 69] и «Ураган» [70, 71]. В ходе проведенных исследований было установлено, что для создания плазмы ВЧ методом в структуре излучаемых антенной ВЧ полей должна существовать продольная компонента электрического поля, обеспечивающая ускорение фоновых электронов, осуществление ВЧ пробоя и создание плазмы с невысокой плотностью. Рамочная антенна в одинаковой степени возбуждает как быструю магнитозвукую волну, используемую для нагрева плазмы, так и медленную волну, которая создаёт первичную плазму. До последнего времени исследование ИЦН плазмы с применением рамочной и трехполувитковой антенн в установке «Ураган-3М» проводилось с применением модели одномерно неоднородного плазменного цилиндра [72–74]. При этом влияние сложной трехмерной геометрии торсатрона на распространение и поглощение БМЗВ в плазме не учитывалось. Также не была исследована и медленная

волна, которая может оказывать существенное влияние на нагрев периферийной плазмы. Исследованию этих вопросов посвящен второй раздел данной диссертационной работы, в котором изучены особенности ВЧ нагрева плазмы с помощью быстрых магнитозвуковых и медленных волн в ионном циклотронном диапазоне частот с учетом реального профиля плотности и трехмерной неоднородности параметров плазмы торсатрона «Ураган-3М».

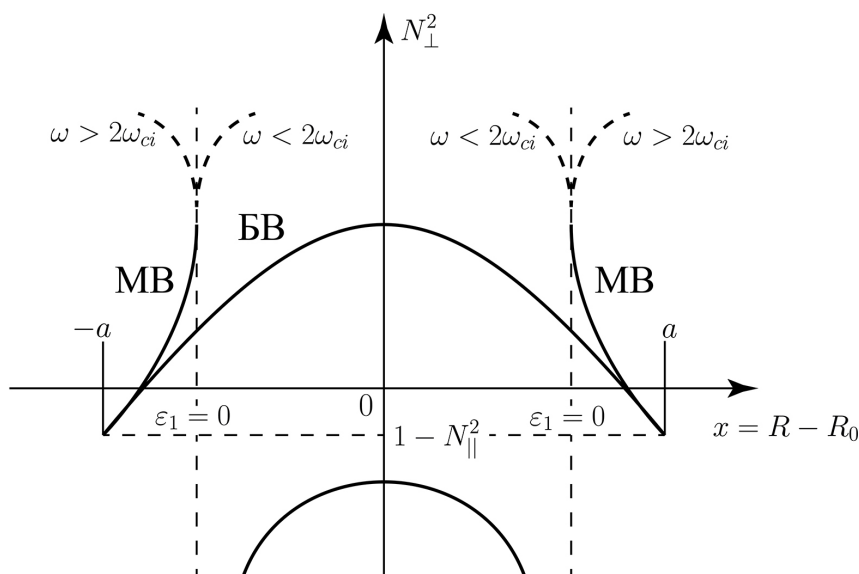


Рис. 1.1. Распределение квадрата поперечного показателя преломления N_{\perp}^2 быстрых и медленных волн при $\omega > \omega_{ci}$; сплошные линии — холодный случай; пунктирные линии — с учетом конечного ларморовского радиуса.

Исследования, представленные в диссертации посвящены «простой» плазме, содержащей один сорт ионов. Для этого случая характерные особенности поведения показателей преломления в малом сечении плазменного шнура для БВ и МВ проиллюстрированы на рис. 1.1 ($\omega > \omega_{ci}$) и рис. 1.2 ($\omega < \omega_{ci}$), на которых схематически представлены зависимости перпендикулярных показателей преломления для быстрой и медленной волн в экваториальной плоскости тора при постоянном магнитном поле [16]. Эти зависимости легко можно получить из общего дисперсионного уравнения [31] для волн в магнитоактивной плазме в

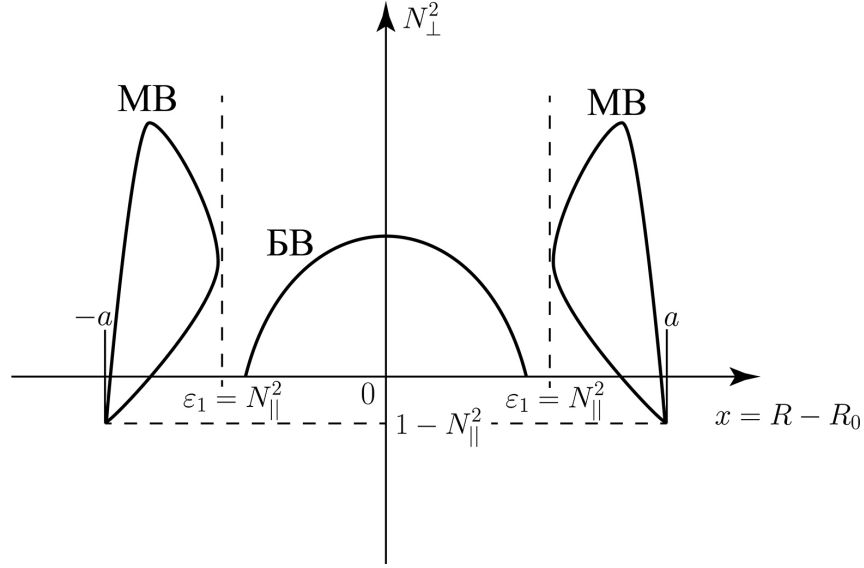


Рис. 1.2. Распределение квадрата поперечного показателя преломления N_{\perp}^2 быстрых и медленных волн при $\omega < \omega_{ci}$.

предположении $N_{\parallel} = \text{Const}$

$$N_{\perp}^4 \varepsilon_1 + [(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_2^2] N_{\perp}^2 + \varepsilon_3 [(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1)^2 - \varepsilon_2^2] = 0. \quad (1.1)$$

Из (1.1) следует [13, 31], что

$$N_{\perp}^2 = \frac{1}{2\varepsilon_1} \left\{ -(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1) - \varepsilon_2^2 \pm \sqrt{[(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1) + \varepsilon_2^2]^2 + 4\varepsilon_1\varepsilon_3[(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1)^2 - \varepsilon_2^2]} \right\}, \quad (1.2)$$

где

$$\varepsilon_1 = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}, \quad \varepsilon_2 = - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2 \omega}{\omega_{ci}(\omega^2 - \omega_{ci}^2)}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2}. \quad (1.3)$$

Выражение (1.2) определяет поперечные показатели преломления МВ (верхний знак в (1.2)) и БВ (нижний знак в (1.2)). Для быстрой волны квадрат поперечного показателя преломления $N_{\perp F}^2$ в области $\omega > \omega_{ci}$ и при $N_{\parallel}^2 > 1$ положителен при любой плотности плазмы, превышающей

значение, которое определяется из условия отсечки ($N_{\perp F}^2 = 0$):

$$\omega_{pi}^2(x)/[\omega_{ci}(\omega_{ci} + \omega)] = N_{\parallel}^2 - 1. \quad (1.4)$$

В области, где $\omega < \omega_{ci}$ картина распространения быстрой волны существенно отличается от случая $\omega > \omega_{ci}$ наличием локального альфвеновского резонанса

$$\varepsilon_1 = 1 + N_A^2(1 - \omega^2/\omega_{ci}^2) = N_{\parallel}^2, \quad (1.5)$$

в окрестности которого происходит взаимная линейная трансформация быстрых и медленных волн. Для частотной области $\omega < \omega_{ci}$ у быстрой волны имеется также две точки отсечки, одна из которых находится на периферии плазмы, а другая ближе к центру. Внутренняя точка отсечки определяется из условия (1.4), а периферийная точка отсечки определяется из условия

$$\omega_{pi}^2(x) = (N_{\parallel}^2 - 1)\omega_{ci}(\omega_{ci} - \omega). \quad (1.6)$$

Вследствие этого для быстрой волны в области $\omega < \omega_{ci}$ имеется и две области непрозрачности. Периферийная область непрозрачности расположена между границей плазмы и точкой, которая определяется из условия (1.6), а внутренняя расположена между точками, которые определяются соотношениями (1.5) и (1.4).

Для медленной волны при $\omega > \omega_{ci}$ поперечный показатель преломления в приближении холодной плазмы обращается в бесконечность в точке нижнего гибридного резонанса $\varepsilon_1 = 0$ ($\omega \approx \sqrt{\omega_{pi}^2 + \omega_{ci}^2}$). Если учесть тепловое движение ионов, то в окрестности этой точки будет происходить линейная трансформация исходной волны в еще более замедленную ионную берштейновскую волну. При $\omega > 2\omega_{ci}$ ИБВ будет распространяться на периферию плазмы, а при $\omega_{ci} < \omega < 2\omega_{ci}$ — в глубь [39, 75].

Для данной области частот нижний гибридный резонанс осуществляется при очень низкой плотности. Для области $\omega < \omega_{ci}$ нижний гибридный резонанс не возможен, и МВ может распространяться при $N_{\parallel}^2 > 1$ в интервале плотности плазмы, который определяется из условия

$$\omega^2 < \omega_{pe}^2 < (N_{\parallel}^2 - 1)(\omega_{ci}^2 - \omega^2)/\omega_{ci}. \quad (1.7)$$

Верхний порог значения плотности для МВ определяется из условия альфвеновского резонанса $\varepsilon_1 = N_{\parallel}^2$, в области которого происходит взаимная линейная трансформация быстрых и медленных волн. Описанная выше картина распространения быстрых и медленных волн справедлива только при выполнении условий применимости приближения холодной плазмы: $\omega^2/(k_{\parallel}^2 v_{Te}^2) \gg 1$; $(\omega - \omega_{ci})^2/(k_{\parallel}^2 v_{Ti}^2) \gg 1$; $k_{\perp}^2 v_{Ti}^2/\omega_{ci}^2 \ll 1$.

Быстрые и медленные волны различаются не только радиальным показателем преломления, они также имеют и разную поляризацию. Выражения для компонент полей можно определить из уравнений Максвелла [31]:

$$\frac{E_r}{E_{\vartheta}} \cong -\frac{N_r N_{\vartheta} + i\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2 - N_{\vartheta}^2}, \quad (1.8)$$

$$\frac{E_{\parallel}}{E_{\vartheta}} \cong \frac{N_{\parallel}}{\varepsilon_3} \left(N_r \frac{N_r N_{\vartheta} + i\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2 - N_{\vartheta}^2} - N_{\vartheta} \right). \quad (1.9)$$

Для плотной плазмы, где $|\varepsilon_3| \gg |\varepsilon_{1,2}|$ и $N_r \gg N_{\parallel, \vartheta}$ соотношения (1.8) и (1.9) упрощаются. Для быстрой волны имеем:

$$\frac{E_r}{E_{\vartheta}} \cong -\frac{i\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \frac{E_{\parallel}}{E_{\vartheta}} \cong i \frac{\varepsilon_2 N_r N_{\vartheta}}{\varepsilon_1 \varepsilon_3}. \quad (1.10)$$

Для медленной волны получаются следующие выражения:

$$\frac{E_r}{E_{\parallel}} \cong -\frac{\varepsilon_3}{N_r N_{\parallel}} \cong \left[\frac{|\varepsilon_3| \varepsilon_1}{N_{\parallel}^2 (N_{\parallel}^2 - 1)} \right]^{1/2}, \quad (1.11)$$

$$\frac{E_r}{E_{\vartheta}} \sim \left[\frac{\varepsilon_3 (\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2)}{\varepsilon_1 (N_{\parallel}^2 + N_r^2 - \varepsilon_1)} \right]^{1/2}. \quad (1.12)$$

Из соотношений (1.10), (1.11), (1.12) видно, что быстрая волна имеет очень малую составляющую электрического поля E_{\parallel} вдоль внешнего магнитного поля. В плоскости, перпендикулярной внешнему магнитному полю, эта волна в общем случае имеет эллиптическую поляризацию, превращающуюся при $\omega \rightarrow \omega_{ci}$ в круговую с направлением вращения, противоположным циклотронному вращению ионов. МВ в области $N_{\parallel}^2 \gg \varepsilon_1$ и при $N_{\parallel}^2 \gg 1$ является практически продольной, а при $N_{\parallel}^2 \geq \varepsilon_1$ содержит в основном радиальную компоненту электрического поля. Таким образом, для возбуждения БВ необходимо использовать антенные системы с преимущественно полоидальными (азимутальными) токами, а для возбуждения медленных волн – системы ввода с электрическими токами с большой составляющей вдоль тороидального магнитного поля.

1.2. Параметры торсатрона «Ураган-3М»

Как было отмечено ранее, ИЦН является устоявшимся методом для создания и нагрева плазмы на торсатроне «Ураган-3М». Еще в ранних экспериментах [45, 76, 77] по ВЧ созданию и нагреву плазмы на установках «Ураган-1,2» была показана возможность получения плотной плазмы ВЧ способом как при возбуждении альфвеновских волн, так и быстрых магнитозвуковых волн в области граничной частоты их распространения. При этом в экспериментах [67, 78, 79] было также отмечено вли-

яние спектра по продольным длинам волн λ_{\parallel} излучаемой ВЧ мощности на процесс создания плазмы и показана необходимость генерации антенной продольного E_{\parallel} компонента ВЧ поля для осуществления стартовой фазы ВЧ создания плазмы.

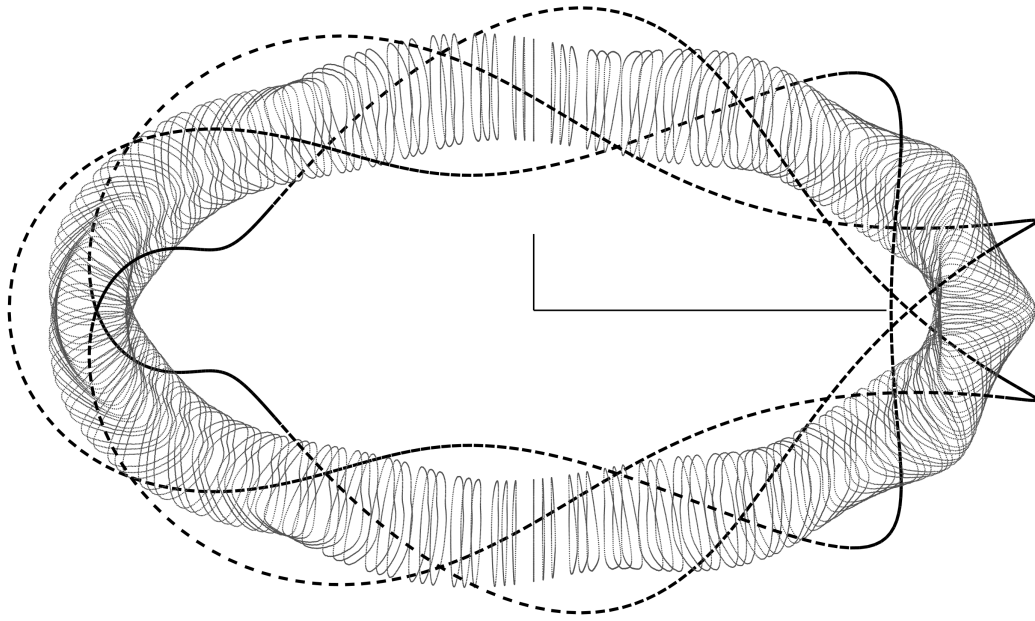


Рис. 1.3. Последняя замкнутая магнитная поверхность и траектории вращения винтовых проводников торсатрона «Ураган-3М».

Установка «Ураган-3М» представляет собой трехзаходный $l = 3$, девятипериодный $m = 9$ торсатрон с естественной винтовой диверторной конфигурацией, в которой бестоковая плазма с плотностью в центре $n = 2 - 6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ создается ВЧ полями в области ионно-циклотронных частот $\omega \sim \omega_{ci}$. Большой радиус тора $R_0 = 100 \text{ см}$, средний радиус плазмы $\tilde{a} \sim 12 \text{ см}$, тороидальное магнитное поле $B_0 = 7200 \text{ Гс}$, а угол вращательного преобразования на границе плазмы $\iota/2\pi \sim 0.3$. Вся магнитная система, включая винтовые проводники и компенсационные катушки, находится в вакуумной камере объемом 70 м^3 и диаметром 5 м. Плот-

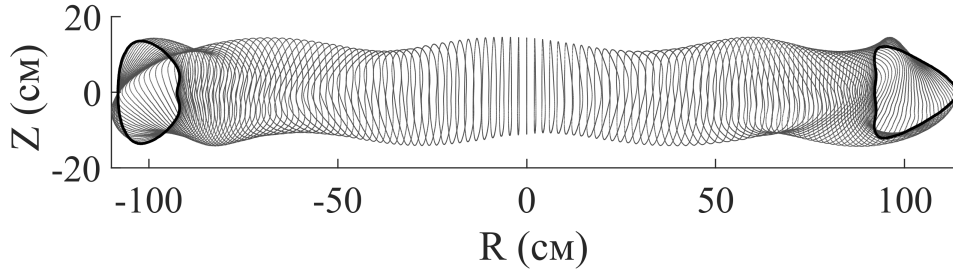


Рис. 1.4. Последняя замкнутая магнитная поверхность торсатрона «Ураган-3М», половина обхода по тору.

ность плазмы на периферии достигает нескольких единиц 10^{10} см^{-3} , а температура электронов $T_e \gtrsim 50 \text{ эВ}$ [80]. Плазменный шнур имеет достаточно сложную конфигурацию, изображенную на рис. 1.3 и рис. 1.4.

Ввод ВЧ энергии в плазму торсатрона «Ураган-3М» осуществляется с помощью рамочной неэкранированной антенны (РА), также называемой Nagoya Type-III, которая была разработана О.М. Швецом и успешно применялась в экспериментах [72, 77]. Антенна функционирует на частоте $f = 8.6 \text{ МГц}$ [81] и характеризуется широким спектром генерируемых продольных (по отношению к удерживающему магнитному полю) волновых чисел $k_{\parallel} = 2\pi/\lambda_{\parallel}$ и большими продольными электрическими токами [72]. Расположена рамочная антенна с наружной стороны плазменного шнура в приграничном слое, ее выводы находятся в симметричном полоидальном сечении тора D1 между винтовыми катушками I и III рис. 1.5, а общая протяженность в тороидальном направлении составляет 60 см. Антенна имеет достаточно сложную форму, которая повторяет форму замкнутых магнитных поверхностей торсатрона рис. 1.6. Пара винтовых проводников антенны, ориентированных вдоль магнитного поля, возбуждают медленную волну. Ее расчетный спектр по торо-

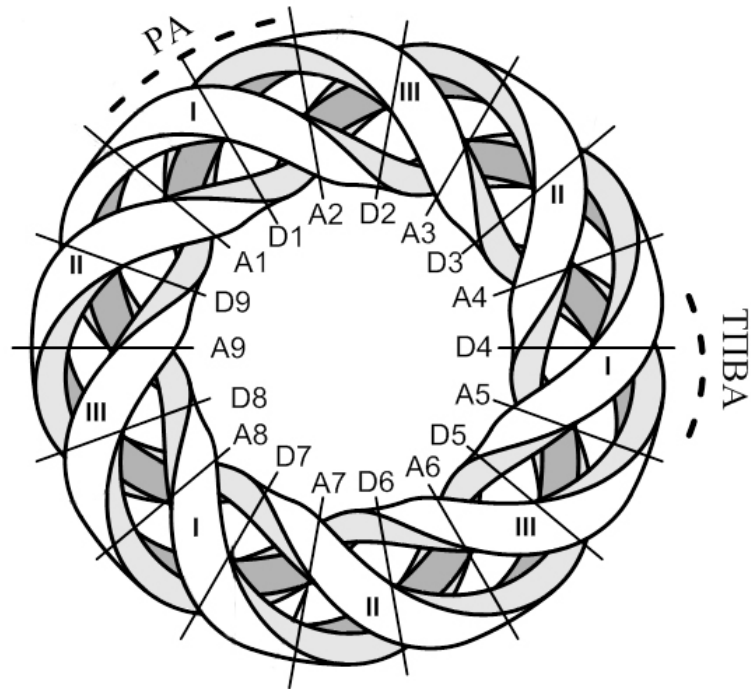


Рис. 1.5. Винтовые проводники установки «Ураган-3М», схематическое расположение РА и ТПВА.

идальным волновым числам занимает область от 0.02 см^{-1} до 0.16 см^{-1} с максимумом генерации при $\sim 0.08 \text{ см}^{-1}$ [82]. Три проводника, ориентированные в полоидальном направлении, возбуждают преимущественно быструю волну, которая поглощается в зоне альфвеновского резонанса при $N_{\parallel}^2 = \varepsilon_1$. Расчеты показывают, что угол вращательного преобразования на последней замкнутой магнитной поверхности несколько отличается от угла вращения винтовых проводников. Поэтому, тороидальные проводники рамочной антенны, ориентированные вдоль винтовых катушек, не являются строго параллельными магнитному полю, а полоидальные проводники – строго перпендикулярными. При такой ориентации проводников к удерживающему магнитному полю, полоидальные

проводники частично возбуждают медленную волну, а тороидальные – быструю волну.



Рис. 1.6. Рамочная антенна.



Рис. 1.7. Трехполувитковая антенна.

Плазма, создаваемая рамочной антенной, также используется в качестве мишени для получения и нагрева более плотной плазмы с помощью другой, более коротковолновой трехполувитковой антенны с азимутальными токами [83,84]. Трехполувитковая антенна (ТПВА) рис. 1.7 расположена с наружной стороны плазменного шнура и имеет протя-

женность 28 см в тороидальном и 42 см в полоидальном направлениях. По сравнению с РА тороидальные проводники за счет особой конструкции удалены на большее расстояние от границы плазмы, а полоидальные проводники охватывают значительную часть плазменного шнура. Предполагалось [73, 74], что с помощью такой конструкции ТПВА будет ослаблено влияние на плазму продольного электрического поля, генерируемого неэкранированной антенной и ответственного за нежелательное возбуждение МВ на периферии плазмы. Ввод ВЧ мощности в плазму и ее нагрев происходят вследствие возбуждения БВ с частотой $\omega_2/2\pi = 8.7$ МГц и ее поглощения в зоне альфвеновского резонанса при $N_{\parallel}^2 = \varepsilon_1$. Максимум расчетного спектра поперечных токов антенны приходится на $k_{\varphi} \sim 0.27$ см⁻¹ (тороидальная гармоника $l = 27$). Более подробное рассмотрение возможных механизмов ВЧ нагрева плазмы в «Ураган-3М» с использованием трехполувитковой антенны представлено в подразделе 2.1 второго раздела данной диссертации. Отличительной особенностью обеих антенн является их компактность.

1.3. Применение приближения геометрической оптики для исследования распространения волн в неоднородных средах

Метод геометрической оптики играет очень важную роль при анализе волновых полей в неоднородных средах. В частности, большой интерес представляют приложения, связанные с распространением и поглощением волн в лабораторной и ионосферной плазме. Задача о распространении высокочастотных электромагнитных волн в тороидальной плазме является существенно неоднородной и это приводит к некоторым трудностям при определении распределения ВЧ полей. Однако, важную информацию о проникновении и поглощении волн можно получить используя метод лучевых траекторий.

Метод лучевых траекторий нашел широкое применение при изучении распространения радиоволн в ионосфере [85–87]. Первые попытки его применения для решения задачи о распространении и поглощении медленной волны в нижнем гибридном диапазоне частот были сделаны в [88–90], где было показано, что волновые пакеты распространяются в тороидальной плазме под небольшим углом к магнитному полю и достигают поверхности нижнего гибридного резонанса. Одно из ранних применений метода лучевых траекторий для анализа нагрева плазмы в геометрии токамака с помощью быстрых и ионных берштейновских волн описано в работе [91]. Подробные исследования вопросов применения эйконального приближения для описания распространения и поглощения высокочастотных волн в тороидальной плазме в нижнем гибридном и ионном циклотронном диапазонах частот обсуждаются в [92].

Современный взгляд на теорию метода лучевых траекторий и ее применение в физике плазмы описан в [93].

1.4. Основные положения рефлектометрии плазмы

Развитие исследований плазмы привело к необходимости разработки комплекса экспериментальных диагностических методов. Среди применяемых в настоящее время диагностических методов значительное место занимают методы, основанные на взаимодействии электромагнитных полей СВЧ диапазона (с частотой порядка 1 ГГц и выше) с плазмой. Как отмечено в [94], разработке СВЧ методов исследования лабораторной плазмы предшествовало использование радиофизических методов для изучения внеземной плазмы. Еще в двадцатые — тридцатые годы двадцатого века были начаты эксперименты по зондированию ионосферы короткими радиоволнами, позволившие получить сведения о распределении концентрации электронов в различных слоях ионосферы.

В конце пятидесятых годов были начаты работы по СВЧ методам зондирования плазмы, связанные с исследованиями по управляемому термоядерному синтезу. В этот период были разработаны методы определения параметров плазмы как с помощью проходящих через нее (интерферометрия), так и отраженных (рефлектометрия) волн. В развитии рефлектометрии пионерской работой была теоретическая и экспериментальная работа [95]. В ней было предложено измерять набег фазы обыкновенной (О-) волны, отраженной от слоя плазмы с плотностью электронов n_{cr} (см. рис. 1.8), в котором плазменная частота электронов $\omega_p = (4\pi n_e e^2 / m_e)^{1/2}$ равна частоте волны ω . Здесь n_e — плотность электронов, e — заряд электрона, m_e — масса электрона. По измеренному набегу фазы находилось пространственное положение слоя.

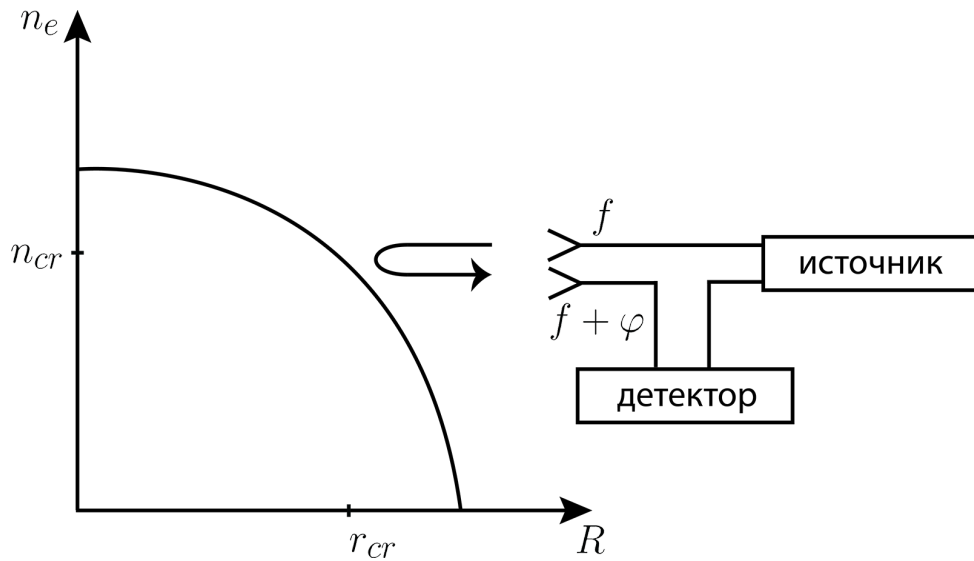


Рис. 1.8. Схематическое представление СВЧ рефлектометрии.

При нормальном падении, выражение для фазового сдвига может быть определено из волнового уравнения решенного методом ВКБ [28]

$$\Phi(\omega) = 2 \int_{r_b}^{r_{cr}(\omega)} k_o(r) dr - \frac{\pi}{2}, \quad (1.13)$$

где $k_o = \omega N_o/c$, c — скорость света, $N_o = \sqrt{1 - \omega_p^2(r)/\omega^2}$ — показатель преломления обыкновенной волны при поперечном распространении, который зависит только от плотности плазмы, r_b — граница плазмы и r_{cr} — положение отражающего слоя. При этом для обработки результатов экспериментов не решалась обратная задача, а использовался в самом простом виде подход, известный сейчас как применение параметризационных функций [96].

Обратная задача теории рефракции — восстановление профиля плотности плазмы при условии монотонного возрастания плотности — впервые была решена теоретически в [97], где было показано, что ее решение сводится к решению задачи Абеля. Профиль плотности восстанавливался по данным зависимости набега фазы зондирующей обыкновенной волны от частоты волны при постоянном угле зондирования

$$r_{cr}(\omega) = \frac{c}{\pi} \int_0^{\omega_p^2} \frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} \frac{d\omega}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}} \quad (1.14)$$

или по зависимости набега фазы от угла зондирования при постоянной частоте волны. Первые экспериментальные результаты, использующие эту методику, опубликованы в [98].

На практике, системы рефлектometрии могут работать в двух разных режимах: с фиксированной частотой и в режиме свипирования частоты (быстрого изменения частоты в заданном диапазоне). Для рассмотрения этих двух режимов введем величину L_r , которая является длиной опорного сигнала рефлектometра и определяется как $L_r = m\lambda$, где $m = \frac{\varphi_r}{2\pi}$ — число длин волн, и величину $L_s = n\lambda$, которая является длиной измеряемого сигнала, где $n = \frac{\varphi_s}{2\pi}$. Величины φ_s и φ_r являются фазами волн измеряемого и опорного сигналов, соответственно. Длина регистрируемого сигнала может изменяться и является функцией, зави-

сящей от времени $L_s(t)$, а длина опорного сигнала всегда остается постоянной. Выражения для фаз имеют следующий вид

$$\varphi_r = L_r \frac{2\pi f}{c}, \quad (1.15)$$

$$\varphi_s = L_s(t) \frac{2\pi f}{c}. \quad (1.16)$$

Разность фаз на детекторе будет определяться как

$$\varphi = \varphi_s - \varphi_r = (L_s(t) - L_r) \frac{2\pi f}{c}. \quad (1.17)$$

Из формулы (1.17) видно, что результатом изменения фазы может быть изменение величины $L_s(t)$ или частоты f во времени, поэтому можно записать следующее

$$\Delta\varphi = \Delta(L_s(t) - L_r) \frac{2\pi f}{c} + (L_s(t) - L_r) \frac{2\pi}{c} \Delta f. \quad (1.18)$$

В случае, если частота волны остается постоянной $\Delta f = 0$, то изменения набега фазы могут быть только из-за изменения величины $L_s(t)$, которое может быть вызвано только смещением отражающего слоя в плазме. Таким образом, в режиме фиксированной частоты можно производить измерения положения критического слоя.

В случае, когда рефлектометр работает в режиме свипирования частоты, величина $\Delta f \neq 0$ не остается постоянной и меняется во времени. Для такого режима параметры плазмы считаются стационарными и изменение набега фазы волны может быть вызвано только изменением частоты зондирования. По известному закону изменения частоты $df(t)/dt$ и измеренному набегу фазы можно определить величину $(L_s(t) - L_r)$, и, затем, положения отражающих слоев. В режиме свипирования частоты ошибки в определении положения отражающего слоя могут быть вы-

званы флуктуациями плотности, если времена за которые происходят флуктуации сравнимы с временем свипирования частоты генератора.

В настоящее время рефлектометрия с использованием O - волны, наряду с Томпсоновским рассеянием и интерферометрией, широко применяется для измерения профиля плотности плазмы в термоядерных ловушках. Основные методы рефлектометрии включают в себя как широкополосные источники со свипированием частоты, так и многоканальные узкополосные системы с фиксированным набором частот. Первые профили плотности, измеренные широкополосной системой со свипированием частоты с использованием O - волны, были получены на токамаке TFR [99]. Позднее подобные системы были установлены на токамаки Tore Supra [100], ASDEX [101,102], TJ-1 [103], RFX [104] и на стелларатор «Ураган-3М» [105]. На JET была установлена многоканальная узкополосная система рефлектометрии [106,107], с помощью которой проводились измерения профилей пространственного распределения плотности электронов и ее возмущений. Использование таких диагностических систем позволяет получать непрерывные во времени данные о профиле плотности плазмы, что особенно важно для токамаков будущего поколения [108], в которых доступ к плазме будет ограничен. Следует также отметить, что потенциал рефлектометрии для обыкновенной волны далеко не исчерпан. Так, еще в работе [109] обсуждалась возможность измерения распределения полоидального магнитного поля в токамаках по рефракции обыкновенной волны. Суть метода заключалась в зондировании плазмы O - волной в малом сечении тора, которая излучалась под углом к экваториальной плоскости. В работе было показано, что по положению выхода луча O - волны из плазмы можно определить распределение полоидального поля в токамаке.

Наряду с O - волной, необыкновенная (X -) волна также может быть использована в рефлектометрии плазмы [110]. Наиболее успешным яв-

ляется одновременное применение обыкновенной и необыкновенной волн в диагностике плазмы (метод двухполяризационной рефлектометрии). В таком случае экспериментально измеренные данные могут дополнять друг друга. С технической стороны это также удобно, так как зондирование плазмы может происходить волнами с одной частотой, но разной поляризацией. Однако, использование необыкновенной волны в рефлектометрии плазмы является весьма затруднительным в связи с тем, что ее показатель преломления зависит от плотности плазмы и величины удерживающего магнитного поля. Как следствие, данные экспериментальных измерений связаны с распределением параметров плазмы нелинейным интегральным уравнением, которое не имеет аналитического решения, что затрудняет обработку данных. Для осуществления возможности применения метода двухполяризационной рефлектометрии в диссертации были разработаны специальные итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений для обыкновенной и необыкновенной волны, представленные в третьем разделе диссертации. Разработанные алгоритмы позволяют использовать оба типа волн в рефлектометрии плазмы и расширяют возможности уже существующих диагностик.

Первые эксперименты по определению профиля плотности с использованием X- волны были проведены на токамаке Petula-B [111], в котором была установлена широкополосная система (75 - 110 ГГц) рефлектометрии со свипированием частоты. Предполагалось, что полоидальное поле в токамаке Petula-B пренебрежительно мало по сравнению с тороидальным полем. Это позволило считать модуль магнитного поля заданным и построить алгоритм восстановления профиля плотности по зависимости набега фазы X- волны от частоты зондирующего сигнала. Однако, следует отметить, что пренебрежение полоидальным полем при расчете набега фазы является достаточно грубым приближением. Позднее подобная система рефлектометрии с использованием X- волны

была установлена на токамаке DIII-D [112] и успешно использовалась для определения радиального профиля плотности. Метод определения радиального профиля флуктуаций плотности с использованием систем быстрого свипирования частоты был предложен и реализован на токамаке Tore Supra [113]. Применение необыкновенной и обыкновенной волны в УКИ рефлектometрии для определения профиля плотности было описано в теоретических работах [114, 115]. Ультракороткие волновые импульсы, распространяющиеся в плазме, исследовались с помощью численного интегрирования одно- и двумерного волнового уравнения для обыкновенной и необыкновенной волн. Необыкновенная волна может быть использована для реконструкции профиля плотности и для тороидальных установок типа стелларатор/торсатрон, где удерживающее магнитное поле считается известным. Применение комплексов рефлектometрии с использованием как O-, так и X- волн с целью определения радиального профиля плотности и ее флуктуаций в установке «Ураган-3М» описано в работах [116, 117]. Использование X- волны имеет ряд преимуществ относительно O- волны. Необыкновенная волна при определенных условиях (размеры установки, величина удерживающего магнитного поля, плотность плазмы) может проникать глубже в плазму при фиксированной частоте. Поэтому на основе разработанных итерационных алгоритмов, проведено исследование применения двухполяризационной рефлектometрии для определения профиля плотности плазмы в торсатроне «Ураган-2М», которое представлено в четвертом разделе диссертации. Такое использование необыкновенной волны расширяет диапазон измеряемых плотностей в заданной полосе частот генераторов.

С другой стороны, в силу своих дисперсионных характеристик необыкновенная волна может быть использована для измерения профиля полоидального магнитного поля (профиля омического тока). Измерение профиля полоидального магнитного поля является более сложной

задачей по сравнению с определением профиля плотности плазмы. Однако, полученные данные с использованием X-волны позволят восстанавливать распределение токов в плазме и могут быть использованы для расчетов равновесных конфигураций в термоядерных ловушках. В частности, это очень актуально для сферических токамаков (СТ). Сферический токамак представляет собой тип термоядерной установки, который основан по принципу обычного токамака. В отличие от традиционного токамака, где плазма имеет тороидальную форму, плазма в СТ приближена к сферической форме, за счет уменьшения большого радиуса. Сферический токамак имеет ряд существенных практических преимуществ по сравнению с обычной конструкцией токамака [118, 119] и с конца 80-х годов вызвал значительный интерес. Основные эксперименты по созданию плазмы и ее исследованию проводились на пионерской установке START [120], позднее на установках MAST [121, 122], NSTX-U [123, 124] и Globus-M [125, 126]. Среди преимуществ СТ необходимо отметить высокое отношение плазменного давления к магнитному $\beta = 8\pi nkT/B^2$ и более низкокзатратные технологии генерации энергии управляемого термоядерного синтеза. Так например, в сферическом токамаке тороидальные катушки располагаются ближе к плазме, что приводит к уменьшению количества энергии, требуемой для питания катушек. Изготовление небольших катушек также снижает общую стоимость реактора. Отличительной особенностью СТ является то, что тороидальное магнитное поле B_t сравнимо с полоидальным магнитным полем B_p , в отличие от традиционного токамака, где $B_t \gg B_p$.

Одна из первых работ [127], в которой было предложено решение задачи об определении профиля омического тока, основывалась на зондировании плазмы необыкновенной волной, которая в последствии трансформировалась в обыкновенную. Было показано, что коэффициент трансформации связан с градиентом плотности и магнитного поля.

Однако, решение обратной задачи в таком случае невозможно, в силу малости коэффициента трансформации. Наиболее широкое применение получил метод, основанный на поляризационных измерениях [128, 129]. Этот метод основан на многохордовом вертикальном зондировании плазмы обыкновенной волной с частотой, много большей плазменной частоты электронов. По данным набега фазы обыкновенной волны можно восстановить профиль плотности плазмы, а затем, определяя угол вращения вектора поляризации волны, который пропорционален интегральной величине полоидального магнитного поля, можно определить профиль полоидального магнитного поля. В работе [130] было предложено теоретически и протестировано экспериментально на открытой ловушке использование двухполяризационной корреляционной рефлектометрии для измерения магнитного поля в плазме. Этот метод требует фиксации частоты одной из волн. Частота другой волны меняется в некотором диапазоне так, чтобы области отсечки обеих волн могли совпасть. Величина магнитного поля определялась по максимуму взаимной корреляционной функции отраженной O- и X-волн. Для статистически достоверного измерения одного локального значения магнитного поля необходимо произвести порядка 100 измерений. Кроме того, профиль плотности плазмы должен быть определен по данным других диагностик. В пятом разделе диссертации предложен и исследован принципиально новый метод восстановления профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках, основанный на одновременном использовании обыкновенной и необыкновенной волны.

1.5. Применение интегральных уравнений в прикладных задачах диагностики плазмы

Для обработки и анализа экспериментальных данных используются различные численные алгоритмы. Как линейные, так и нелинейные интегральные уравнения появляются при рассмотрении обратных задач, возникающих в том числе, и в тех случаях, когда непосредственное измерение параметров плазмы невозможно или затруднительно. Например, интегральное уравнение Абеля находит широкое применение в прикладных задачах диагностики плазмы, астрофизики и оптической дифракции [131, 132]. Поиск решения уравнения Абеля принадлежит к классу некорректных задач математической физики: экспериментальные данные измеряются с точностью до некоторого значения и при решении задачи оказывается, что уравнению удовлетворяет широкий набор функций с точностью до погрешности измерений.

Рассмотрим некоторые из уже существующих численных методов решения уравнения Абеля. Для начала отметим один из наиболее простых и наглядных методов, который был предложенный Пирсом [133] для цилиндрически симметричного случая. Метод Пирса основан на том, что сечение плазменной конфигурации разбивается на кольцевые зоны и распределение искомой функции в интегральном уравнении Абеля аппроксимируется ступенчатой функцией. Тогда задача о восстановлении радиального профиля плотности плазмы сводится к решению системы линейных уравнений вида $A\vec{n} = \vec{g}$, где \vec{n} — вектор плотностей, состоящий из набора значений плотности для ступенек, вектор \vec{g} — набор данных хордовых измерений линейной плотности, A — матрица коэффициентов. В работе [133] коэффициенты вычислены для числа зон $j = 25$. При таком методе решения задачи матрица A плохо обусловлена и это приводит к тому, что ошибки восстановления плотности бесконечно вырастают при

конечных ошибках в измерениях линейной плотности, если число хорд стремится к бесконечности. Как в [134], так и в [135] решение уравнения Абеля основано на использовании аналитического решения с последующим переходом от интегрирования к суммированию. Метод, изложенный в [135], по сути является улучшенной модификацией метода описанного в работе [134], т.к. использует аппроксимационный полином 2-ой степени для исходных данных. Далее отметим метод решения уравнения Абеля, основанный на разложении искомой функции по ортогональным полиномам [136]. Неизвестная функция представляется как $f(x) = \sum c_\alpha \varphi_\alpha(x)$, а разложение экспериментальной функции имеет вид $F(x) = \sum c_\alpha \psi_\alpha(x)$, где $\psi_\alpha(x) = A\varphi_\alpha(x)$, A — интегральный оператор, $\varphi_\alpha(x)$ — полином конечной степени. Таким образом, задача сводится к нахождению коэффициентов c_α . Численная устойчивость данного метода зависит от степени аппроксимации, и уже при степени равной трем, погрешность составляет менее 5%. Использование полиномов конечной степени является способом регуляризации уравнения Абеля, который позволяет ограничить рост ошибок. В качестве примера в этой работе рассмотрена задача об измерении радиального распределения интенсивности излучения цилиндрического плазменного столба. В работе [137] также используется метод решения линейного интегрального уравнения, основанный на разложении искомой функции в ряд. В ней показано, что единственность решения задачи, содержащей случайные погрешности, может быть обеспечена выбором оптимального числа членов ряда. В отличие от [136], при нахождении этого числа авторы не привлекают методы из математической статистики. В работе рассмотрена задача о восстановлении распределения показателя преломления плазмы по интерферограммам. Расчеты проводились для модельных функций с учетом реальной погрешности измерений. Все вышеупомянутые численные методы применимы только для решения линейного типа ИУ. К более общим методам

решения некорректных задач относится метод регуляризации Тихонова [138, 139]. В этих работах А.Н. Тихонов описывает метод решения некорректной задачи на примере уравнения Фредгольма первого рода. Работы [140, 141] посвящены решению нелинейных интегральных уравнений первого рода. Как отмечает Тихонов, при решении нелинейных, некорректно поставленных задач, возникает ряд трудностей не только вычислительного характера.

Раздел 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЧ НАГРЕВА ПЛАЗМЫ В ТОРСАТРОНЕ «УРАГАН-3М» В ОБЛАСТИ ИОННЫХ ЦИКЛОТРОННЫХ ЧАСТОТ

Данный раздел диссертации посвящен исследованию вопросов ВЧ нагрева плазмы в торсатроне «Ураган-3М» быстрыми и медленными волнами в ионном циклотронном диапазоне частот. В разделе представлен качественный анализ нагрева неоднородной плазмы трехполувитковой антенной, а также численное моделирование распространения медленной волны, возбуждаемой рамочной антенной, в трехмерной геометрии торсатрона «Ураган-3М» с помощью метода лучевых траекторий.

2.1. Анализ ВЧ нагрева плазмы в торсатроне «Ураган-3М» с использованием трехполувитковой антенны

Для лучшего понимания экспериментальных результатов рассмотрим более подробно возможные механизмы ВЧ нагрева плазмы в «Ураган-3М» с использованием трехполувитковой антенны. Необходимо отметить, что зависимости параметров плазмы и внешнего магнитного поля в «У-3М» от пространственных координат являются трехмерными. Это и тот факт, что радиус плазмы сравним с масштабом изменения быстрой магнитозвуковой волны в плазме, существенно усложняют количественный анализ распространения и поглощения ВЧ волн в плазме торсатрона.

На рис. 2.1 приведены рассчитанные автором линии уровня модуля магнитного поля «У-3М» в полоидальном сечении тора D4 (см. рис. 1.5), где расположен центральный проводник трехполувитковой антенны. Данные получены с помощью кода, который вычисляет магнит-

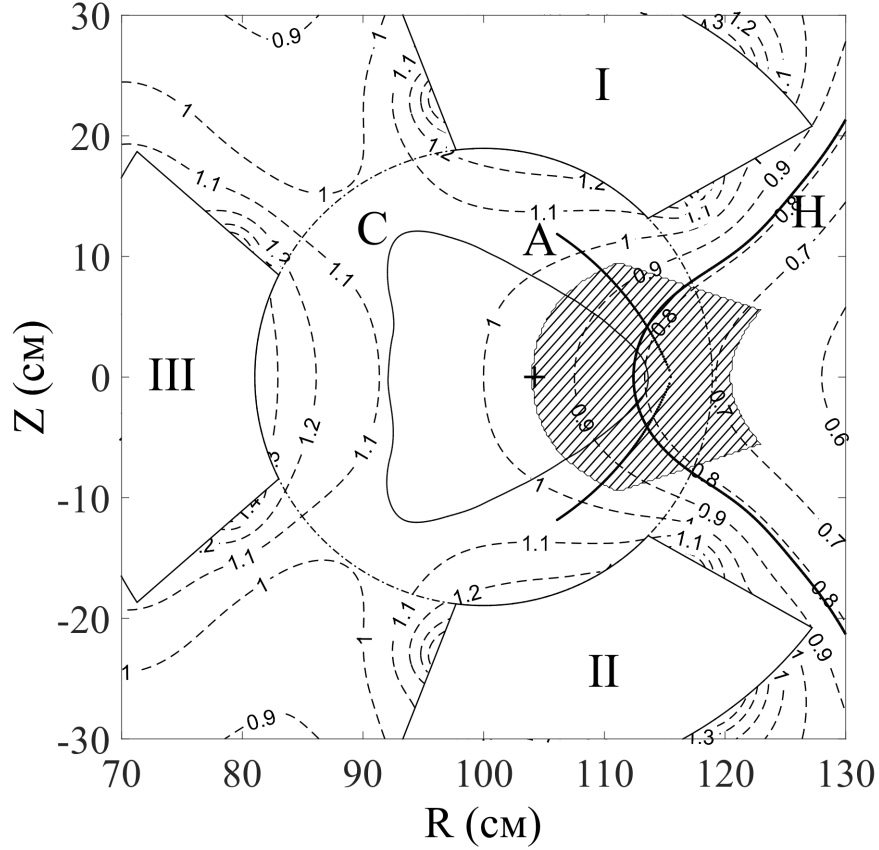


Рис. 2.1. Линии уровня модуля магнитного поля в полоидальном сечении D-D; А — ТПВА (обозначена схематически); цифрами обозначено отношение модуля магнитного поля к его величине центре тора; Н — линия ионного циклотронного резонанса, зона циклотронного резонанса заштрихована; С — крайняя замкнутая магнитная поверхность.

ное поле по закону Био-Савара. Под зоной ионного циклотронного резонанса (заштрихована на рис. 2.1) подразумевается область, в которой

$$(\omega_2 - \omega_{ci}) \leq k_{\parallel} v_{Ti},$$

v_{Ti} — тепловая скорость ионов. Видно, что эта область пересекает плоскость антенны и периферию области удержания плазмы, ограниченную крайней замкнутой магнитной поверхностью. Для центральных частей токонесущих проводников антенны выполнено условие $\Omega > 1$, где $\Omega = \omega_2/\omega_{ci}$, а $\omega_2 \cong 0.8\omega_{ci}(R_0)$. Ранее было отмечено, что близкие к

плазменному шнуру токонесящие проводники трехполувитковой антенны ориентированы в полоидальном направлении. Расчеты магнитного поля показывают, что в этой области $B_\theta/B_\varphi \sim 0.3$. Поэтому высокочастотные токи в поперечных проводниках имеют составляющую в направлении магнитного поля и, следовательно, возбуждают не только быструю альфвеновскую (БА) волну (при $\Omega < 1$) либо быструю магнитозвуковую (БМЗ) волну (при $\Omega > 1$), но и медленную нижнегибридную (НГ) волну. Поперечный по отношению к магнитному полю торсатрона показатель преломления НГ волны $N_{\perp S}^2$ при учете $\varepsilon_1 \ll N_{\parallel}^2$, определяется выражением

$$N_{\perp S}^2 = \frac{c^2 \Omega^2 - 1}{v_s^2 \Omega^2} [1 + i\sqrt{\pi} z_e W(z_e)], \quad (2.1)$$

где $v_s = \sqrt{T_e/m_i}$ — скорость ионного звука, $z_e = \omega_2/(\sqrt{2}k_{\parallel}v_{Te})$, $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ — тепловая скорость электронов, $W(z_e)$ — плазменная дисперсионная функция [31], которая определяется как

$$W(z_e) = e^{-z_e^2} \left[1 + 2i/(\sqrt{\pi}) \int_0^{z_e} e^{t^2} dt \right]. \quad (2.2)$$

Отметим, что $N_{\perp S}$ не зависит от плотности плазмы. Для максимума спектра антенны по тороидальным гармоникам $l = 27$ имеем $N_{\parallel} \approx 150$, а для $l = 10$ величина $N_{\parallel} \approx 60$ ($N_{\parallel} \sim cl/R_0 \omega_2$ справедливо только для экваториальной плоскости, где вклад полоидального волнового числа m в N_{\parallel} несущественен). Как показывают зондовые измерения [80], вблизи антенны между крайней замкнутой магнитной поверхностью и винтовыми катушками плотность плазмы порядка нескольких единиц 10^{10} см^{-3} , а температура электронов $T_e \sim 50$ эВ. Следовательно, в этой области $\varepsilon_1 \sim 10 \ll N_{\parallel}^2$, $z_e \lesssim 1$ и мнимая часть показателя преломления для МВ $N_{\perp S}$ порядка реальной, то есть имеет место сильное затухание Ландау

на электронах. Так как для компонент групповой скорости этой волны справедлива оценка

$$\frac{v_{g\perp}}{v_{g\parallel}} = \frac{\partial D / \partial k_{\perp}}{\partial D / \partial k_{\parallel}} \sim \frac{1}{z_e^2} \frac{N_{\parallel}}{N_{\perp S}} \sim \frac{1}{z_e} \sqrt{\frac{m_e}{m_H}} \ll 1,$$

где D — дисперсионное уравнение (2.1), то можно утверждать, что возбуждаемая средней частью токонесущих проводников медленная волна поглощается электронами в периферийной плазме.

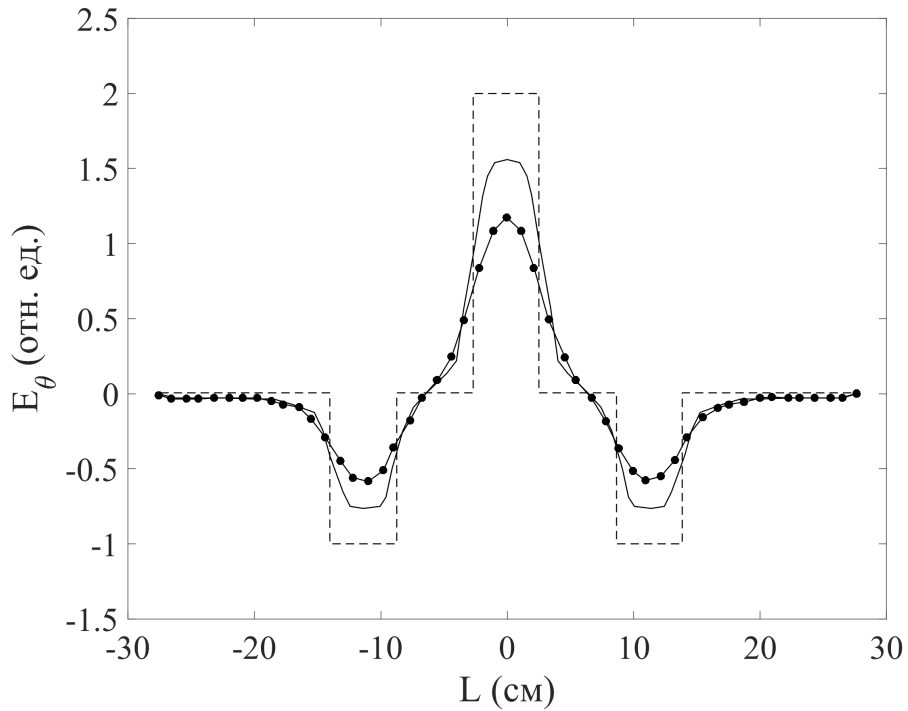


Рис. 2.2. Полоидальное электрическое поле E_{θ} , возбуждаемое ТПВА в зависимости от расстояния L от центра антенны в радиальном направлении; штрихи — поле на антенне, сплошная линия — поле на расстоянии 1 см от антенны (на границе плазмы), линия с точками — поле на расстоянии 2 см от антенны.

Поперечный по отношению к магнитному полю «У-3М» показатель преломления быстрой волны определяется уравнением [13, 16, 33]

$$N_{\perp F}^2 = \frac{(\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2)^2 - \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2}. \quad (2.3)$$

При $\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2 \rightarrow 0$, $N_{\perp F}^2 \rightarrow \infty$ имеем область АР. В периферийной плазме и в плазменном шнуре вблизи границы плазмы $N_{\perp F}^2 < 0$. Поэтому ближнее поле антенны убывает при удалении от антенны по малому радиусу (см. рис. 2.2). В тороидальном направлении возбуждаемый антенной волновой пакет расплывается за счет более быстрого спадания по радиусу тороидальных гармоник с высокими значениями l (см. рис. 2.3). Как показывают измерения, при типичных значениях $U_{K2} \sim 8 - 9$ кВ (U_{K2} — анодное напряжение ВЧ генератора) полоидальное электрическое поле на антенне равно $E_{\theta A} \approx 30$ В/см. Для дальнейших расчетов будем использовать электрическое поле на расстоянии 2 см от антенны, $E_{\phi 2} \approx 0.55 E_{\theta A} B_{\varphi} / |B| \approx 12$ В/см (координата ϕ перпендикулярна направлению магнитного поля и направлению неоднородности плотности r). Эта величина является верхней оценкой суммарного по тороидальным гармоникам нерезонансного поля в плазме поля.

В окрестности АР происходит трансформация БА волны в медленную альфвеновскую (МА) волну, которая распространяется преимущественно вдоль силовых линий магнитного поля. Положение зон АР в средней плоскости тора для различных тороидальных гармоник показано на рис. 2.4 для двух значений центральной плотности (а) $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$ и (б) $n_e^{center} = 1.4 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$. Случай (б) является более оптимальным с точки зрения нагрева плазмы. С дальнейшим увеличением плотности в центре резонансные поверхности для доминирующих в тороидальном спектре гармоник смещаются к периферии, на внутреннюю сторону тора, и эффективность нагрева снижается.

Как известно [72], в окрестности области конверсии в одномерном приближении электромагнитное поле описывается дифференциальным уравнением четвертого порядка для компоненты поля E_{ϕ} , которое сводится к неоднородному уравнению Эйри для компоненты E_r . Ширина области конверсии, в которой происходит возрастание электромагнитно-

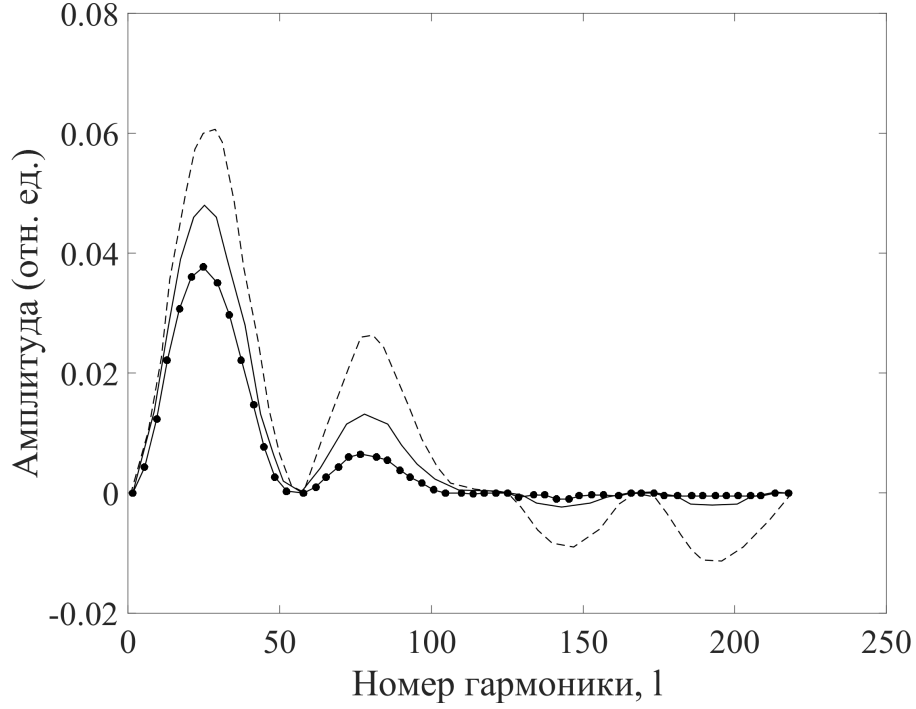


Рис. 2.3. Спектр ТПВА по тороидальным гармоникам l ; штрихи — на антенне; сплошная линия — на расстоянии 1 см и линия с точками — на расстоянии 2 см от антенны.

го поля, при $z_e \lesssim 1$ [72] может быть оценена как

$$\Delta r_c \sim (\rho_L^2 a)^{1/3},$$

где $\rho_L = (3/4 + T_e/T_i)^{1/2} (v_{Ti}/\omega_{ci})$, T_i — температура ионов, a — характерный масштаб неоднородности плотности плазмы. Медленная волна затухает вблизи области резонанса на расстоянии

$$\Delta r_d \sim (\rho_L^2 a)^{1/3} / z_e.$$

Для параметров эксперимента получаем $a \sim 10$ см, $\Delta r_c \sim 0.6$ см и $\Delta r_d \sim 1$ см, то есть МА волна поглощается в узком слое вблизи поверхности АР. Как видно на рис. 2.4, зоны АР для соседних тороидальных гармоник

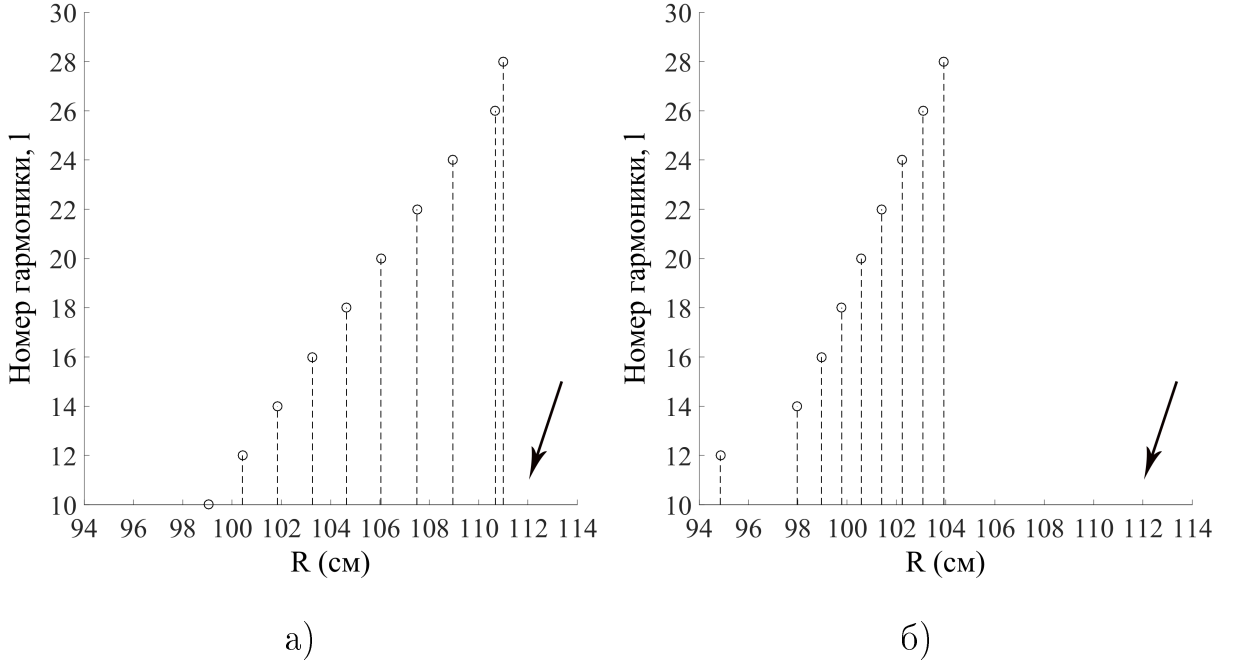


Рис. 2.4. Положение зон альфвеновского резонанса в экваториальном сечении тора «У-3М» для различных тороидальных гармоник для значений центральной плотности: а) $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, б) $n_e^{center} = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$; отмечены только зоны для четных гармоник с $l < 30$; стрелками отмечено положение $\omega = \omega_{ci}$.

расположены на расстояниях, сравнимых с Δr_c , так что зоны конверсии перекрываются.

Области распространения быстрой волны ($N_{\perp F}^2 > 0$) в полой торсатроне показаны на рис. 2.5-2.8. Выбраны два значения центральной плотности плазмы $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ и $1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ и две тороидальных гармоники $l = 10$ и $l = 27$. Профиль плотности плазмы был задан в виде

$$n(\psi) = n_b + (n_e^{center} - n_b) \frac{\exp(\xi) - \exp(\xi\psi)}{\exp(\xi) - 1},$$

где n_b — плотность вне области удержания, ψ — метка магнитной поверхности ($\psi = 0$ на магнитной оси, $\psi = 1$ на границе области удержания), ξ — параметр ($\xi = 5$ соответствует столообразному профилю плотности,

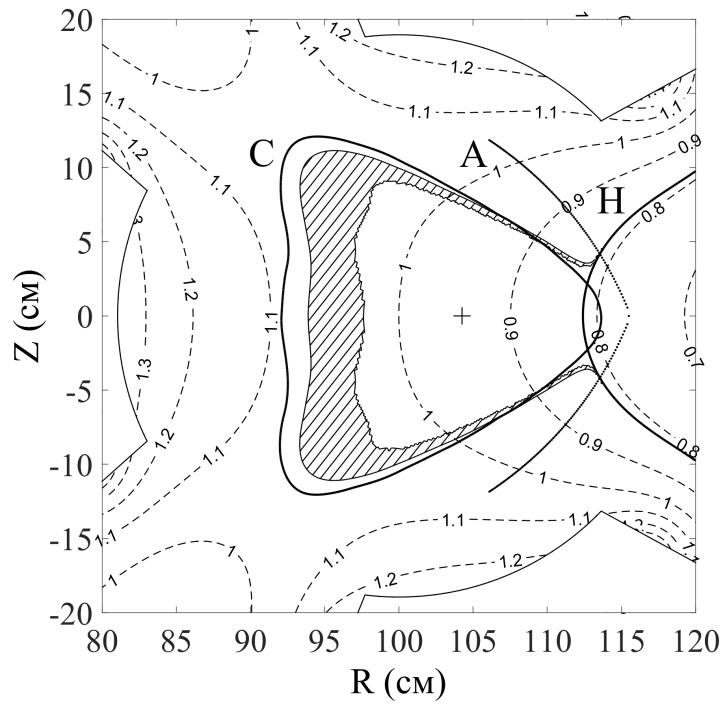


Рис. 2.5. Область распространения быстрой волны в полоидальном сечении тора D-D (заштрихована) $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $l = 10$.

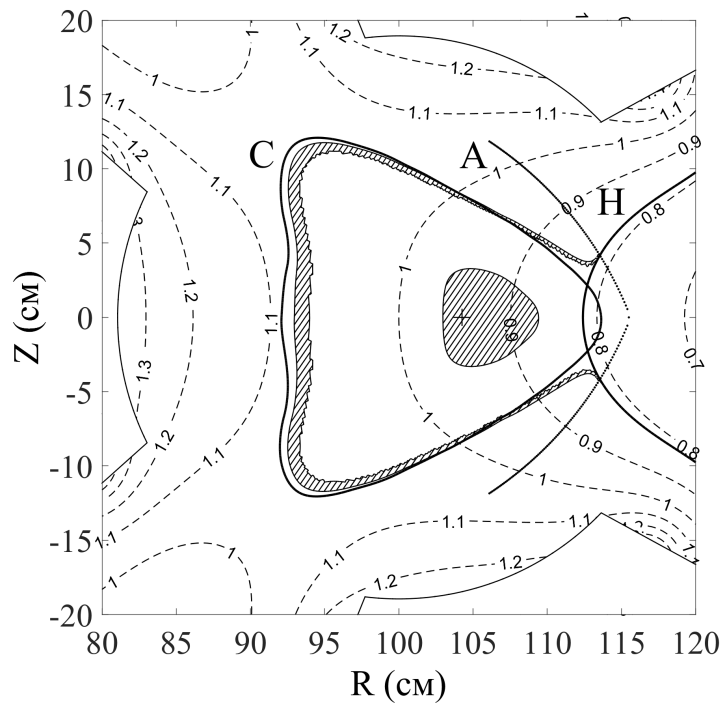


Рис. 2.6. Область распространения быстрой волны в полоидальном сечении тора D-D (заштрихована) $n_e^{center} = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $l = 10$.

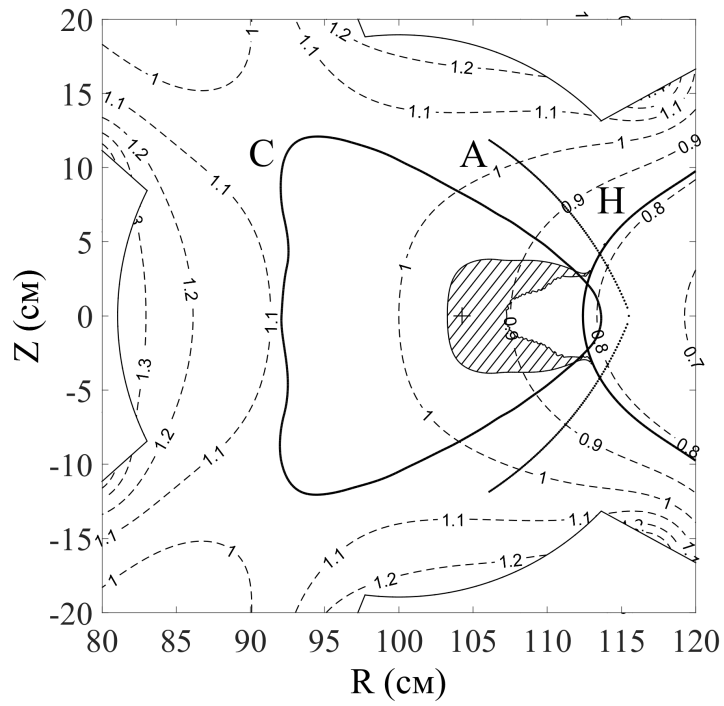


Рис. 2.7. Область распространения быстрой волны в полоидальном сечении тора D-D (заштрихована) $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $l = 27$.

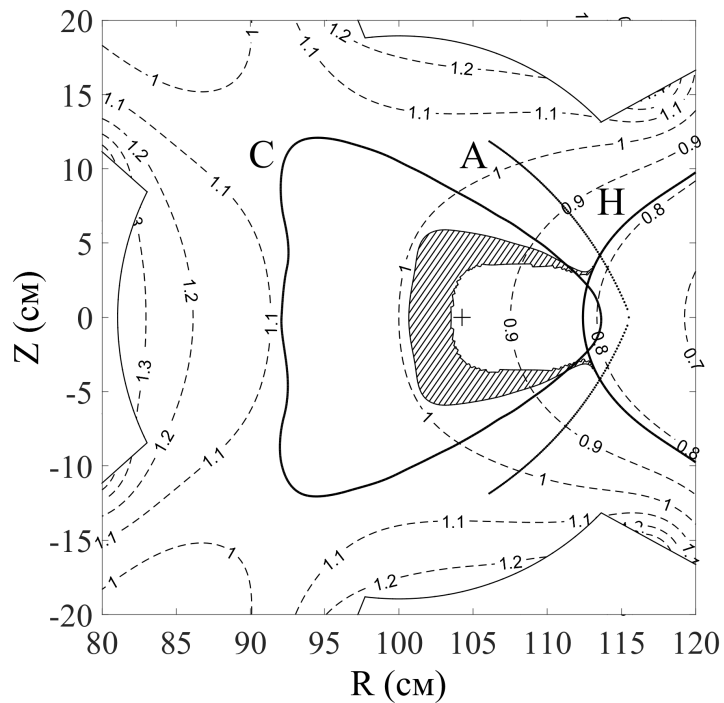


Рис. 2.8. Область распространения быстрой волны в полоидальном сечении тора D-D (заштрихована) $n_e^{center} = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $l = 27$.

$\xi = -5$ — остро пикированному профилю). Как показано на рис. 2.5 и 2.6, для моды $l = 10$ область распространения БА волны с ростом плотности плазмы сужается и смещается на периферию. При этом в центре плазмы появляется область распространения слабозатухающей БМЗ волны. Для моды $l = 27$ при низкой плотности (см. рис. 2.7) область распространения мала и прижата к зоне циклотронного резонанса. С ростом плотности (см. рис. 2.8) она расширяется, пересекает магнитную ось $R = 105$ см, и смещается к периферии плазменного шнура. Смещение зоны AP в средней плоскости тора при увеличении плотности плазмы показано на рис. 2.9.

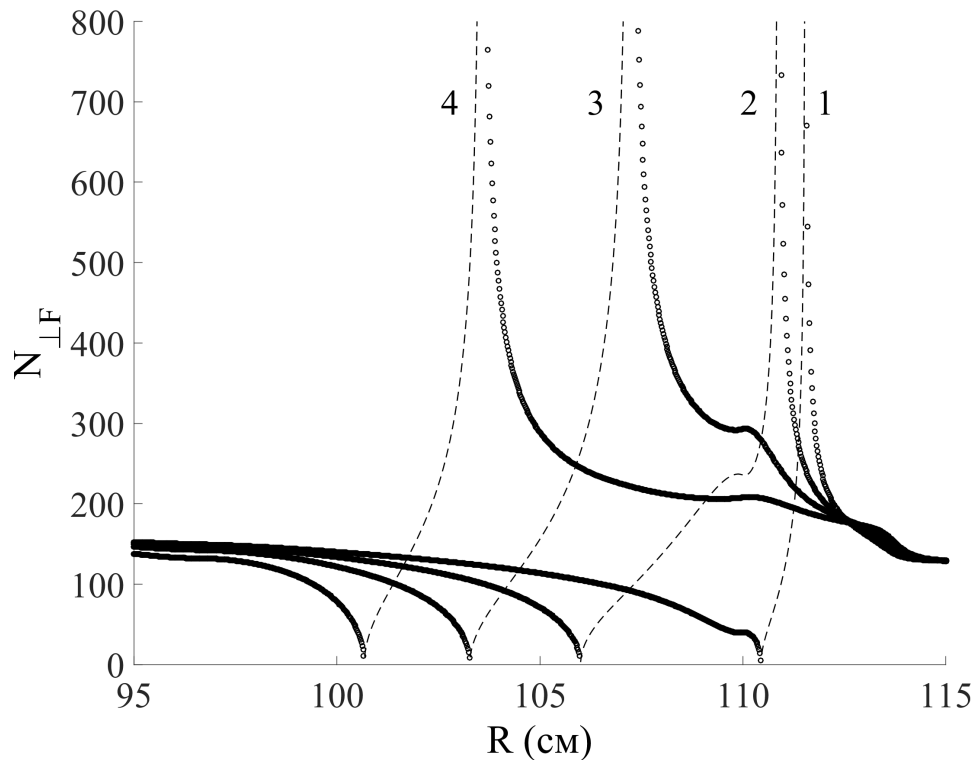


Рис. 2.9. Изменение показателя преломления быстрой волны $N_{\perp F}$ в экваториальном сечении тора при изменении плотности плазмы: 1) — $n_e^{center} = 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$; 2) — $n_e^{center} = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$; 3) — $n_e^{center} = 8 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$; 4) — $n_e^{center} = 1.4 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$; штриховые линии — $\text{Re}(N_{\perp F})$ значения; точечные линии, переходящие в сплошные — $\text{Im}(N_{\perp F})$.

Как видно из рисунка, область распространения БМЗ волны (штриховые линии) является очень узкой. Перемещение зон АР для наиболее эффективно возбуждаемых гармоник в область менее плотной плазмы снижает эффективность нагрева и обуславливает ограничение максимальной плотности плазмы, создаваемой этим высокочастотным методом нагрева.

Как известно, в плазме, находящейся в переменном электрическом поле, возможно возникновение различных пучковых и параметрических неустойчивостей [142–144]. Возбуждение этих неустойчивостей при распространении в плазме электромагнитных волн может приводить к их аномальному поглощению и турбулентному нагреву плазмы. В экспериментах [67, 71] по созданию плазмы в торсатроне «Ураган-3» в области ионной циклотронной частоты было показано, что на стадии создания разряда возникают параметрические неустойчивости, которые отвечают за нагрев электронов вблизи антенны.

Оценим роль нелинейных эффектов в нагреве плазмы для торсатрона «Ураган-3М». Если $T_e \approx T_i \approx 100$ эВ, то $v_{Te} \approx 4 \cdot 10^8$ см/с и $v_{Ti} \approx 10^7$ см/с. Для НГ волны, возбуждаемой непосредственно под антенной, осцилляторная скорость электронов

$$\tilde{v}_{\parallel e} = \frac{eE_{\parallel}}{m_e \omega_2} \sim 3 \cdot 10^8 \text{ см/с}, \sim v_{Te},$$

что говорит о возможности возбуждения пучково-параметрических неустойчивостей в этой области и существенной роли нелинейных эффектов в поглощении НГ медленной волны.

Для быстрой волны поперечная осцилляторная скорость ионов порядка максимальной скорости поляризационного дрейфа в суммарном по тороидальным гармоникам нерезонансном поле

$$\tilde{v}_i = c \frac{E_{\phi 2}}{B} \frac{\omega_2}{\omega_{ci}} \sim 2 \cdot 10^5 \text{ см/с} \ll v_{Ti}.$$

Осцилляторная скорость электронов в таком поле $\tilde{v}_{\parallel e} \sim 3 \cdot 10^5$ см/с $\ll v_{Ti}$. Таким образом, вне зоны АР нелинейные эффекты несущественны.

Для данного спектра антенны верхняя оценка относительной величины отдельной гармоники дает $E_{A\theta}^l/E_{A\theta} \lesssim 3 \cdot 10^{-2}$. Вне области резонанса в цилиндрической геометрии имеем [72]:

$$E_r^l = \frac{-\frac{m}{r^2} \frac{d}{dr}(rE_\phi^l) + \frac{\omega_2^2}{c^2} \varepsilon_2 E_\phi^l}{\frac{m^2}{r^2} + k_{\parallel}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1} \sim \frac{1}{k_{\parallel} a} E_\phi^l,$$

$$E_{\parallel}^l \approx \frac{i}{k_{\parallel}} \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_3} \frac{dE_r^l}{dr} \sim k_{\parallel}^2 \rho_L^2 E_r^l.$$

Таким образом, вне области АР получаем

$$E_\phi^l = 3.6 \cdot 10^{-1} \text{ В/см},$$

$$E_r^l \lesssim 1.5 \cdot 10^{-1} \text{ В/см},$$

$$E_{\parallel}^l \lesssim 3 \cdot 10^{-4} \text{ В/см}.$$

В области конверсии электрические поля возрастают [72]:

$$E_{r,c}^l \sim \frac{a}{\Delta r_c} E_r^l \sim 2.4 \text{ В/см},$$

$$E_{\phi,c}^l \sim \ln(a/\Delta r_c) E_\phi^l \sim 1.2 \text{ В/см},$$

$$E_{\parallel,c}^l \sim (a/\Delta r_c)^2 E_{\parallel}^l \sim 9 \cdot 10^{-2} \text{ В/см}.$$

Оценки осцилляторных скоростей $\tilde{v}_i \sim 3 \cdot 10^4$ см/с $\ll v_{Ti}$ и $\tilde{v}_{\parallel e} \sim 3 \cdot 10^6$ см/с $\ll v_{Ti}$ позволяют утверждать, что и в зонах АР для отдельных гармоник поглощение имеет линейный характер и происходит за счет конверсии в медленную волну альфвеновского типа и ее последующего черенковского поглощения электронами. В то же время следует учесть, что в плазме с низкой плотностью ($n_e^{center} \sim 5 \cdot 10^{12}$ см⁻³) при $N_A \ll N_{\parallel}$

области АР прижаты к циклотронному резонансу. При этом расстояние между резонансами для соседних гармоник

$$\Delta r \sim \frac{N_A^2}{N_{\parallel}^2} \left(\frac{1}{\omega_{ci}} \frac{d\omega_{ci}}{dR} \right)^{-1} \frac{1}{l}.$$

Для указанных выше параметров получаем $\Delta r \sim 0.15 \text{ см} \ll \Delta r_e$. Таким образом, резонансные поля отдельных гармоник складываются. Суммарное поле дает $\tilde{v}_{\parallel e} \sim 2 \cdot 10^7 \text{ см/с} \gtrsim v_{Ti}$, что должно приводить к возбуждению мощных параметрических неустойчивостей с инкрементом $\gamma \sim \omega_{ci}$.

Как известно, быстрая волна слабо поглощается в ионном циклотронном резонансе из-за того, что компонента поля этой волны

$$E^+ \approx \frac{\omega_2 - \omega_{ci}}{\omega_2 + \omega_{ci}} E^-,$$

вращающаяся в направлении вращения ионов, стремится к нулю в зоне резонанса (E^- — компонента поля, вращающаяся против направления вращения ионов). Определение ширины зоны циклотронного резонанса [13] из условия $(\omega_2 - \omega_{ci}) \approx \sqrt{2} k_{\parallel} v_{Ti}$ дает для параметров «У-3М» $\sim 8 \text{ см}$, то есть зона циклотронного резонанса (см. рис. 2.1) простирается от периферии плазмы до магнитной оси и перекрывается с зонами альфвеновских резонансов. При этом поляризация быстрой волны

$$E^+ \approx -\frac{\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2 + \varepsilon_2} E^-$$

определяется наличием локального АР, в котором $E^+ \approx E^-$. Это должно приводить к линейному циклотронному поглощению быстрой волны ионами, что и было показано экспериментально [145].

2.2. Исследование распространения МВ методом лучевых траекторий в неоднородной плазме торсатрона «Ураган-3М»

Для тороидальных ловушек типа стелларатор характерна сложная геометрия магнитных поверхностей и трехмерная неоднородность параметров плазмы и удерживающего магнитного поля. Использование аналитических методов описания распространения и поглощения медленных волн в стеллараторах является невозможным, а расчет распределения электромагнитных полей с использованием одномерной модели является весьма грубым подходом, который не учитывает эффекты, связанные с трехмерной неоднородностью параметров плазмы. Однако, распространение и поглощение МВ в плазме стелларатора может быть исследовано с помощью метода лучевых траекторий. Медленная волна по своей природе является коротковолновой модой, в отличие от БВ, для установок среднего размера и в связи с этим для ее изучения может быть использовано приближение геометрической оптики. Использование такого приближения обуславливается существованием малого параметра $\lambda/L_0 \ll 1$, где λ – длина волны в направлении неоднородности плазмы, а L_0 – характерный размер неоднородности плазмы. Так, для параметров плазмы на периферии $B = 0.67$ кГс, $n = 10^{10}$ см⁻³, $N_{||} = 30$, $\varepsilon_1 \sim 1$, $\varepsilon_3 \sim 10^4$, $\lambda \sim 3$ см, при более высоких значениях плотности и продольного показателя преломлений длина волны будет меньше.

Для расчетов лучевых траекторий в плазме торсатрона «У-3М» автором был разработан и создан специальный модульный код *RayU3*. Главной особенностью этого кода является то, что он учитывает практически все аспекты трехмерной неоднородности плазмы и реальную геометрию установки. Также возможно задавать различные профили плотности и температуры, с сохранением ключевых особенностей формы плазменного шнура, включая систему магнитных островов. Для расче-

тов магнитных поверхностей установки «У-3М» используется специальная интерполяционная библиотека *SSIL* (см. рис. 1.4), которая является частью кода *RayU3*. Вместе с тем следует подчеркнуть, что лучевой код *RayU3* использовался [40, 146] и может быть использован для моделирования распространения ВЧ волн в плазме в других действующих тороидальных термоядерных ловушках.

При расчетах лучевых траекторий используется цилиндрическая система координат $\vec{r}(R, \varphi, Z)$, в которой R направлено вдоль большого радиуса тора, Z направлено по оси тора, а φ — тороидальный угол. Система дифференциальных уравнений лучевых траекторий имеет следующий вид [93, 147]:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}}, \\ \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{\partial \omega}{\partial \vec{r}}, \end{cases} \quad (2.4)$$

где t это время, ω — частота и k — волновой вектор. Связь между волновым вектором и частотой определяется дисперсионным уравнением (1.1) для волн в магнитоактивной плазме [31], в котором $N_{\perp} = ck_{\perp}/\omega$ поперечный и $N_{\parallel} = ck_{\parallel}/\omega$ продольный показатели преломления, а $k_{\parallel} = \vec{k} \cdot \vec{B}/B = (b_R k_R + b_{\varphi} k_{\varphi} + b_Z k_Z)$, $k_{\perp} = (k^2 - k_{\parallel}^2)^{1/2}$.

Дисперсионное уравнение (1.1) имеет два решения (1.2), одно из которых соответствует БВ, а другое МВ. В области ионно-циклотронных частот $\omega \sim \omega_{ci}$ компонента тензора диэлектрической проницаемости $|\varepsilon_3| \gg |\varepsilon_{1,2}|$, поэтому выражения для показателей преломления быстрой и медленной волн упрощаются [13, 16, 33]. Для быстрой волны решение представлено формулой (2.3), а для медленной волны

$$N_{\perp S}^2 = -\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}(N_{\parallel}^2 - \varepsilon_1). \quad (2.5)$$

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости ε_1 и ε_2 в МГД приближении для $\omega \sim \omega_{ci}$ определяются следующими выражениями:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{ci}^2}, \quad \varepsilon_2 = -\frac{\omega_{pi}^2 \omega}{\omega_{ci}(\omega^2 - \omega_{ci}^2)}, \quad (2.6)$$

где $\omega_{pi}^2 = 4\pi e^2 n/m_i$ — плазменная частота ионов, $\omega_{ci} = eB/cm_i$ — ионно-циклотронная частота. Для характерных параметров плазмы торсатрона «Ураган-3М» величина $z_e = \omega/\sqrt{2}k_{\parallel}v_{Te}$ может быть как больше единицы $z_e > 1$ так и порядка единицы $z_e \sim 1$, поэтому для компоненты тензора ε_3 используется кинетическое выражение [31, 75, 148]:

$$\varepsilon_3 = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{k_{\parallel}^2 v_{Te}^2} [1 + i\sqrt{\pi}z_e W(z_e)], \quad (2.7)$$

где $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ — тепловая скорость электронов, $\omega_{pe}^2 = 4\pi e^2 n/m_e$ — плазменная частота электронов. Так например, для значений $k_{\parallel} = 0.1$ и $T_e = 30$ эВ величина $z_e \sim 1.6$.

Поглощение вдоль луча вычисляется по следующей формуле

$$Q = 1 - e^{-\Gamma}, \quad (2.8)$$

где Γ — оптическая толщина плазмы

$$\Gamma = 2 \int_0^{\tau} \frac{\text{Im } N}{N} \vec{k} \frac{\partial \omega}{\partial \vec{k}} dt, \quad (2.9)$$

$$\frac{\text{Im } N}{N} = \frac{\varepsilon_{11}^a (\varepsilon_3 - N_{\perp}^2) + \varepsilon_{33}^a (\varepsilon_1 - N_{\parallel}^2)}{2(\varepsilon_1 N_{\perp}^2 + \varepsilon_3 N_{\parallel}^2)}, \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{11}^a = \varepsilon_{11}^n + \delta\varepsilon_{11}, \quad \varepsilon_{33}^a = \varepsilon_{33}^n + \delta\varepsilon_{33}. \quad (2.11)$$

Величины ε_{11}^n и ε_{33}^n являются антиэрмитовскими поправками к тензору диэлектрической проницаемости, полученные из кинетической теории, которые учитывают бесстолкновительное затухание волны и определяются формулами [149]:

$$\varepsilon_{11}^n = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{pi}^2}{\omega |k_{\parallel}| v_{Ti}} \left[\exp\left(-\frac{(\omega - \omega_{ci})^2}{2k_{\parallel}^2 v_{Ti}^2}\right) + \exp\left(-\frac{(\omega + \omega_{ci})^2}{2k_{\parallel}^2 v_{Ti}^2}\right) \right], \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{33}^n = \text{Im } \varepsilon_3. \quad (2.13)$$

Величины $\delta\varepsilon_{11}$ и $\delta\varepsilon_{33}$ являются поправками к тензору диэлектрической проницаемости, которые учитывают затухание волн, связанное со столкновениями частиц в плазме и определяются выражениями:

$$\delta\varepsilon_{11} = \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{eff} \omega}{\omega_{ce}^2} \left[\left(\frac{\omega_{ci}}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega}{\omega^2 - \omega_{ci}^2} \right)^2 \right], \quad (2.14)$$

$$\delta\varepsilon_{33} = \frac{\omega_{pe}^2 \nu_{eff}}{\omega^3}, \quad (2.15)$$

$$\nu_{eff} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2\pi}{m_e}} \frac{e^4 Z^2 L n}{T_e^{3/2}}. \quad (2.16)$$

Для рассматриваемого случая плазмы с параметрами для установки «У-3М», существенными оказываются лишь электрон-электронные и ион-электронные столкновения. При столкновениях электронов с ионами относительная скорость имеет такой же порядок величины, что и при столкновениях между электронами, поэтому столкновения между электронами происходят также часто, как и с ионами $\nu_{eff} \sim \nu_{ee}$ [150]. Существенный обмен энергией при столкновениях происходит между оди-

наковыми частицами. При столкновении электрона с ионом передается лишь малая доля энергии – порядка отношения их масс. При температуре $T_e = 10$ эВ и плотности $n = 10^{11}$ см $^{-3}$ частота ион-ионных столкновений $\nu_{ii} \sim 2 \cdot 10^3$ с $^{-1}$, а ион-электронных $\nu_{eff} \sim 1.3 \cdot 10^5$ с $^{-1}$, следовательно $\nu(ii) \ll \omega$ и ион-ионные столкновения можно не учитывать.

Профиль плотности и температуры задается следующей формулой

$$n(\psi) = \begin{cases} n_0 \frac{\exp(\xi) - \exp(A\xi\psi)}{\exp(\psi) - 1}, & \psi \leq 1, \\ n_b + (n_x - n_b) \exp\left[\frac{1 - \psi}{\delta}\right], & \psi > 1, \end{cases} \quad (2.17)$$

где ψ — метка магнитной поверхности, n_0 — плотность в центре, n_b — плотность на границе плазмы, n_x — значение плотности на последней замкнутой поверхности, A — коэффициент сшивки двух функций, ξ — параметр, определяющий общую степень пикированности профиля, δ — параметр, определяющий на сколько резко спадает плотность за последней замкнутой магнитной поверхностью.

2.3. Результаты расчетов распространения и МВ в плазме торсатрона «Ураган-3М» и их анализ

Для характерных параметров плазмы торсатрона «У-3М» ($B_0 = 7200$ Гс, $n_0 = 5 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$, $T_e = 200$ эВ) область ионно-циклотронного резонанса находится в объеме удержания, как показано на рис. 2.10, а рамочная антенна расположена таким образом, что зона ионно-циклотронного резонанса пересекает антенну. Следовательно, мы имеем абсолютно две разные области распространения МВ в плазме с $\omega > \omega_{ci}$ и $\omega < \omega_{ci}$.

Для начала рассмотрим область, которая занимает меньшую часть объема удержания и располагается ближе к периферии. Для области

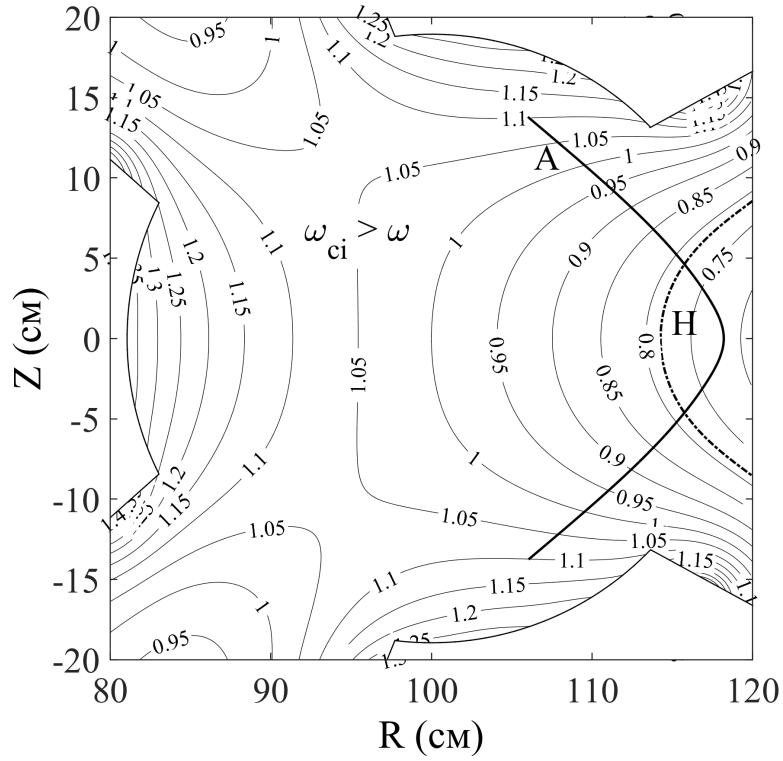


Рис. 2.10. Изолинии модуля магнитного поля нормированного на значение B_0 для сечения D-D; H — положение ионно-циклотронного резонанса $\omega = \omega_{ci}$; кривая A — положение рамочной антенны.

$\omega > \omega_{ci}$ компонента $\varepsilon_1 \approx \omega_{pi}^2 / (\omega_{ci}^2 - \omega^2) < 0$, поэтому медленная волна будет возбуждаться ($N_{\perp S}^2 > 0$), если $\varepsilon_3 > 0$ и $z_e \lesssim 1$, где последнее неравенство выполняется для основной части спектра продольных волновых чисел $k_{||}$, генерируемых рамочной антенной. С другой стороны, для характерных параметров периферийной плазмы и тороидального волнового числа l , которое соответствует максимуму спектра по тороидальным гармоникам, величина $z_e \sim 0.3$. Медленная волна, возбуждаемая рамочной антенной, в области $\omega > \omega_{ci}$ будет испытывать очень сильное поглощение.

Область, где $\omega < \omega_{ci}$ является более важной для изучения, так как она занимает практически весь объем удержания и в ней расположена большая часть рамочной антенны. При исследовании распро-

странения МВ в плазме торсатрона «У-3М» рассмотрено два случая: режим 1 (начало разряда) — низкоплотная холодная плазма с параметрами $n_0 = 10^{11} \text{ см}^{-3}$, $n_b = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 15 \text{ эВ}$, $T_b = 3 \text{ эВ}$ и режим 2 (регулярный разряд) с параметрами $n_0 = 5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $n_b = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $T_0 = 200 \text{ эВ}$, $T_b = 30$. Расчеты лучевых траекторий МВ были проведены не для всего спектра значений тороидальных гармоник, а только для значений $l \sim 20$ соответствующих максимуму в спектре рамочной антенны по тороидальным гармоникам. Поведение лучевых траекторий при более низких или высших значениях $N_{\parallel} \approx cl/\omega R$ имеет схожий характер и основная задача этого исследования — дать качественный анализ распространения и поглощения МВ в плазме. Стоит отметить, что последняя формула для N_{\parallel} справедлива лишь для экваториальной плоскости, где компоненты магнитного поля b_R и b_Z пренебрежимо малы.

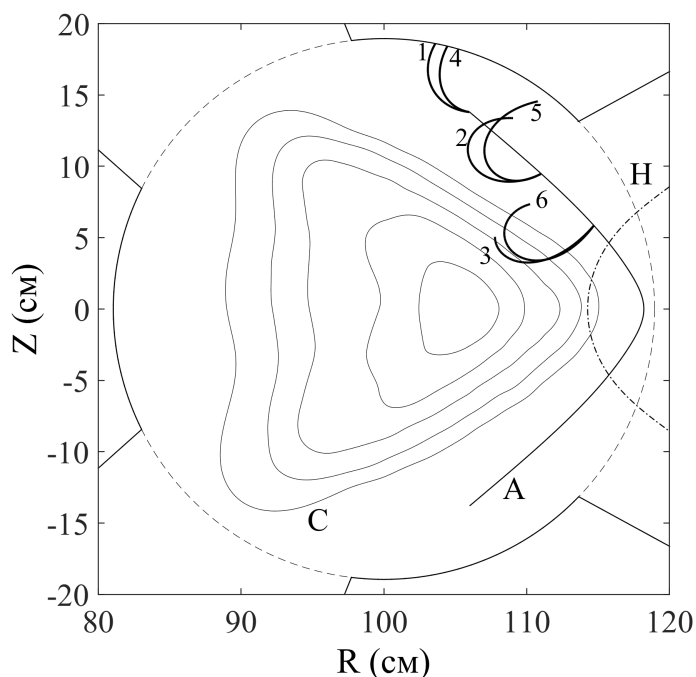


Рис. 2.11. Проекция лучевых траекторий МВ на малое сечение тора; С — магнитные поверхности в сечении D-D; лучи 1,2,3 — режим 1; лучи 4,5,6 — режим 2; Н — положение ионно-циклотронного резонанса $\omega = \omega_{ci}$; А — положение рамочной антенны.

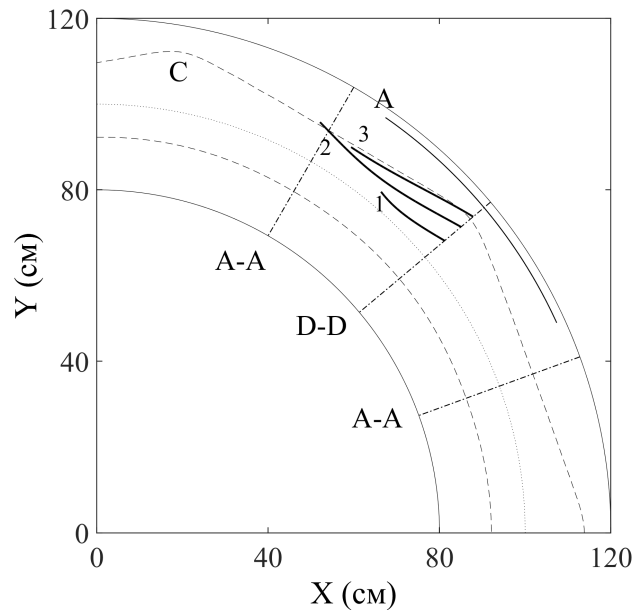


Рис. 2.12. Проекция лучевых траекторий МВ на большое сечение тора (режим 1); А — положение РА; А-А, D-D — типичные сечения торсатрона; С — последняя замкнутая магнитная поверхность ($Z = 0$).

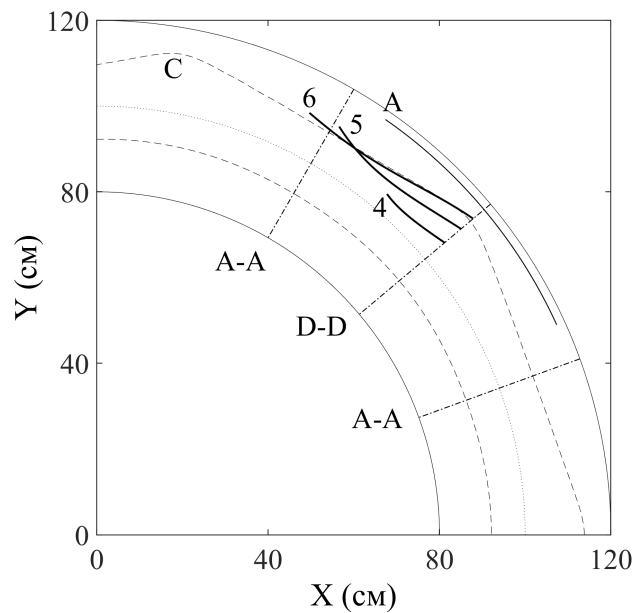


Рис. 2.13. Проекция лучевых траекторий МВ на большое сечение тора (режим 1); А — положение РА; А-А, D-D — типичные сечения торсатрона; С — последняя замкнутая магнитная поверхность ($Z = 0$).

На рис. 2.11 представлены проекции лучевых траекторий МВ в малом сечении тора. Расчеты выполнены для центральной части рамочной антенны, которая находится в D-D сечении. Лучи 1-3 соответствуют режиму 1, а лучи 4-6 — режиму 2. Проекция лучей на большое сечение тора изображены на рис. 2.12 и рис. 2.13. Медленная волна распространяется преимущественно вдоль магнитных силовых линий с небольшим смещением вглубь плазменного шнура, что видно из рис. 2.14б и рис. 2.15б. Лучевые траектории в малом сечении тора имеют сложную спиралевидную форму, которая обусловлена вращением плазмы в полоидальном направлении и специфической неоднородностью, которая присуща установкам типа стелларатор / торсатрон.

Для лучшего понимания такой сложной формы траекторий в малом сечении плазменного шнура обратимся к рис. 2.16. Лучевые траектории МВ изображены в системе координат, которая исключает вращение винтовых проводников, а по осям абсцисс и ординат отложена метка магнитной поверхности. Из рис. 2.16 видно, что МВ распространяется в сторону больших плотностей, а первоначальный вывод, который можно сделать из рис. 2.11, о том, что МВ распространяется в сторону уменьшения плотности является ошибочным. Счет лучевых траекторий заканчивался при полном поглощении волны — лучи 2,3,5,6 рис. 2.11 либо при достижении границы объема удержания — лучи 1 и 4 рис. 2.11. При расчетах не учитывалось отражение волн от стенок камеры и винтовых проводников.

Трехмерная неоднородность плазмы оказывает сильное влияние на распространение медленной волны и может приводить к такому эффекту как отражение от некоторого критического слоя. Рассмотрим этот эффект подробнее. Медленная волна, распространяясь вдоль силовых магнитных линий, смещается как в тороидальном направлении, так и в полоидальном направлении, смещаясь относительно винтовых провод-

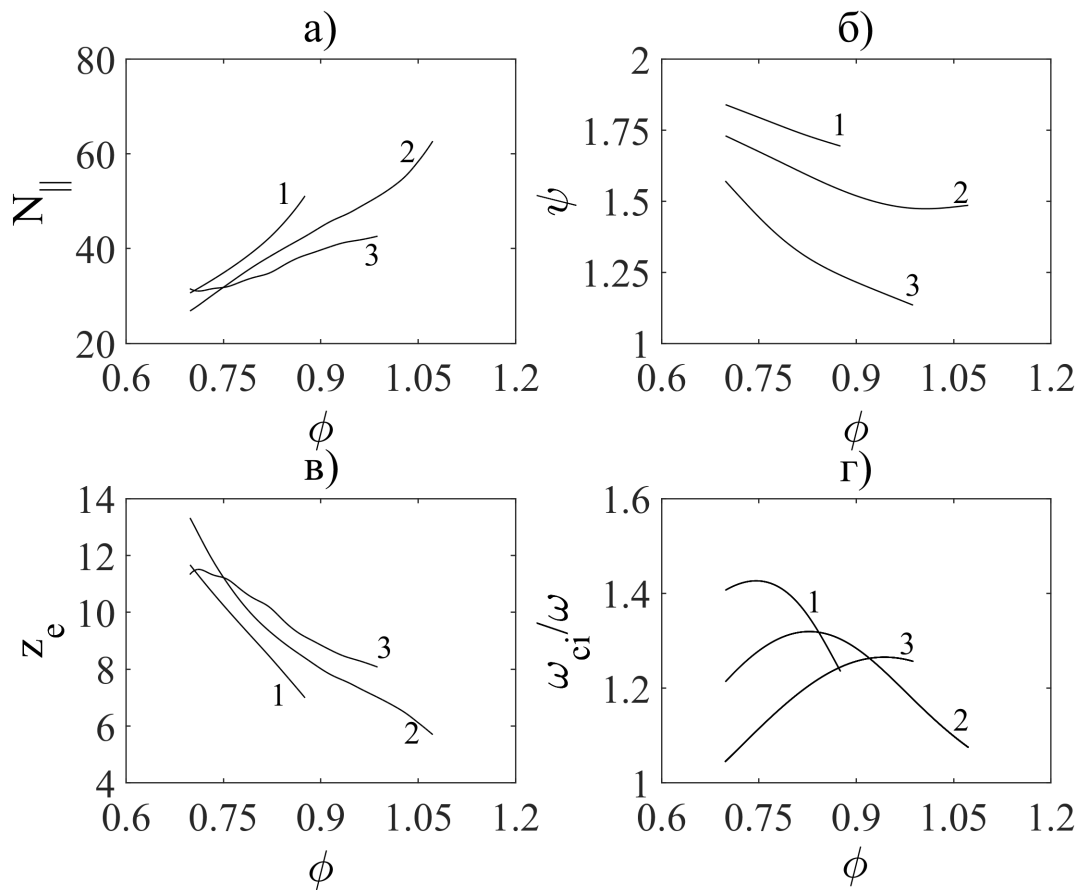


Рис. 2.14. Параметры вдоль лучевых траекторий 1,2,3 (режим 1) в зависимости от тороидального угла ϕ ; а) — продольный показатель преломления $N_{||}$, б) — метка магнитной поверхности ψ , в) — отношение фазовой скорости к тепловой z_e , г) — отношение ионной циклотроной частоты к частоте волны ω_{ci}/ω .

ников. Магнитное поле торсатрона «У-3М» имеет сложную структуру, а компоненты магнитного поля b_R и b_Z меняют свой знак в зависимости от положения винтовых проводников в разных сечениях. Эффект отражения медленной волны от некоторого критического слоя происходит в точке $b_R = 0$. При таком отражении волна не меняет своего направления движения вдоль силовых магнитных линий, а лишь смещается уже в сторону увеличения ψ , тем самым распространяясь в сторону меньших плотностей. Лучевая траектория медленной моды, которая претерпевает отражение, изображена на рис. 2.15б луч 5. При таком отражении также

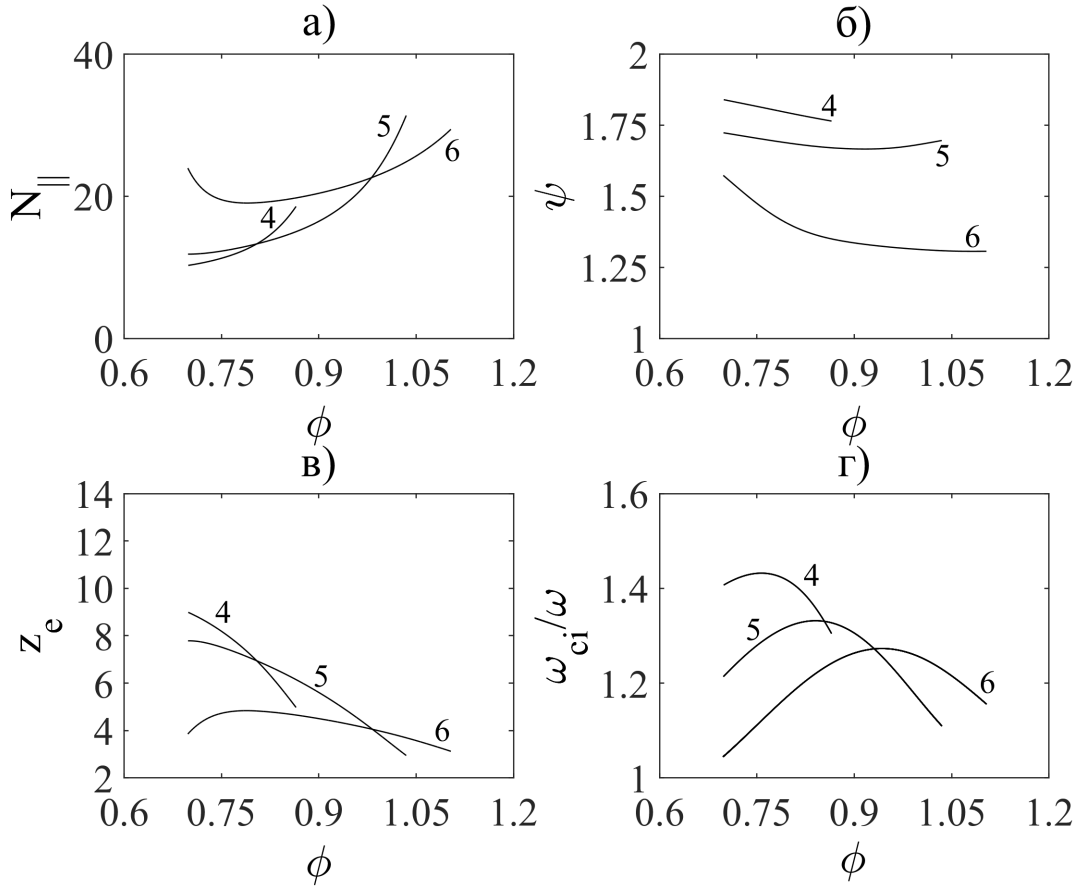


Рис. 2.15. Параметры вдоль лучевых траекторий 4,5,6 (режим 2) в зависимости от тороидального угла ϕ ; а) — продольный показатель преломления $N_{||}$, б) — метка магнитной поверхности ψ , в) — отношение фазовой скорости к тепловой z_e , г) — отношение ионной циклотроной частоты к частоте волны ω_{ci}/ω .

происходит смена знака для k_ϕ , но величина $N_{||} \sim b_R k_R + b_\phi k_\phi + b_Z k_Z$ не меняет знак и продолжает увеличиваться вдоль траектории рис. 2.15а. Постоянство знака для $N_{||}$ при отражении обусловлено сильным влиянием компонент магнитного поля b_R и b_Z , которые в комбинации с k_R и k_Z вносят существенный вклад в рост $N_{||}$. Такой эффект отражения происходит когда $\tilde{\epsilon}_1 \rightarrow 0$ в области так называемого локального гибридного резонанса. Величина $\tilde{\epsilon}_1$ определяется как $\tilde{\epsilon}_1 = \epsilon_1 + b_R^2(\epsilon_3 - \epsilon_1)$ и является компонентой тензора диэлектрической проницаемости для цилиндрической системы координат, в которой магнитное поле направлено

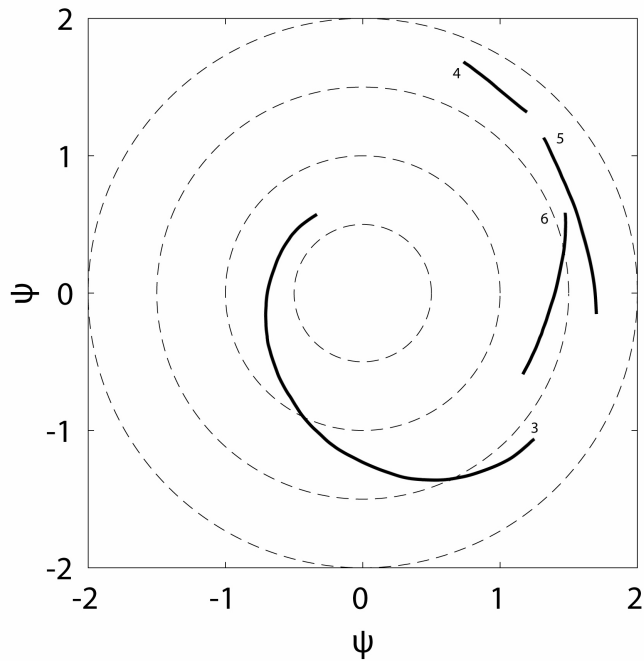


Рис. 2.16. Лучевые траектории МВ в системе координат вращающейся вместе с винтовыми проводниками.

произвольным образом. После отражения волны происходит ее полное поглощение, т.к. с ростом $k_{||}$ величина z_e падает (см. рис. 2.14в и 2.15в).

При вычислении поглощения вдоль лучевых траекторий, как уже было сказано выше, учитывалось бесстолкновительное затухание Ландау и столкновительное поглощение. Учет ионно-циклотронного поглощения, как показывают оценки, является несущественным. В большинстве случаев МВ не достигает зоны ионно-циклотронного резонанса и поглощается вдали от нее за счет других механизмов рис. 2.14г и рис. 2.15г. Столкновительное поглощение МВ, как показали расчеты, вносит существенный вклад как на периферии плазмы, так и ближе к центру, при условии когда плотность плазмы велика, а температура низка. При параметрах плазмы, соответствующих режиму 1, луч 3 рис. 2.11 поглощается преимущественно за счет столкновений, в отличие от луча 6, который хуже проникает вглубь плазмы и поглощается полностью на резонансных электронах со скоростью $\omega/k_{||}$ (режим 2).

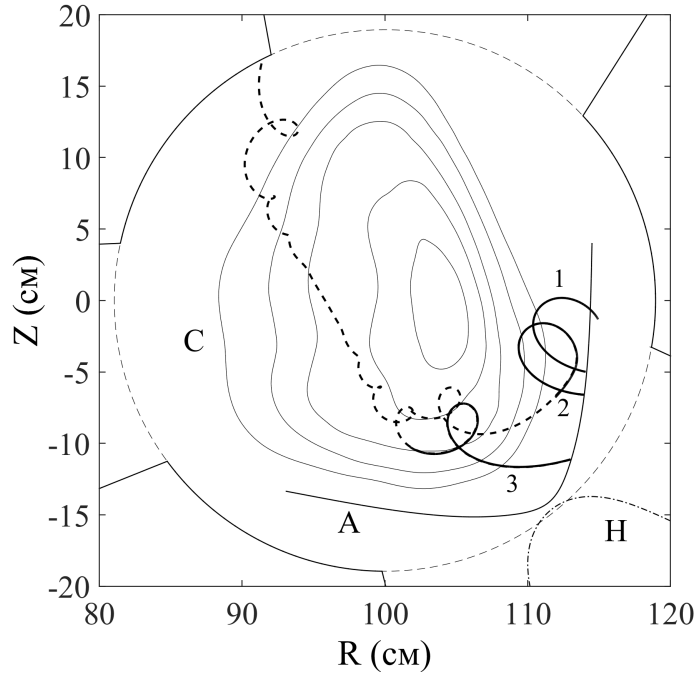


Рис. 2.17. Проекция лучевых траекторий МВ на малое сечение тора D-D; лучи 1,2,3 соответствуют плазме с невысокой плотностью (режим 1); Н — положение ионно-циклотронного резонанса $\omega = \omega_{ci}$; А — положение РА; С — магнитные поверхности; штрихованные траектории посчитаны без учета столкновительного затухания.

Оценочное выражение для электронного черенковского поглощения МВ имеет следующий вид [13]

$$\frac{ImN}{N} \sim \sqrt{\pi} z_e^3 \exp(-z_e^2), \quad (2.18)$$

а столкновительное затухание может быть оценено по следующей формуле

$$\frac{ImN}{N} \sim \frac{\nu_{eff}}{\omega}. \quad (2.19)$$

На рис. 2.17 представлены проекции лучевых траекторий МВ в малом сечении тора рассчитанные для режима 1. Здесь расчеты выполнены для крайней левой части рамочной антенны, которая находится вблизи

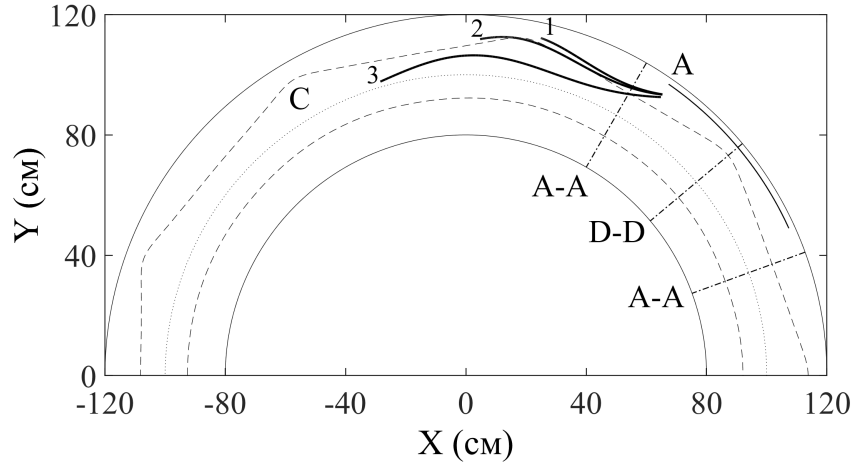


Рис. 2.18. Проекция лучевых траекторий МВ на большое сечение тора (режим 1); А — положение рамочной антенны; А-А, D-D — типичные сечения торсатрона; H — положение последней замкнутой магнитной поверхности ($Z = 0$).

сечения А-А. Проекция лучей 1-3 на большое сечение тора изображены на рис. 2.18. Распространение МВ в этой области существенным образом не отличается от случая для центральной части антенны, как на рис. 2.11. Луч 1 испытывает отражение на периферии плазмы рис. 2.19б, а затем поглощается вблизи антенны. Луч 3 не испытывает отражения и проникает вглубь плазмы рис. 2.19б, где $\psi \sim 0.7$. Как уже отмечалось раньше, столкновения играют важную роль в поглощении МВ в плазме с низкой температурой и, например, при $T_e = 10$ эВ, $n = 10^{11}$ см $^{-3}$ $ImN/N \sim 2.5 \cdot 10^{-3}$. Проекция лучевых траекторий МВ без учета столкновительных членов (2.14), (2.15) в антиэрмитовских поправках к тензору диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{11}^a, \varepsilon_{33}^a$ изображены на рис. 2.17 штрихованными линиями, которые являются продолжением лучей 2 и 3. Стоит также отметить, что в зависимости от параметров плазмы и положения точки старта луча для высших гармоник $l \gtrsim 20$, дисперсионное уравнение не имеет строго вещественного решения. Следовательно,

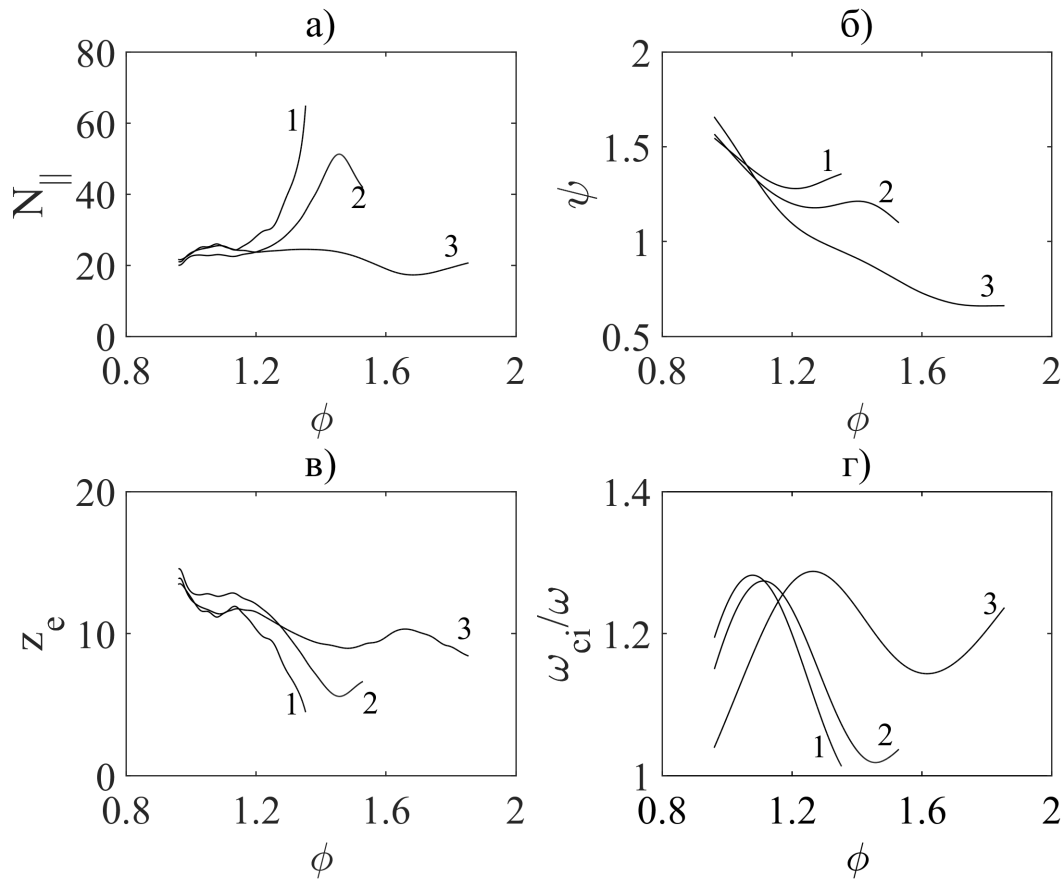


Рис. 2.19. Параметры вдоль лучевых траекторий 1,2,3 (режим 1) в зависимости от тороидального угла ϕ ; а) — продольный показатель преломления $N_{||}$, б) — метка магнитной поверхности ψ , в) — отношение фазовой скорости к тепловой z_e , г) — отношение ионной циклотронной частоты к частоте волны ω_{ci}/ω .

можно сделать вывод о том, что для высшие гармоники спектра РА не проникают в плазму.

В работе также было исследовано влияние граничной температуры плазмы на поглощение МВ на периферии плазменного шнура. На рис. 2.20 изображено 4 профиля поглощенной мощности МВ в зависимости от метки магнитной поверхности для различных значений граничной температуры при постоянной плотности и температуре в центре. Вычисления были проделаны для центральной части антенны с фиксированным значением тороидального волнового числа $l = 20$ для набора

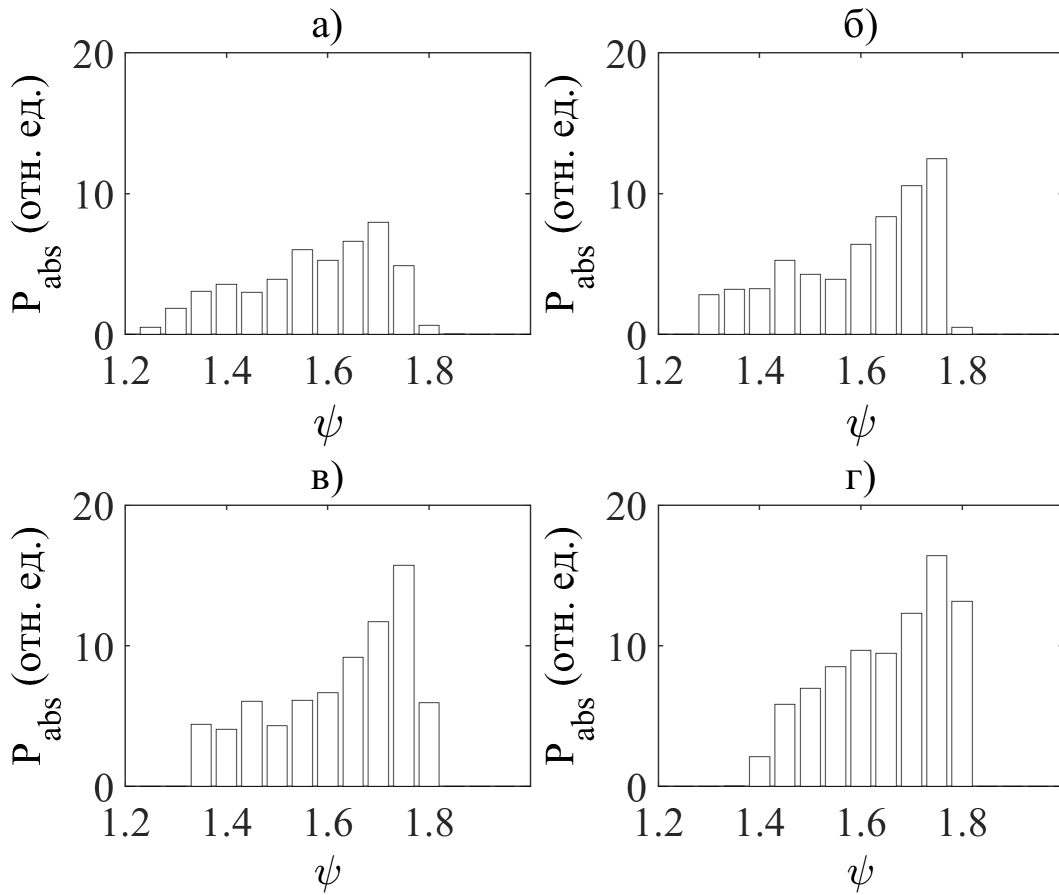


Рис. 2.20. Профили поглощенной мощности в зависимости от значения ψ для ряда значения граничной температуры: а) $T_e = 10$ эВ, б) $T_e = 30$ эВ, в) $T_e = 50$ эВ, г) $T_e = 70$ эВ.

траекторий. Общий профиль получен в результате суммирования поглощенной мощности по всем лучевым траекториям. Эти расчеты показали, что с увеличением температуры пик профиля поглощенной мощности сдвигается в сторону больших значений ψ . Поглощение МВ происходит на периферии, в области между последней замкнутой поверхностью и винтовыми проводниками, а увеличением температуры область поглощения смещается наружу.

Материалы этого раздела опубликованы в работах [1, 5] и докладывались на конференциях [6, 10, 11].

2.4. Выводы

В ходе анализа высокочастотного нагрева плазмы в торсатроне «Ураган-3М» с использованием параметров экспериментов, расчетов магнитного поля и пространственных областей распространения БВ в трехмерной геометрии, установлено, что с увеличением центральной плотности плазмы резонансные поверхности для доминирующих в тороидальном спектре гармоник смещаются к периферии, на внутреннюю сторону тора, и эффективность нагрева с помощью БВ снижается. Установлено, что трехполувитковая антенна возбуждает не только быструю, но и медленную волну, которая поглощается вблизи антенны на периферии плазменного шнура за счет затухания Ландау на электронах и нелинейных эффектов. Медленные волны, образовавшиеся в результате конверсии в зонах локальных альфвеновских резонансов, не распространяются по радиусу, а поглощаются в зонах конверсии за счет линейных механизмов затухания для достаточно плотной плазмы. Для плазмы с низкой плотностью зоны конверсии прижаты к зоне циклотронного резонанса и перекрываются для разных тороидальных мод, что приводит к существенной роли нелинейных эффектов в поглощении волн. Также показано, что поглощение высокочастотной энергии локализовано в тороидальном направлении в окрестности ТПВА. Пространственная близость альфвеновских и циклотронного резонансов приводит к изменению поляризации быстрой волны в окрестности циклотронного резонанса и к нагреву ионов, что подтверждено экспериментально.

Для задач численного моделирования распространения ВЧ волн в плазме «У-3М» разработан и создан специальный лучевой код. В результате исследований распространения МВ в плазме торсатрона «У-3М», возбуждаемой с помощью РА, установлено, что медленная волна не проникает в глубь плазмы и распространяется только на периферии плаз-

менного шнура. Проведенный анализ показал, что вся мощность, излучаемая рамочной антенной, поглощается вблизи самой антенны. Длина лучевых траекторий МВ в тороидальном направлении порядка длины рамочной антенны. Численные расчеты показали, что МВ поглощается в основном за счет затухания Ландау на электронах. Также было установлено, что в плазме с невысокой плотностью и низкой температурой (режим 1) важную роль в поглощении МВ играют парные столкновения.

Исследовано влияние граничной температуры плазмы на поглощение медленной волны. Установлено, что МВ волна поглощается в области между последней замкнутой поверхностью и винтовыми проводниками, а с повышением граничной температуры область поглощения МВ смещается в сторону уменьшения плотности.

Раздел 3. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ ПО ДАННЫМ ДИАГНОСТИК

Линейные и нелинейные интегральные уравнения появляются, например, при восстановлении параметров плазмы по данным многоканальных диагностик. В данном разделе диссертации изложен итерационный метод решения интегральных уравнений с особенностью в точке верхнего предела интегрирования путём построения последовательных приближений и использования квадратурных формул для вычисления значений интеграла на каждом промежутке интегрирования. Метод квадратур широко распространён на практике, поскольку достаточно универсален в отношении принципа построения алгоритмов решения как линейных, так и нелинейных интегральных уравнений.

В разделе также приведён пример использования итерационных алгоритмов для численного решения интегральных уравнений, подобных тем, что возникают при восстановлении профиля плотности плазмы по данным рефлектометрии.

3.1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу анализа данных эксперимента, которая сводится к нелинейным интегральным уравнениям с переменным верхним пределом интегрирования

$$\Phi_i(\omega_i) = \int_a^x K(\omega_i, x, n(x')) dx', \quad (3.1)$$

где $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_N$ — ряд измеренных экспериментальных данных, $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N$ — известные входные данные, $n(x')$ — искомая функция, а

$K(\omega_i, x, n(x'))$ является ядром интегрального уравнения, которое зависит от искомой функции.

Будут рассмотрены два типа подынтегральных функций K_I и K_{II} , которые определены как $K_I = 1/\sqrt{\omega_i^2 - n(x)}$ и $K_{II} = G(x)/\sqrt{\omega_i^2 - n(x) - \omega_i b(x)}$, где $G(x)$ и $b(x)$ — некоторые аналитические непрерывные функции в интервале $0 \leq x \leq S$. Интегральные уравнения для ядер K_I и K_{II} имеют следующий вид:

$$\sigma \int_0^x \frac{dx'}{\sqrt{\omega_i^2 - n(x')}} = \Phi_{(I)}(\omega_i), \quad (3.2)$$

$$\tau \int_0^x \frac{G(x')dx'}{\sqrt{\omega_i^2 - n(x') - \omega_i b(x')}} = \Phi_{(II)}(\omega_i), \quad (3.3)$$

где σ, τ — известные константы, а $\Phi_{(I)}$ и $\Phi_{(II)}$ — наборы измеренных данных, соответствующие подынтегральным функциям K_I и K_{II} . Уравнение (3.2) является нелинейным интегральным уравнением Вольтерра первого рода в форме Урысона со слабой сингулярностью в точке верхнего предела интегрирования, т.е. в точке $\omega_i^2 - n(x) = 0$. Уравнение (3.3) является нелинейным интегральным уравнением Гаммерштейна первого рода [151]. Подынтегральная функция этого уравнения также имеет особенность в точке верхнего предела интегрирования.

Общие методы решения нелинейных интегральных уравнений хорошо описаны в [151]. Из всего многообразия методов численного решения интегральных уравнений вида (3.2) и (3.3) в работе рассмотрен только метод квадратур с дополнительными модификациями. Метод квадратур относится к аппроксимационным методам.

3.2. Решение интегрального уравнения с ядром типа K_I

Перейдем к рассмотрению интегрального уравнения (3.2), где искомой функцией является $n = n(x)$, либо обратная ей функция $x = x(n)$. Данное уравнение является нелинейным, но может быть приведено к линейному интегральному уравнению с помощью замены переменной. Сделаем замену $\omega^2 = y$, $n(x) = s$. Тогда $dx = x'_s(s)ds$, а функцию $x'_s(s)$ переопределим как $x'_s(s) = \phi(s)$. Таким образом, уравнение (3.2) примет следующий вид:

$$\int_0^y \frac{\phi(s)}{\sqrt{y-s}} ds = f(y), \quad 0 \leq y \leq R. \quad (3.4)$$

Полученное выше уравнение (3.4) является сингулярным интегральным уравнением Абеля (уравнение Вольтерра I-го рода с переменным верхним пределом), где $\phi(s)$ — искомая функция [152]. Запишем уравнение Абеля в более общем виде

$$\int_a^y \frac{\phi(s)}{(y-s)^\alpha} ds = f(y), \quad a \leq y \leq b, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) хорошо исследовано и имеет аналитическое решение (см. [152], с. 19)

$$\phi(y) = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\pi} \frac{d}{dy} \int_a^y \frac{f(t)dt}{(y-t)^{1-\alpha}} \quad (3.6)$$

или

$$\phi(y) = \frac{\sin(\alpha\pi)}{\pi} \left[\frac{f(a)}{(y-a)^{1-\alpha}} + \int_a^y \frac{f'(t)dt}{(y-t)^{1-\alpha}} \right]. \quad (3.7)$$

Однако решения (3.6) и (3.7) содержат производную $f'(t)$ от полученной экспериментально, а значит, зашумленной функции $f(t)$, а задача

численного дифференцирования зашумленной функции является некорректной (см. [153], с 18-19). Кроме того, интеграл в правой части (3.7) имеет переменный верхний предел интегрирования. Следовательно, задача нахождения решения уравнения (3.2) не является тривиальной. В данной работе предлагается численный метод нахождения решения уравнения (3.2).

Пусть значения ω_i являются узлами равномерной сетки с шагом $h = \omega_k - \omega_{k-1}$, которому соответствует дискретное множество точек x_k , где $k = 0, \dots, N$. При построении алгоритма решения уравнения (3.2) предполагается, что $n(x_0)$ известно и значение искомой функции $n(x_k)$ в точке x_k , $1 \leq k \leq N$, определяется ее значениями в предшествующих точках $x_i < x_k$, а значения в последующих точках $x_i > x_k$ не влияют на это значение функции. Таким образом, решение строится так, чтобы по известным значениям $n(x_0), \dots, n(x_{k-1})$ можно было построить уравнение для нахождения $n(x_k)$. Пусть известны решения интегрального уравнения (3.2) в точках x_0, \dots, x_{k-1} и требуется найти точку x_k . Перепишем уравнение (3.2) для точки x_k в виде

$$B(\omega_k) - \sigma \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x')}} = 0. \quad (3.8)$$

Здесь $B(\omega_k) = \Phi_k - \sum_{i=1}^{k-1} I_i$, а $I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\omega_k^2 - n(x')]^{-1/2} dx'$, $i = 1, \dots, k-1$.

Для того, чтобы вычислить I_i представим функцию $n(x')$ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ в виде полинома первой степени $n(x') = a_i x' + b_i$, где $a_i = \frac{\omega_i^2 - \omega_{i-1}^2}{x_i - x_{i-1}}$, $b_i = \frac{\omega_{i-1}^2 x_i - \omega_i^2 x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}$. Коэффициенты a_i , b_i определены из условия равенства нулю подынтегральной функции в точке верхнего предела интегрирования, т.е. $\omega_k^2 = a_k x_k + b_k$, для всех $k = 1, \dots, N$. Тогда

получим

$$I_i = \frac{2\omega_k}{a_i} \left[\sqrt{1 - \omega_{i-1}^2/\omega_k^2} - \sqrt{1 - \omega_i^2/\omega_k^2} \right]. \quad (3.9)$$

Формула (3.9) является квадратурной формулой, а $\sqrt{1 - \omega_{i-1}^2/\omega_k^2} - \sqrt{1 - \omega_i^2/\omega_k^2}$ — квадратурные коэффициенты. Таким образом, значение интеграла I_i на каждом промежутке $[x_{i-1}, x_i]$ представлено в виде конечной суммы и $B(\omega_k)$ полностью определено. Также необходимо отметить, что с помощью формулы (3.9) исключена особенность в интегральном уравнении (3.2).

Теперь решаем уравнение (3.8) итерациями. Предполагаем, что на интервале $[x_{k-1}, x_k]$ $n(x) = a_k^{(0)}x + b_k^{(0)}$. Для первой итерации полагаем $a_k^{(0)} = a_{k-1}$, $b_k^{(0)} = b_{k-1}$. Тогда из условия равенства нулю подынтегральной функции в точке верхнего предела интегрирования или $n(x_k^{(0)}) = \omega_k^2$ находим

$$x_k^{(0)} = (\omega_k^2 - b_k^{(0)})/a_k^{(0)}. \quad (3.10)$$

Подставляем полученное значение $x_k^{(0)}$ в интегральное уравнение (3.8) и находим невязку $B^{(1)}(\omega_k)$:

$$B^{(1)}(\omega_k) = B(\omega_k) - \frac{2\sigma\omega_k}{a_k^{(0)}} \sqrt{1 - \frac{\omega_{k-1}^2}{\omega_k^2}}. \quad (3.11)$$

После этого полагаем $B = \alpha x + \beta$, α и β находим из уравнений $\alpha x_{k-1} + \beta = B(\omega_k)$, $\alpha x_k^{(0)} + \beta = B^{(1)}(\omega_k)$. Затем из условия $B = 0$ получаем

$$x_k^{(1)} = \frac{B(\omega_k)x_k^{(0)} - B^{(1)}(\omega_k)x_{k-1}}{B(\omega_k) - B^{(1)}(\omega_k)}. \quad (3.12)$$

После чего находим новые значения $a_k^{(1)}$, $b_k^{(1)}$ и повторяем итерирование до достижения требуемой точности $|x_k^{(j)} - x_k^{(j-1)}| < \varepsilon_I$, где j — номер итерации, а ε_I — заданная точность.

Теперь получим формулы, дающие оценки погрешности численного решения интегрального уравнения (3.2). Интеграл

$$I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\omega_k^2 - n(x')]^{-1/2} dx', \quad x' \in [x_{i-1}, x_i], \quad i = 1, \dots, k-1 \quad (3.13)$$

при использовании формулы (3.9) и учете квадратурной погрешности может быть записан как

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} [\omega_k^2 - n(x')]^{-1/2} dx' = \omega_k^2 p_{ik} + R_{ik}, \quad (3.14)$$

где p_{ik} — квадратурный коэффициент согласно (3.9), а R_{ik} — квадратурная погрешность на промежутке $[x_{i-1}, x_i]$. Если функция n определена в окрестности некоторой точки t и m раз в ней дифференцируема, то существует многочлен $P_m(x')$ степени, не большей m , а именно многочлен Тейлора, такой, что

$$n(x') = P_m(x') + o((x' - t)^m), \quad (3.15)$$

$$P_m(x') = P_{m-1}(x') + \frac{n^{(m)}(t)}{m!} (x' - t)^m, \quad x' \rightarrow t. \quad (3.16)$$

Используя (3.16), можно записать асимптотическое равенство

$$n(x') - P_{m-1}(x') \sim \frac{n^{(m)}(t)}{m!} (x' - t)^m, \quad x' \rightarrow t.$$

Следовательно, формула для погрешности интерполяции искомой функции $n(x')$ имеет вид

$$n(x') - P_{m-1}(x') = \frac{n^{(m)}(\xi)}{m!} (x' - x_0)(x' - x_1) \dots (x' - x_{m-1}), \quad (3.17)$$

где $\xi = \xi(x') \in [x_{i-1}, x_i]$. При вычислении интеграла (3.13) искомая функция представлялась в виде полинома первой степени $n(x') = P_1(x')$,

$P_1(x') = a_i x' + b_i$, $x' \in [x_{i-1}, x_i]$. Погрешность такой интерполяции по формуле (3.17) равна $R_1(x') = n''(\xi)(x' - x_{i-1})(x' - x_i)/2$, а интерполяционная формула искомой функции есть

$$n(x') = a_i x' + b_i + n''(\xi)(x' - x_{i-1})(x' - x_i)/2. \quad (3.18)$$

Теперь необходимо определить условия сходимости интерполяционного многочлена. Если степенной ряд сходится на интервале $(x' - \tilde{R}, x' + \tilde{R})$, $x' \in [x_{i-1}, x_i]$, то радиус сходимости можно определить по формуле $\tilde{R} = \lim_{m \rightarrow \infty} 1/\sqrt[m]{|C_m|}$, где C_m — коэффициенты степенного ряда. Тогда для формулы (3.18) радиус сходимости определяется как $\tilde{R} \sim 1/\sqrt{|n''(\xi)|/2}$. Для минимизации погрешности метода необходимо, чтобы интерполяционный многочлен сходил на каждом интервале интегрирования, откуда следует, что для выбора шага h для параметра на сетке с узлами ω_k должно выполняться условие $|x_i - x_{i-1}| < \tilde{R}$.

Аппроксимационную формулу для функции $n(x')$ с интерполяционной погрешностью $R_1(x')$ необходимо подставить в (3.14). Тогда квадратичную погрешность R_{ik} можно определить как

$$R_{ik} = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \left[\omega_k^2 - a_i x' - b_i - \frac{n''(\xi)}{2}(x' - x_{i-1})(x' - x_i) \right]^{-1/2} dx' - \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\omega_k^2 - a_i x' - b_i]^{-1/2} dx'. \quad (3.19)$$

Значение второго интеграла в выражении (3.19) вычисляется по формуле (3.9). Подынтегральная функция первого интеграла в выражении (3.19) является квадратичной функцией вида $Ax^2 + Bx + C$, поэтому первый интеграл также можно вычислить аналитически [154]. Тогда получим

оценку для квадратичной погрешности

$$R_{ik} = -\frac{1}{\sqrt{-A}} \arcsin \left[\frac{2Ax' + B}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \right] \Big|_{x_{i-1}}^{x_i} - \frac{2\omega_k^2}{a_i} \left[\sqrt{1 - \omega_{i-1}^2/\omega_k^2} - \sqrt{1 - \omega_i^2/\omega_k^2} \right]. \quad (3.20)$$

при $A < 0$ и $B^2 - 4AC > 0$, где $B = n''(\xi)(x_{i-1} + x_i)/2 - a_i$, $C = \omega_k^2 - b_i - n''(\xi)x_i x_{i-1}/2$, $A = -n''(\xi)/2$.

3.3. Решение интегрального уравнения с ядром типа K_{II}

Перейдем к рассмотрению нелинейного интегрального уравнения с ядром K_{II}

$$\Phi_k(\omega_k) = \tau \int_0^x \frac{G(x') dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}}}, \quad (3.21)$$

на отрезке $0 \leq x \leq S$. Будем считать, что $G(x')$, $b(x')$, $n(x')$ — непрерывные функции. Как и в предыдущем подразделе 3.2, численное решение уравнения (3.21) будет основано на использовании квадратурных формул. Пусть значения ω_k являются узлами равномерной сетки с шагом $h = \omega_k - \omega_{k-1}$, которому соответствует дискретное множество точек x_k , где $k = 1, \dots, N$. При построении алгоритма решения уравнения (3.21) предполагается что, значение искомой функции $n(x_k)$ в точке $1 \leq k \leq N$, определяется ее значениями в предшествующих точках $x_i < x_k$, а значения в последующих точках $x_i > x_k$ не влияют на значение функции. Пусть известны решения интегрального уравнения (3.21) в точках x_0, \dots, x_{k-1} и требуется найти точку x_k . Перепишем уравнение (3.21) для точки x_k в виде

$$B(\omega_k) - \tau \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{G(x') dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}}} = 0. \quad (3.22)$$

Здесь $B(\omega_k) = \Phi_k - \sum_{i=1}^{k-1} I_i$, а $I_i = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{G(x') dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}}$, $i = 1, \dots, k-1$.

Для того чтобы вычислить I_i представим функцию $n(x')$ на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ в виде полинома первой степени $n(x') = a_i x' + b_i$, где

$$a_i = \frac{(\omega_i^2 - \omega_i b(x')) - (\omega_{i-1}^2 - \omega_{i-1} b(x'))}{x_i - x_{i-1}},$$

$$b_i = \frac{(\omega_{i-1}^2 - \omega_{i-1} b(x'))x_i - (\omega_i^2 - \omega_i b(x'))x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}.$$

Коэффициенты a_i , b_i определены из условия равенства нулю подинтегральной функции в точке верхнего предела интегрирования, т.е. $\omega_k^2 - \omega_k b(x_k) = a_k x_k + b_k$, для всех $k = 1, \dots, N$. Используя квадратурную формулу Симпсона [155], получим приближенное значение I_i на интервале $[x_{i-1}, x_i]$

$$I_i \sim \frac{x_i - x_{i-1}}{6} \left[f(x_{i-1}) + 4f\left(\frac{x_i + x_{i-1}}{2}\right) + f(x_i) \right], \quad (3.23)$$

где $f(x_i) = G(x_i) / \sqrt{\omega_k^2 - (a_i x_i + b_i) - \omega_k b(x_i)}$. Для более точного вычисления интеграла I_i интервал $[x_{i-1}, x_i]$ разбивается на $M = 2l$ отрезков одинаковой длины. Тогда

$$I_i \approx \frac{h_s}{3} \left[f(\psi_0) + 2 \sum_{j=1}^{l-1} f(\psi_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^l f(\psi_{2j-1}) + f(\psi_M) \right], \quad (3.24)$$

где $h_s = (x_i - x_{i-1})/M$, а ψ_0, \dots, ψ_M — узлы интегрирования на интервале $[x_{i-1}, x_i]$, в частности $\psi_0 = x_{i-1}$, $\psi_M = x_i$. Общая погрешность E при интегрировании на интервале $[x_{i-1}, x_i]$ с шагом h_s определяется как $|E| \leq \frac{(x_i - x_{i-1})}{2880} h_s \max |f^{(4)}(\xi)|$, $\xi \in [x_{i-1}, x_i]$. Таким образом, значение интеграла I_i на каждом промежутке $[x_{i-1}, x_i]$ представлено в виде конечной суммы (3.24) и $B(\omega_k)$ полностью определено. Квадратурная формула (3.24) дает хорошие результаты по точности, но не исключает

особенность в ядре $K_{II}(\omega_i, x, n(x'))$, как это было с формулой (3.9) для уравнения (3.2). При вычислении интеграла на промежутке $[x_{k-1}, x_k]$ в выражении (3.22) возникает особенность в точке верхнего предела интегрирования x_k , т.е. $\omega_k^2 - n(x_k) - \omega_k b(x_k) = 0$. При использовании формулы (3.24) $f(\psi_M = x_k) \rightarrow \infty$. Такой несобственный интеграл можно рассмотреть как предел, к которому стремится определенный интеграл $\int_0^{x_k-\delta} f(x')dx'$, когда значение $\delta \rightarrow 0$ [156]:

$$\int_0^{x_k} f(x')dx' = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\int_0^{x_k-\delta} f(x')dx' \right). \quad (3.25)$$

Если предел (3.25) существует и конечен, то несобственный интеграл является сходящимся; если предел не существует или бесконечен, то интеграл расходится. Интеграл (3.25) можно вычислить численно в смысле главного значения по Коши ([157], с. 42) как

$$\int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x')dx \approx \int_{x_{k-1}}^{x_k-\delta} f(x')dx',$$

так чтобы выполнялась оценка

$$\left| \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x')dx \right| < \varepsilon,$$

где ε — заданное малое положительно число, определяющее точность вычисления интеграла. Такой метод имеет место быть, но не является наилучшим. Для вычисления несобственного интеграла в выражении (3.22) будем использовать метод, основанный на аддитивном выделении особенности и аналитическом интегрировании «хвоста». Аддитивное выделение особенности подразумевает разложение функции $f(x) = G(x)/\sqrt{\omega_k^2 - (a_k x + b_k) - \omega_k b(x)}$ на два слагаемых: $f(x) = \rho(x) + \eta(x)$,

где функция $\eta(x)$ должна выбираться так, чтобы она была легко интегрируема и содержала всю особенность исходной функции. Используя выше сказанное, можно преобразовать подынтегральную функцию $f(x)$ так, что

$$\eta(x) \sim \frac{1}{\sqrt{\omega_k^2 - (a_k x + b_k) - \omega_k b(x)}}.$$

Функция $\eta(x)$ все еще остается аналитически не интегрируемой, так как входящая под корень функция $b(x)$ является сложной аналитической функцией. Разбивая исходную функцию на два слагаемых, запишем интеграл в выражении (3.22) в виде

$$\begin{aligned} \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x') dx &= \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{(G(x') - G(x_k)) dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}} + \\ &+ G(x_k) \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Первый интеграл I_1 в выражении (3.26) уже не содержит особенности в точке x_k и может быть посчитан по формуле (3.24). Для вычисления второго интеграла I_2 в выражении (3.26) необходимо определить асимптотическое поведение функции в точке неаналитичности и заменить асимптотику на легко интегрируемую функцию. Тогда

$$\begin{aligned} I_2 = G(x_k) &\left[\int_{x_{k-1}}^{x_k - \delta} \frac{dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x')}} + \right. \\ &\left. + \int_{x_k - \delta}^{x_k} \frac{dx'}{\sqrt{Ax'^2 + Bx' + C}} \right], \end{aligned} \quad (3.27)$$

где δ — значение x' , при котором погрешность замены исходной функции ее асимптотическим пределом пренебрежимо мала. Первый интеграл в (3.27) считается по формуле (3.24), а второй вычисляем аналитически.

Подынтегральная функция $Ax'^2 + Bx' + C$ получена путем разложения функции $b(x')$ в ряд Тейлора до 2-го порядка включительно в окрестности точки x_k , где A, B, C – постоянные коэффициенты.

Погрешность такого разложения равна

$$\omega_k^2 - n(x') - \omega_k b(x') - (Ax'^2 + Bx' + C) \approx \frac{b^{(3)}(\xi)(x' - x_k)^3}{3!}$$

для $\xi \in [x', x_k]$. Величина δ определяется из условия $\delta < \tilde{R}$, где \tilde{R} – радиус сходимости ряда Тейлора для функции $b(x')$ в точке x_k .

Далее, как и в предыдущем разделе, решаем уравнение (3.22) итерациями. На интервале $[x_{k-1}, x_k]$ искомая функция равна $n(x) = a_k^{(0)}x + b_k^{(0)}$. Для первой итерации полагаем $a_k^{(0)} = a_{k-1}$, $b_k^{(0)} = b_{k-1}$. Тогда из условия равенства нулю подынтегральной функции в точке x_k находим

$$x_k^{(0)} = (\omega_k^2 - \omega_k b(x_{k-1}) - b_k^{(0)})/a_k^{(0)}. \quad (3.28)$$

Подставляем полученное значение $x_k^{(0)}$ в интегральное уравнение (3.22) и находим $B^{(0)}(\omega_k)$:

$$B^{(1)}(\omega_k) = B(\omega_k) - \tau \int_{x_{k-1}}^{x_k^{(0)}} \frac{G(x')dx'}{\sqrt{\omega_k^2 - (a_k^{(0)}x' + b_k^{(0)}) - \omega_k b(x_k^{(0)})}}. \quad (3.29)$$

После этого полагаем $B = \alpha x + \beta$. Константы α и β находим из уравнений $\alpha x_{k-1} + \beta = B(\omega_k)$, $\alpha x_k^{(0)} + \beta = B^{(1)}(\omega_k)$. Затем из условия $B = 0$ получаем

$$x_k^{(1)} = \frac{B(\omega_k)x_k^{(0)} - B^{(1)}(\omega_k)x_{k-1}}{B(\omega_k) - B^{(1)}(\omega_k)}. \quad (3.30)$$

После чего находим новые значения $a_k^{(1)}$, $b_k^{(1)}$ и повторяем итерирование до достижения требуемой точности $|x_k^{(j)} - x_k^{(j-1)}| < \varepsilon_I$, где j – номер итерации, а ε_I – заданная точность.

3.4. Использование итерационного метода для восстановления модельного профиля плотности плазмы

В современных тороидальных установках, предназначенных для удержания плазмы, некоторые диагностики имеют многоканальную систему, которая позволяет восстанавливать пространственное распределение параметров плазмы. К таким диагностикам можно отнести рефлектометрию, которая была подробно рассмотрена в подразделе 1.4 первого раздела диссертации.

Разработанную методику численного решения СИУ итерационным методом с использованием квадратурных формул проиллюстрируем следующим примером. Рассмотрим задачу о восстановлении радиального профиля плотности плазмы по данным рефлектометрии с использованием обыкновенной волны. Решим численно интегральное уравнение (3.2), которое для О- волны имеет вид

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{2\omega}{c} \int_0^{x_0} \frac{dx'}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2(n(x'))}}.$$

В качестве искомой функции возьмем модельную функцию

$$n(x) = n_b + (n_0 - n_b) \frac{(e^\zeta - e^{\zeta x^2})}{(e^\zeta - 1)},$$

где $n_0 = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ — плотность плазмы в центре, $n_b = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ — плотность плазмы на границе, ζ — параметр, определяющий пикированность профиля, а $x \in [0, 1]$ — нормированный радиус. В реальных экспериментах число точек, в которых известны экспериментальные данные $\Phi_1(\omega_1), \dots, \Phi_N(\omega_N)$, как правило, равно числу каналов рефлектометра. В нашем случае это число равно 11. Используя модельную формулу плотности и набор зондирующих частот 18 — 62 ГГц с шагом 4 ГГц, рассчитаем значения правой части (экспериментальные данные) $\Phi_i(\omega_i)$

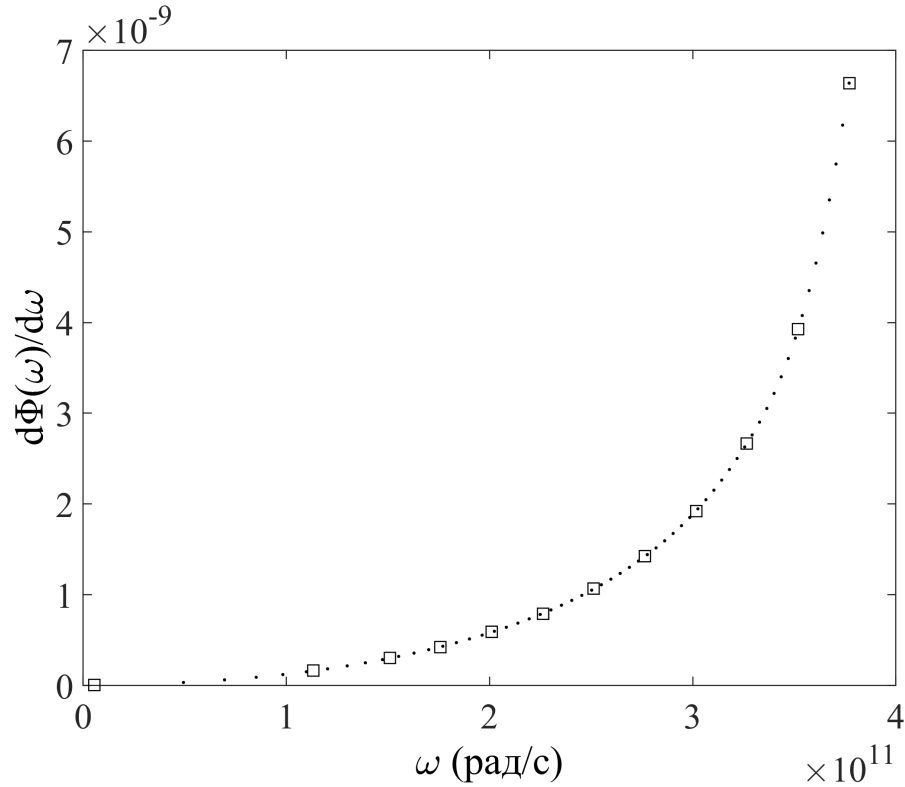


Рис. 3.1. Исходные данные рассчитанные для модельной функции. Квадраты соответствуют значениям для 11 каналов, точки – интерполированные исходные данные.

интегрального уравнения (3.2). Далее необходимо провести интерполяцию исходных данных, для того чтобы заполнить промежутки между каналами частот и получить значения исходных данных на равномерной сетке с шагом $\omega_i - \omega_{i-1} = h$. Сглаживание исходных данных с помощью кубического сплайна является регуляризацией в данной задаче. Количество точек N разбиения всего интервала выбирается исходя из того, что на каждом шаге $\omega_i - \omega_{i-1} = h$ искомую функцию можно представить в виде полинома первой степени. На рис. 3.1 приведены расчеты исходных данных для 11 каналов и интерполяционная кривая в точках $N = 59$ для функции с параметром $\zeta = 2$. Первой точкой на рис. 3.1 является т.н. стартовая точка x_0 , в которой известно значение искомой функции. Граничная плотность плазмы может быть измерена, например, с помощью

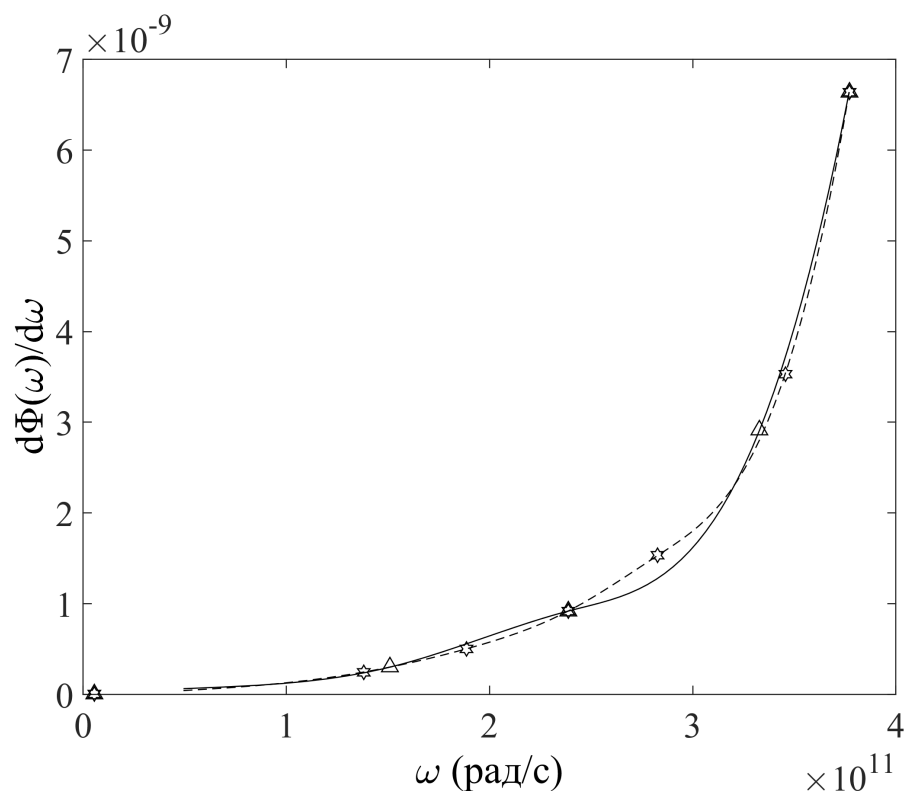


Рис. 3.2. Исходные данные рассчитанные для различного числа измерительных каналов. Сплошная линия – интерполяционная кривая для 4 измерительных каналов, штрихованная линия – для 6 каналов.

Томсоновского рассеяния или зондовых измерений. На рис. 3.3 приведен график восстановления исходной функции $n(x)$, основываясь на заданных значениях $\Phi_i(\omega_i)$ и наборе частот ω_i . Число измерительных точек в реальности может быть и довольно малым, вследствие чего может возникнуть ошибка восстановления профиля, связанная с наличием погрешностей в интерполяционной кривой. На рис. 3.2 приведены расчеты интерполяционных кривых для 4 и 6 измерительных каналов. На рис. 3.3 изображены восстановленные профили плотности. Очевидно, что малое количество каналов рефлектометра и большой шаг по частоте будут давать ощутимый вклад в погрешность восстановления профиля плотности плазмы. Результаты измерений рефлектометра, как и любые другие экспериментальные данные, регистрируются с некоторой погрешностью,

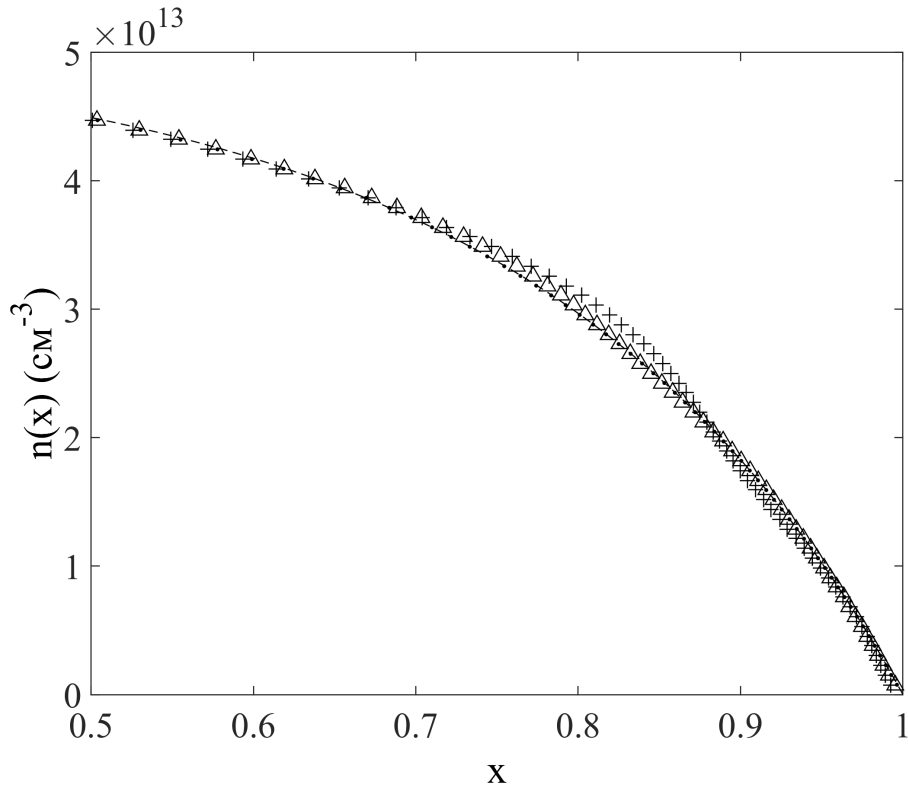


Рис. 3.3. Графики восстановления модельной функции плотности (пунктирная линия) плазмы с параметром $\zeta = 2$; точки — 11 измерительных каналов, крестики — исходные данные по 4 каналам, треугольники — 6 измерительных каналов.

которая может быть как случайной, так и систематической. Поэтому рассмотрим восстановление модельной функции по зашумленным данным. На рис. 3.4 представлены графики зашумленных исходных данных для параметра $\zeta = 2$ с 10% и 20% максимальной амплитудой случайного шума, т.е. к данным каждого канала добавлялась случайная величина

$$\Phi_i(\omega_i) + \Phi_i(\omega_i)\tilde{A}R,$$

где R — случайное число от -1 до 1, \tilde{A} — заданная амплитуда. Среднеквадратичное значение шума для 10% амплитуды обычно лежит в пределах 5 — 7%. На рис. 3.5 представлены графики зашумленных данных для профиля с $\zeta = -2$ с 10% и 20% амплитудой случайного шума, но в

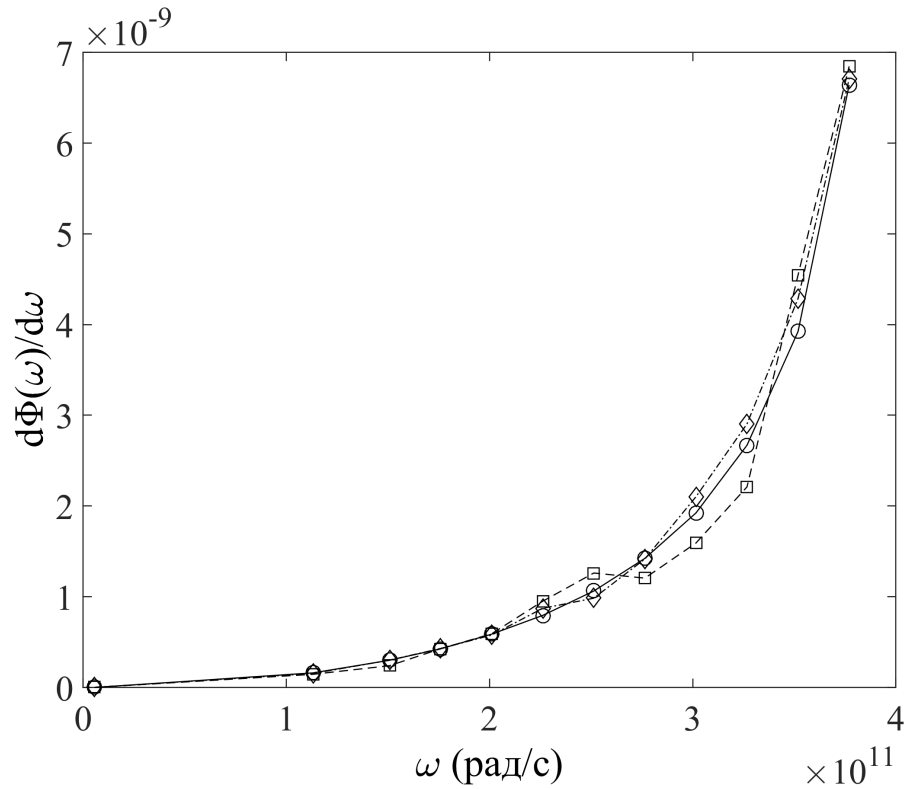


Рис. 3.4. Исходные данные рассчитанные для модельной функции плотности ($\zeta = 2$) с добавлением случайного шума для 11 каналов. Круги — кривая с нулевым шумом. Ромбами отмечена зашумленная кривая с максимальной амплитудой шума 10%. Квадраты соответствуют кривой с 20% амплитудой шума.

отличие от рис. 3.4 здесь все случайные величины были только со знаком плюс. Восстановленные профили по этим данным с использованием итерационного алгоритма представлены на рис. 3.6. Отметим, что кубический сплайн является простым и оптимальным выбором интерполяционного метода для исследованных выше модельных функций. Не исключено, что для более сложных профилей могут понадобиться полиномы более высоких степеней или другие методы интерполяции. Показано, что даже при малом количестве исходных точек обработка сигнала происходит с хорошей точностью. Что касается накопления ошибок, то тут следует отметить особенность данного метода и самой задачи обработки

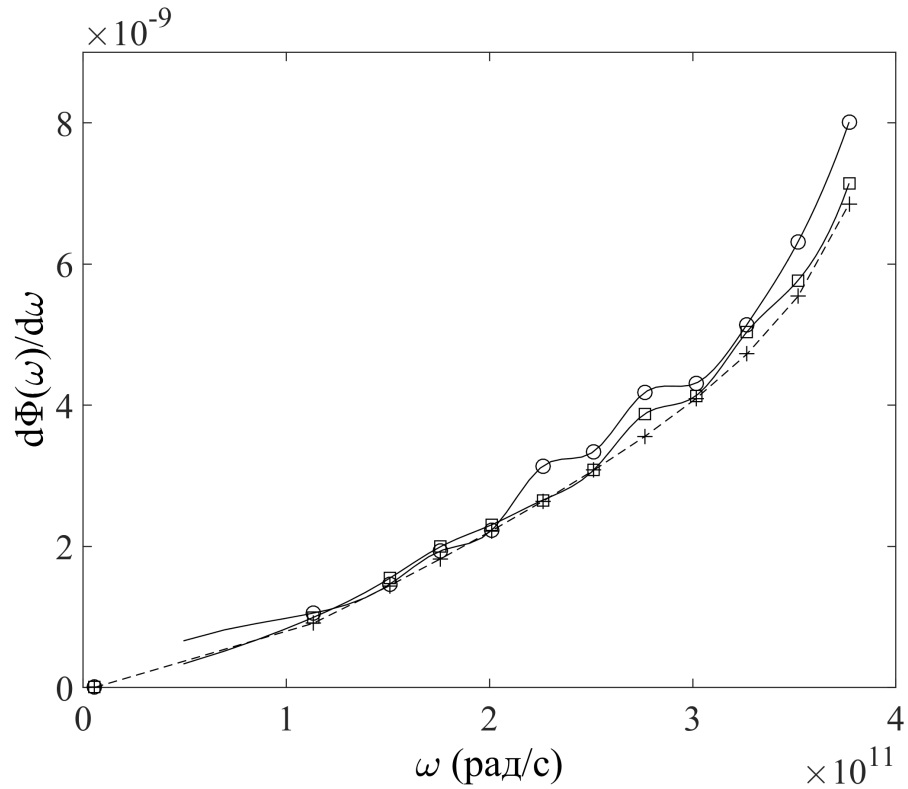


Рис. 3.5. Исходные данные рассчитанные для модельной функции плотности ($\zeta = -2$) с добавлением случайного шума со знаком плюс для 11 каналов. Крестики — интерполяционная кривая с нулевым шумом. Квадратами отмечена зашумленная кривая с максимальной амплитудой шума 10%. Круги соответствуют кривой с 20% амплитудой шума.

данных рефлектометрии. С ростом частоты квадратично возрастает значение плотности, от которой происходит отражение зондирующей волны, и, как следствие, возрастет значение набега фазы. Из этого следует, что даже если в начальные точки исходных данных внесены ошибки порядка самих значений, то они не сильно влияют на конечный результат восстановленного профиля, так как с каждым последующим шагом интегрирования доля набега фазы, содержащей ошибку, будет уменьшаться.

Данный метод тестировался на семействе функций описанных формулой для $n(x)$ для различных значений параметра ζ . Использование этого метода для восстановления сигналов сложной формы не иссле-

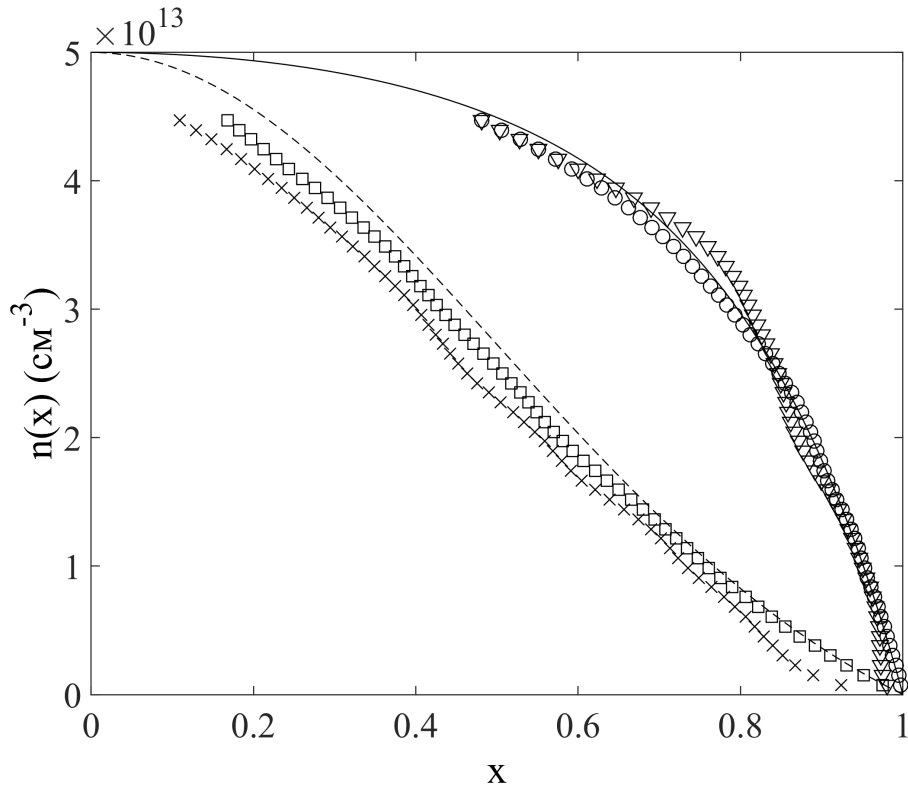


Рис. 3.6. Графики восстановления модельных функций. Сплошная линия — модельная функция с параметром $\zeta = 2$, штрихованная линия — параметр $\zeta = -2$. Кругами и треугольниками отмечены значения восстановленной функции для зашумленных данных с макс. амплитудой 10% и 20% соответственно, где значение шума может быть как с положительным, так и отрицательным знаком. Квадратами и крестами отмечены значения восстановленной функции для 10% и 20% зашумленных данных, только с положительным значением шума.

довалось в настоящей работе, так как модель предполагает монотонно возрастающий профиль плотности плазмы, не имеющий локальных максимумов и минимумов.

Материалы этого раздела опубликованы в работе [2] и докладывались на конференциях [7–9].

3.5. Выводы

В данном разделе приведены результаты разработки специальных итерационных алгоритмов решения линейных и нелинейных сингулярных интегральных уравнений для восстановления значений параметров плазмы по данным диагностик. Описаны численные методы решения интегрального уравнения Вольтерра первого рода в форме Урысона со слабой сингулярностью в точке верхнего предела интегрирования и нелинейного интегрального уравнения Гаммерштейна первого рода, также со слабой сингулярностью в точке верхнего предела интегрирования. Автором разработаны численные коды, использующие специальные итерационные алгоритмы.

Подробно описано использование квадратурных формул для вычисления значений интеграла, а также представление искомой функции в виде интерполяционного полинома на каждом шаге интегрирования. Приведены результаты использования численного алгоритма решения СИУ на примере обыкновенной волны, а также оценки погрешности использования интерполяционного полинома в данном методе. Показано, что численный метод является устойчивым по отношению к зашумленным входным данным и может эффективно использоваться для решения нелинейных интегральных уравнений. Данный метод может быть применен для решения обратных задач, в частности восстановления профиля плотности плазмы по данным многоканального рефлектометра.

Раздел 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ РЕФЛЕКТОМЕТРИИ В ТОРСАТРОНЕ «УРАГАН-2М»

В данном разделе диссертации приведены результаты исследования возможности применения двухполяризационной рефлектометрии для определения профиля плотности плазмы в торсатроне «Ураган-2М». Метод двухполяризационной рефлектометрии предполагает одновременное использование как обыкновенной волны (с компонентой электрического поля, параллельной удерживающему магнитному полю), так и необыкновенной волны (с компонентой электрического поля, перпендикулярной удерживающему магнитному полю) при восстановлении параметров плазмы по данным диагностики. Использование О- и Х- волны в измерениях радиального профиля плотности плазмы будет рассмотрено для многоканальной системы рефлектометрии с фиксированным набором частот. При восстановлении профиля плотности в торсатроне «У-2М» используются специальные итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений для О- и Х- волн, подробно описанные в третьем разделе диссертации.

4.1. Особенности использования СВЧ рефлектометра с фиксированным набором частот

Для определения профиля плотности плазмы необходимо знать $d\Phi(\omega)/d\omega$. В действующих комплексах рефлектометрии для измерения $d\Phi(\omega)/d\omega$ используется быстрое свипирование частоты генератора [99, 111]. При известных $d\omega/dt$ и сигнале с фазового детектора $d\Phi/dt$,

получаем

$$\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = \frac{d\Phi}{dt} \bigg/ \frac{d\omega}{dt}. \quad (4.1)$$

Однако этот метод имеет некоторые недостатки. Из-за того, что в реальных условиях нет возможности измерять фазовый сдвиг непосредственно в точке приёма и генератор СВЧ излучения соединён с фазовым детектором длинной линией, при свипировании частоты к полезному сигналу будет добавляться паразитный сигнал $dL(\omega)/dt$, связанный с изменением электрической длины линии. Это усложняет обработку данных.

При свипировании частоты также невозможно исследование флуктуаций плотности плазмы, период которых сравним с временем свипирования [158]. Однако, они только увеличивают погрешности измерений. Также необходимо использовать генераторы с заведомо точно известным изменением частоты во времени. При этом $d\omega/dt$ должно иметь очень высокие значения, поскольку изменение частоты должно происходить за времена, малые по сравнению с характерными временами процессов, происходящих в плазме. Это основные аспекты, в связи с которыми эти генераторы оказываются очень дорогостоящими.

Альтернативой быстрому свипированию частоты является зондирование плазмы одновременно на большом количестве пар близких частот. При этом используется приближение

$$\frac{d\Phi}{d\omega} \approx \frac{\Delta\Phi}{\Delta\omega},$$

которое будет обсуждено в подразделе 4.1.2. Применение близко лежащих частот требует более точной калибровки линии передачи сигналов, но в измеряемые сигналы электрическая длина линии входит как константа. Зондирование плазмы на близко лежащих частотах позволяет использовать супергетеродинные схемы и тем самым существенно уве-

личить помехозащищенность системы и точность измерения фазового сдвига. Повышение точности связано с использованием систем автоматической регулировки усиления на промежуточной частоте, благодаря чему сигнал становится не зависящим от амплитуды отраженной волны. Поэтому исследование возможности измерения профиля плотности с помощью О- и Х- волны проводилось именно для многоканальной системы рефлектометрии с фиксированным набором частот.

Магнитное поле торсатрона «У-2М» (так же, как и других стеллараторов / торсатронов), в отличие от токамаков, создается внешними проводниками. Оно не зависит от параметров плазмы при характерных для современных экспериментов величинах давления плазмы и может считаться известным. Поэтому наряду с О- волной, возможно применение и Х- волны, использование которой расширяет диапазон измеряемых плотностей в заданной полосе частот генератора, как было отмечено в первом разделе диссертации подраздел 1.4. При поперечном распространении дисперсионные уравнения для обыкновенной и необыкновенной волны имеют следующий вид

$$N_o(x, \omega) = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2}, \quad (4.2)$$

$$N_x(x, \omega) = \left(\frac{(\omega^2 + \omega_c \omega - \omega_p^2)(\omega^2 - \omega_c \omega - \omega_p^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_c^2 - \omega_p^2)}\right)^{1/2}. \quad (4.3)$$

Условие отсечки О- волны определяется из

$$\omega_p^2(r) = \omega^2. \quad (4.4)$$

Необыкновенная же волна имеет две отсечки, зависящие как от электронной плотности, так и от величины удерживающего магнитного по-

ля [16]:

$$\omega_{pe}^2 = \omega^2 + \omega\omega_{ce} \text{ (нижняя отсечка)}, \quad (4.5)$$

$$\omega_{pe}^2 = \omega^2 - \omega\omega_{ce} \text{ (верхняя отсечка)}. \quad (4.6)$$

Предположим, что максимальная частота зондирования равна 26 ГГц. Тогда максимальная плотность в слое, положение которого можно определить с помощью О- волны определяется из условия (4.4) и равна $n_{max}^O = 8.4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$. Для стандартного режима работы «У-2М» магнитное поле в центре камеры равно 10 кГс, что соответствует циклотронной частоте электронов $f_c = 28 \text{ ГГц}$. Частоты зондирования лежат ниже циклотронной частоты, поэтому для измерения плотности может быть использована нижняя отсечка Х- волны рис. 4.1, для которой плотность в слое отражения определяется из условия (4.5), где $\omega_{ce} = eB/m_e c$ — циклотронная частота, B — модуль магнитного поля торсатрона. Тогда максимальная плотность равна $n_{max}^X = 1.74 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, что в два раза превышает значение для обыкновенной волны.

4.1.1. Параметры СВЧ рефлектометра

При исследовании возможности одновременного зондирования плазмы О- и Х- волной в расчетах использовались параметры СВЧ системы рефлектометрии, которая базируется на трёх СВЧ высокостабильных генераторах, которые совместно с тремя генераторами промежуточных частот (ПЧ) сформируют сетку из восемнадцати частот [4]. Использование такой системы позволяет проводить измерения с равномерной сеткой зондирующих плазму частот. Преимуществом такой системы также является ее модульность, с возможностью последующей модернизации и относительно невысокая затрата на разработку и изготовление.

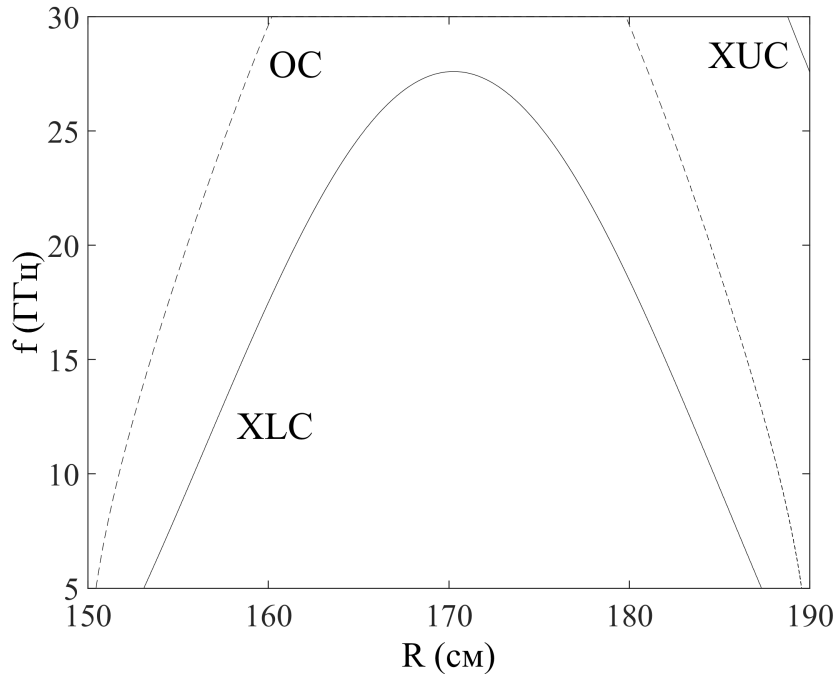


Рис. 4.1. Положение отсечек вдоль большого радиуса тора для экваториальной плоскости; $B_0 = 11$ кГцс, $n_0 = 2 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, $\zeta = -2$ (XLC и XUC — нижняя и верхняя отсечки X- волны, OC — отсечка для O- волны).

Частоты гетеродинов и формируемые ими диапазоны СВЧ частот приведены в таблице 4.1. «Слепые» зоны, которые оказываются вне диапазонов зондирования, имеют такие размеры, что интерполяция данных для них по смежным частотам не приводит к существенным ошибкам измерений профиля плотности плазмы. Исследуемый комплекс СВЧ рефлектометрии при использовании O- и X- волн позволит определять пространственное положение отражающего волну слоя в диапазоне плотностей плазмы от $n = 1.2 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$ до $n = 1.8 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$ при магнитном поле «У-2М» около 10 кГцс.

Расположение приемно-передающих антенн было выбрано исходя из следующих соображений. При учете лишь основной гармоники в разложении магнитного поля винтовых проводников в ряды по тороидальным и полоидальным углам, магнитные поверхности торсатрона представля-

Таблица 4.1 Сводная таблица частот комплекса СВЧ рефлектометрии

Частоты гетеродинов (ГГц)	Частоты, получающиеся при преобразовании частоты вниз (ГГц)			Частоты, получающиеся при преобразовании частоты вниз (ГГц)		
11.8	9.8	10.3	10.8	12.8	13.3	13.8
17.8	15.8	16.3	16.8	18.8	19.3	19.8
23.8	21.8	22.3	22.8	24.8	25.3	25.8

ют собой вращающийся по винту эллипс. В том сечении, где большая ось эллипса вертикальна, магнитные поверхности симметричны относительно экваториальной плоскости тора при учете любого числа гармоник разложения винтового поля. Их кривизна в направлении малой оси эллипса вблизи экваториальной плоскости тора минимальна рис. 4.2. Зондирующий в экваториальной плоскости луч направлен по градиенту плотности плазмы и имеет минимальную рефракцию. Магнитная ось находится на пути зондирующего луча для любой магнитной конфигурации. Благодаря своим конструктивным особенностям, «У-2М» позволяет изменять конфигурации магнитных поверхностей в широких пределах. В этом сечении винтовые проводники расположены в экваториальной плоскости тора. Однако винтовые проводники в «У-2М» разделены на две части, между которыми имеется щель. В этой щели расположены патрубки, размер которых позволяет поместить СВЧ антенны. Никакое иное малое сечение тора не имеет указанных выше преимуществ. Поэтому для размещения СВЧ антенн выбрано одно из сечений торсатрона, в котором магнитные поверхности имеют вертикальную большую ось.

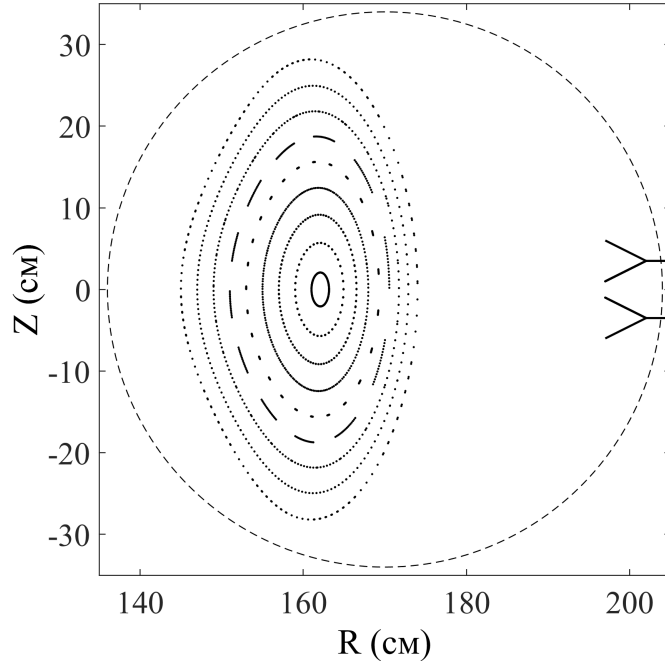


Рис. 4.2. Магнитные поверхности торсатрона «Ураган-2М» и схематическое отображение приемно передающих антенн.

4.1.2. О возможности использования в измерениях набора фиксированных частот

Использование приближения $d\Phi/d\omega \approx \Delta\Phi/\Delta\omega$ связано с пренебрежением в выражении

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Phi}{d\omega} \right|_{\Omega} &\approx \frac{\Phi(\Omega + \Delta\omega/2) - \Phi(\Omega - \Delta\omega/2)}{\Delta\omega} + \frac{1}{24} \left. \frac{d^3\Phi}{d\omega^3} \right|_{\Omega} \Delta\omega^2 + \dots = \\ &= \phi_1 + \phi_2 \end{aligned}$$

слагаемого с третьей производной и слагаемых более высоких порядков по $\Delta\omega$. Оценим отношение первого слагаемого ко второму на примере обыкновенной волны. Предположим, что плотность плазмы, а с нею и ω_p^2 , возрастают при удалении от границы плазмы по закону $\omega_p^2 = k(r - r_b)^\alpha$. Тогда из формулы (1.13) заменой переменных получаем

$$\Phi(\omega) = C\omega^{\frac{2+\alpha}{\alpha}},$$

где C — константа. Отсюда, с учетом $\Delta\omega \ll \Omega$, следует

$$\phi_1 \approx C \frac{2 + \alpha}{\alpha} \Omega^{\frac{2}{\alpha}}.$$

Чтобы оценить второе слагаемое, трижды продифференцируем $\Phi(\omega)$ по частоте. Получим

$$\left. \frac{d^3\Phi}{d\omega^3} \right|_{\Omega} = C \frac{2(4 - \alpha^2)}{\alpha^3} \Omega^{\frac{2}{\alpha} - 2}.$$

С учетом этого, справедлива оценка

$$\phi_2/\phi_1 \approx \frac{2 - \alpha}{12\alpha^2} \left(\frac{\Delta\omega}{\Omega} \right)^2 = K \left(\frac{\Delta\omega}{\Omega} \right)^2.$$

Для линейного профиля $K = 1/12$ и не превосходит эту величину при $\alpha > 1$. С уменьшением α , K растет и при $\alpha = 1/3$ становится порядка единицы. Для дальнейшей оценки возьмем $K = 1$. Подставляя в полученное выражение $\Delta\omega = 2\pi \cdot 0.5$ ГГц, $\Omega = 2\pi \cdot 10$ ГГц, находим, что использование фиксированного набора частот приводит к систематическим ошибкам в измерениях $d\Phi/d\omega$, примерно равным 0.25% от измеряемой величины. Это значительно меньше погрешности измерений, достигнутой в экспериментах к настоящему времени. Влияние таких ошибок будет проанализировано в подразделе 4.4.

4.2. Анализ влияния смещения плазменного шнура и шумового излучения из плазмы на точность измерений

В течение плазменного разряда давление плазмы изменяется, что приводит к изменению протекающих по плазменному шнуру токов равновесия. Изменение токов равновесия приводит к смещению плазменного шнура. Для установки Heliotron E (Киото, Япония), имеющей параметры, сравнимые с «Ураган-2М», такое смещение имело величину до

$5 \cdot 10^{-3}a$ [159]. Здесь a — малый радиус плазмы, примерно равный для этих установок 20 см. Для волны с частотой 20 ГГц смещение приводит к изменению фазового сдвига на 24° . Однако, поскольку для восстановления профиля плотности используется разность фазовых сдвигов, то систематическая погрешность из-за смещения шнура не будет превышать 0.3° . Влияние этой погрешности будет рассмотрено в подразделе 4.4.

В процессе измерений в приемную антенну поступает как полезный сигнал, так и шумовой сигнал из плазмы. Проведем оценку его влияния на точность измерений. Для оценки сверху можно предположить, что плазма излучает как абсолютно черное тело. Тогда, согласно закону Планка, спектральная плотность мощности излучения с единицы поверхности

$$\varepsilon(f, T) = \frac{2\pi h f^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left[\frac{hf}{kT}\right] - 1},$$

где h — постоянная Планка, f — частота, T — температура черного тела, k — постоянная Больцмана.

Так как в интересующем нас диапазоне частот $\varepsilon(f, T)$ слабо растет с частотой, далее приведем оценки для наиболее высокой частоты, приняв $f = 25$ ГГц. Учитывая, что ожидаемая температура плазмы не превышает 1 кэВ, получаем

$$\varepsilon \approx 10^{-18} \frac{\text{мВт}}{\text{Гц см}^2} = -102 \frac{\text{дБм}}{\text{Гц см}^2}.$$

Долю принимаемого излучения из плазмы можно примерно оценить, сравнив поверхность плазменного шнура ($2 \cdot 10^4 \text{ см}^2$ по крайней замкнутой магнитной поверхности) с поверхностью камеры (примерно $4.3 \cdot 10^4 \text{ см}^2$) и размерами приемной антенны (5 см^2). Следует учесть, что антенна принимает только одну поляризацию и система суммирова-

ния/деления мощностей выделяет только одну моду колебаний в волноводном тракте, что приводит к тому, что примерно только 30% падающей мощности шумового излучения, падающего на антенну, поступает далее в измерительный тракт. Учитывая это, ожидаемая максимальная спектральная плотность мощности (СПМ) шумового сигнала из плазмы примерно равна $-125 \frac{\text{дБм}}{\text{Гц}}$.

4.3. Восстановление профиля плотности по измерениям набега фазы О- и Х- волны

Как было описано в подразделе 4.1, измерения набега фазы производятся в трех диапазонах по шесть частот в каждом диапазоне. При этом для каждой частоты набег фазы измеряется с точностью до величины, кратной 2π . Для каждой строки из таблицы 4.1, состоящей из трех частот $\omega_1, \omega_2, \omega_3$, в точках $(\omega_1 + \omega_2)/2$ и $(\omega_2 + \omega_3)/2$ определим производные $d\Phi/d\omega$ как $d\Phi/d\omega \approx \Delta\Phi/\Delta\omega$, которые уже не будут иметь неопределенности, связанной с кратностью 2π . После этого получаем двенадцать значений $d\Phi/d\omega$, сгруппированных в шесть пар. В частотных промежутках между этими парами частот значения $d\Phi/d\omega$ получаем интерполяцией полиномами Лагранжа на сетке частот с интервалом, наиболее близким к $\omega_2 - \omega_1$. Таким образом, заполняем пять интервалов между шестью парами измеряемых производных сдвига фазы по частоте. Аналогично интерполируем значения $d\Phi/d\omega$ на интервал между первым измеренным значением $d\Phi/d\omega$ и границей плазмы, где $d\Phi/d\omega = 0$. В результате имеем набор частот $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_N$ ($\omega_0 = \omega_b$) и соответствующий ему набор производных от сдвига фазы $d\Phi/d\omega|_0, d\Phi/d\omega|_1, \dots, d\Phi/d\omega|_N$ ($d\Phi/d\omega|_0 = 0$). Теперь необходимо определить набор x_0, x_1, \dots, x_N (x будем отсчитывать от границы плазмы, поэтому $x_0 = 0$) таких, что $\omega_p(x_k) = \omega_k$.

Итерационные алгоритмы решения интегральных уравнений были подробно описаны в третьем разделе данной диссертации. Продифференцировав выражение (1.13) для фазового сдвига О-волны по частоте, получим

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{2\omega}{c} \int_0^x \frac{dx'}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2(x')}} \quad (4.7)$$

Полагаем, что решения этого уравнения известны в точках x_1, \dots, x_{k-1} и требуется найти точку x_k . Используя (4.7), запишем интегральное уравнение для x_k в виде

$$B(\omega_k) - 2\omega_k \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{dx'}{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2(x')}} = 0 \quad (4.8)$$

Процедура нахождения величины $B(\omega_k)$ и решения интегрального уравнения (4.8) подробно описана в подразделе 3.2. Стоит лишь отметить, что на каждом интервале $(x_{i-1} - x_i)$ плазменная частота $\omega_p^2(x')$ представляется в виде $\omega_p^2(x') = a_i x + b_i$. Коэффициенты a_i и b_i определяются из условия отсечки О-волны и имеют следующий вид

$$a_i = \frac{\omega_i^2 - \omega_{i-1}^2}{x_i - x_{i-1}},$$

$$b_i = \frac{\omega_{i-1}^2 x_i - \omega_i^2 x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}.$$

Для необыкновенной волны выражение для набега фазы имеет вид

$$\Phi(\omega) = 2 \int_0^{r_{cr}(\omega)} k_x(r) dr, \quad (4.9)$$

где $k_x = \omega N_x / c$, а показатель преломления необыкновенной волны определяется формулой (4.3). Продифференцировав выражение (4.9) для фа-

зового сдвига X-волны по частоте, получаем

$$\frac{d\Phi}{d\omega} = \frac{2}{c} \int_0^x \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2)^2} + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2} \right] dx'. \quad (4.10)$$

Также как и для обыкновенной волны полагаем, что решения уравнения (4.10) известны в точках x_1, \dots, x_{k-1} и требуется найти точку x_k . Запишем уравнение (4.10) для точки x_k в виде

$$B(\omega_k) - 2 \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{1}{N_x} \left[\frac{\omega_c^2(\omega_c^2 + 2\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2)^2} + \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_c^2 + \omega_p^2 - \omega^2} \right] dx' = 0. \quad (4.11)$$

Процедура нахождения величины $B(\omega_k)$ и численного решения интегрального уравнения (4.11) для необыкновенной волны подробно описана в подразделе 3.3. В ходе решения ИУ плазменная частота $\omega_p^2(x')$ на каждом интервале $x_{i-1} - x_i$ представляется в виде $\omega_p^2(x') = a_i x + b_i$, а величина ω_c считается известной. Коэффициенты a_i и b_i определяются из условия (4.5) отсечки X- волны (см. рис. 4.1):

$$a_i = \frac{\omega_i^2 + \omega_c \omega_i - (\omega_{i-1}^2 + \omega_c \omega_{i-1})}{x_i - x_{i-1}},$$

$$b_i = \frac{x_i(\omega_{i-1}^2 + \omega_c \omega_{i-1}) - x_{i-1}(\omega_i^2 + \omega_c \omega_i)}{x_i - x_{i-1}}.$$

4.4. Тестирование алгоритмов обработки данных и анализ устойчивости по отношению к ошибкам измерений

Для тестирования алгоритмов обработки данных рефлектометра автором создана программа, которая генерирует набег фазы для указанных в подразделе 4.1.1 восемнадцати частот и рассчитывает двенадцать значений $d\Phi/d\omega$ для O- волны и двенадцать значений $d\Phi/d\omega$ для X- волны, как описано в подразделе 4.3. Входными данными для программы яв-

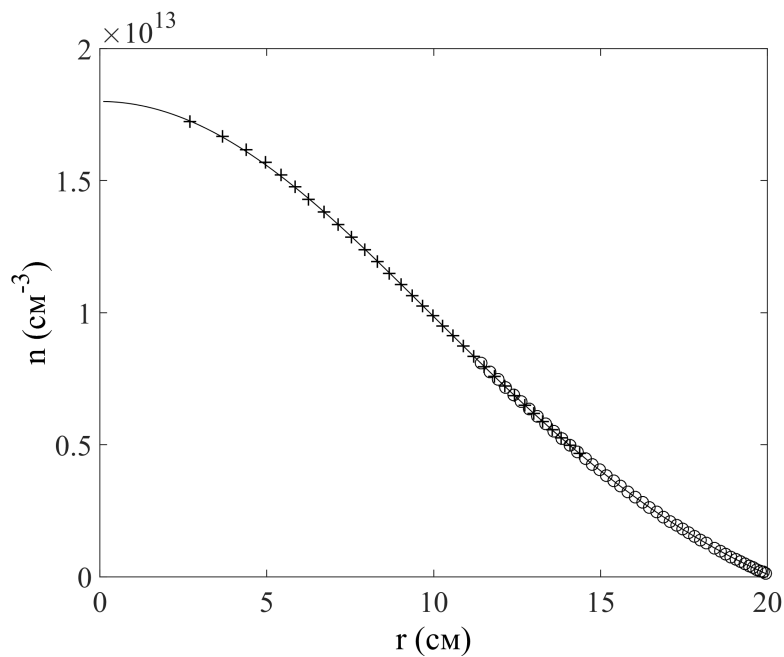


Рис. 4.3. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным О- волны (кружки) и Х- волны (крестики). Нулевые случайная и систематическая ошибки измерений.

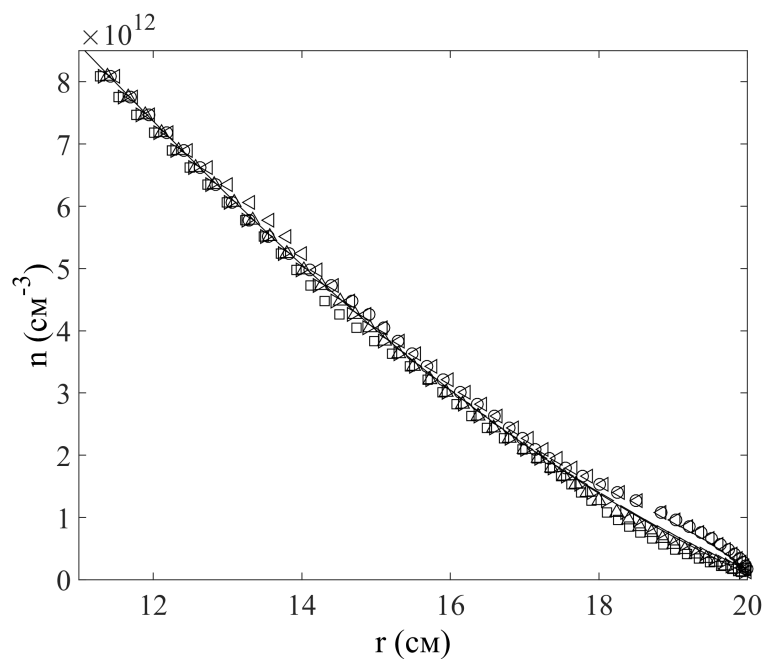


Рис. 4.4. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным О- волны с добавлением случайных ошибок амплитудой 1.5° (результаты пяти измерений).

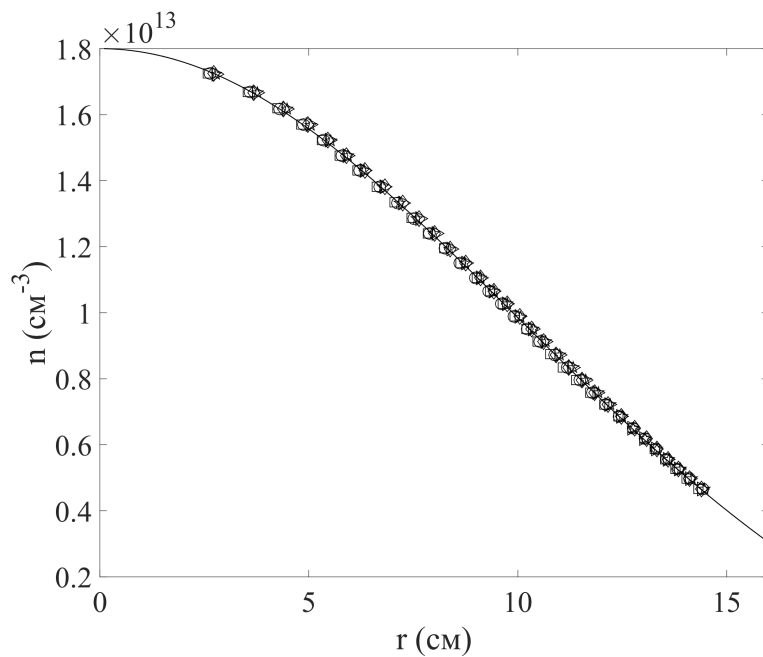


Рис. 4.5. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным X- волны с добавлением случайных ошибок амплитудой 1.5° (результаты пяти измерений).

ляются значения максимальной и граничной плотностей плазмы, а также зависимость плотности плазмы от радиуса. Пример восстановления профиля плотности плазмы показан на рис. 4.3. Как видно из рисунка, где точки для O- и X- волн нанесены с учетом интерполяции данных, восстановленный профиль хорошо совпадает с предварительно заданным профилем. На рис. 4.4 и рис. 4.5 приведены результаты восстановления радиальной зависимости плотности плазмы по зашумленным данным. Причем величина шума значительно превосходит оценки, полученные в подразделе 4.1.2. Эти рисунки демонстрируют устойчивость применяемых алгоритмов обработки данных по отношению к случайным ошибкам измерений. Зависимость среднеквадратичного отклонения восстановленного профиля плотности от амплитуды случайного шума для X- волны, приведенная на рис. 4.6, свидетельствует об устойчивой работе алгоритма даже за пределами ожидаемых погрешностей измерений. И, наконец,

о последствиях систематических ошибок измерений, вызванных, например, движением границы плазмы. На рис. 4.7 показано влияние на результат восстановления плотности по данным O- волны систематической ошибки, в два раза превышающей ожидаемую максимальную величину. Такая ошибка приводит к незначительному смещению плотности плазмы в сторону меньших радиусов.

Материалы этого раздела опубликованы в работе [4] и докладывались на конференциях [8, 9].

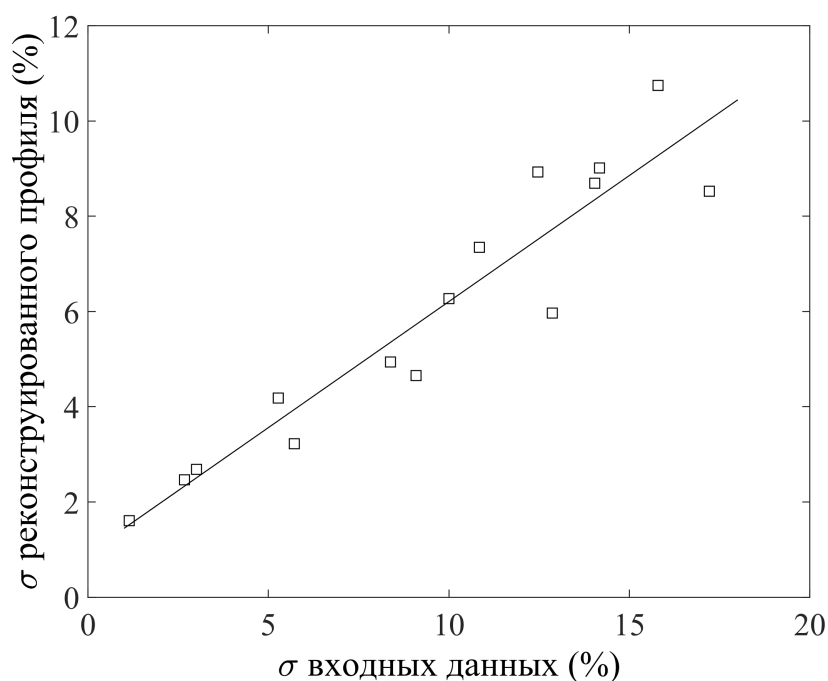


Рис. 4.6. Зависимость среднеквадратичной ошибки измерений по данным X- волны от амплитуды шума.

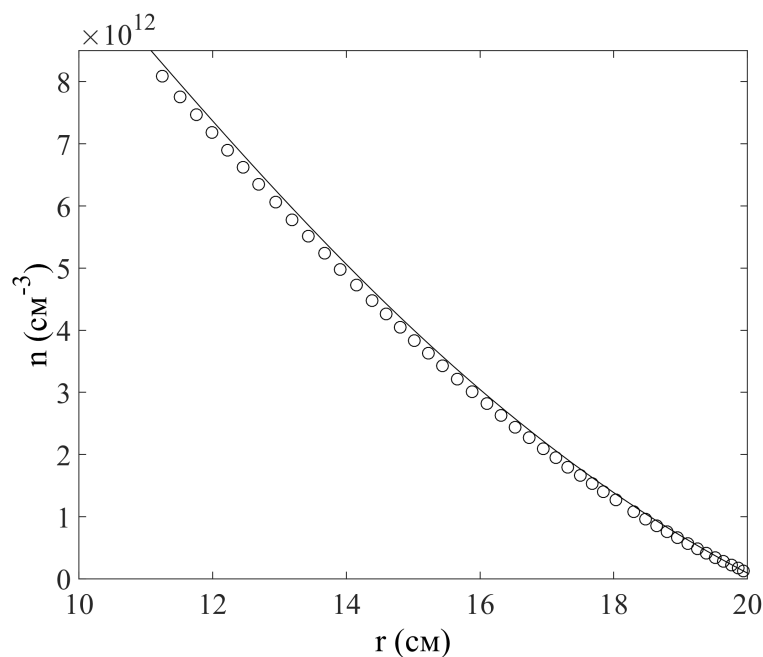


Рис. 4.7. Восстановление радиальной зависимости плотности плазмы (сплошная линия) по данным О- волны с добавлением систематической ошибки, эквивалентной смещению плазменного шнура на 2 мм.

4.5. Выводы

Исследована и показана возможность эффективного применения двухполяризационной рефлектометрии для определения радиального профиля плотности плазмы торсатрона «Ураган-2М» на примере многоканального СВЧ рефлектометра с фиксированным набором частот. Также установлено, что использование в рефлектометре обыкновенной и необыкновенной волн существенно, в два раза, расширяет диапазон измеряемых плотностей. Тестирование разработанных алгоритмов восстановления профиля плотности плазмы по данным набега фазы О- и Х- волн показало их эффективную работу и устойчивость к случайным и систематическим ошибкам измерений.

Раздел 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ПОЛОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В СФЕРИЧЕСКОМ ТОКАМАКЕ МЕТОДОМ ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ РЕФЛЕКТОМЕТРИИ

В данном разделе диссертации предложен и теоретически обоснован новый метод измерения профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках, в котором для зондирования плазмы одновременно используются обыкновенная и необыкновенная волна.

Поскольку внутреннее магнитное поле в сферических токамаках значительно отличается от вакуумного, то измерение полоидального магнитного поля имеет важное значение в получении более полного представления о физических процессах, происходящих в плазме. Чтобы показать принципиальную возможность одновременного измерения профиля плотности и магнитного поля в плазме, будет использоваться одномерный подход. Вопросы, связанные с влиянием двумерных флуктуаций на фазу принимаемого сигнала, кривизной отражающей поверхности и несогласованностью лучей, были исследованы ранее и не будут рассматриваться в этой работе. Для примера рассмотрена узкополосная многоканальная система со свипированием (быстрым изменением в заданном диапазоне) частоты, применяемая ранее на установке JET. Возможно, эта система является наиболее экономичной при реализации, но все результаты справедливы также и для широкополосной системы рефлектометрии [99, 111].

5.1. Многоканальный узкополосный рефлектометр

Для исследования потенциальных возможностей использования двухполяризационной рефлектометрии, с целью восстановления профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках, был выбран двенадцатиканальный узкополосный рефлектометр с частотами $f_k = \omega_k/2\pi = 18, 24, 29, 34, 39, 45, 50, 54, 58, 62, 66$ и 70 ГГц. Рефлектометр такого типа был установлен на токамаке JET [160] и использовался для измерения электронного профиля плотности и флуктуаций [106, 161]. При моделировании задачи о восстановлении профиля магнитного поля, были выбраны параметры, которые соответствуют сферическому токамаку MAST [122]. Критические плотности, соответствующие выбранному диапазону частот, варьируются от $0.01 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ до $4.8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$, а положение отсечек для указанного частотного диапазона для О- и Х-волны представлены на рис. 5.1 и рис. 5.2. Также предполагается, что рефлектометр функционирует в режиме свипирования частоты, в узкой полосе частот $\Delta f \approx 500$ МГц.

На рис. 5.3 изображены положения отсечек для О- и Х- волны, а также положение верхнего гибридного резонанса. Необыкновенная волна, запущенная со стороны слабого магнитного поля, отразится в области верхней отсечки и придет обратно на приемную антенну, также как и обыкновенная волна, которая отразится в области ОС (см. рис. 5.3). На рис. 5.3 также изображены положения электронного циклотронного резонанса для первой и второй гармоники в зависимости от частоты. Циклотронное поглощение на первой и второй гармонике может оказывать существенное влияние на О- и Х- волну при квазипоперечном распространении, которое обусловлено тепловым движением электронов [162–164]. Важным параметром, определяющим поглощение излучения при однократном прохождении через плазменный шнур, явля-

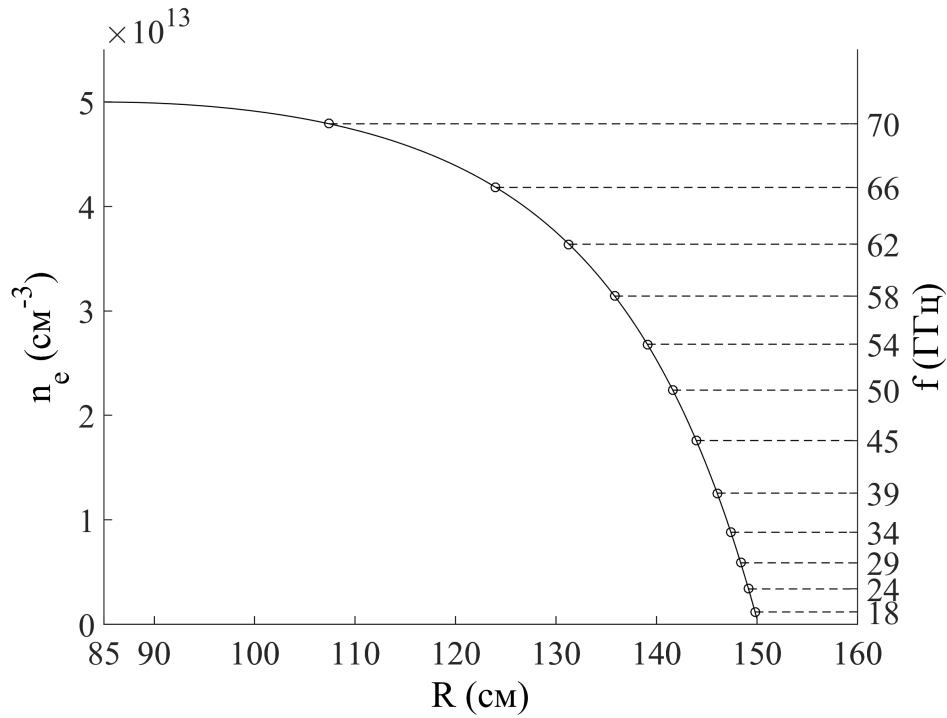


Рис. 5.1. Критические плотности, соответствующие набору частот рефлектометра для X- волны.

ется оптическая толщина плазмы Γ , которая в общем виде определяется формулой (2.9). Зона электронного циклотронного резонанса на первой гармонике недостижима для используемого частотного диапазона и не влияет на зондирующие сигналы. Электронный циклотронный резонанс на второй гармонике находится в промежутке между зондирующими частотами, но при изменении частот каналов или параметров плазмы зондирующие сигналы могут попасть в зону ЭЦР на второй гармонике. Оптическая толщина для обыкновенной и необыкновенной волн, распространяющихся поперек магнитного поля, может быть оценена по формулам (5.2) и (5.4), представленным в работе [165]. Формулы справедливы для узкого интервала углов

$$\left| \frac{\pi}{2} - \theta \right| \ll \beta_T / n_{1,2}, \quad (5.1)$$

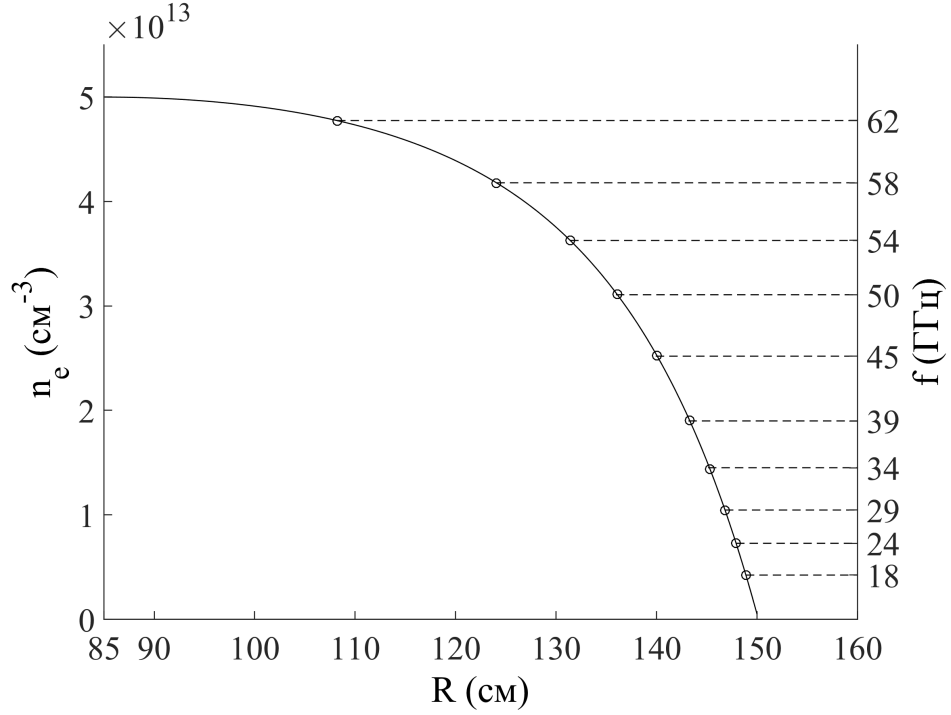


Рис. 5.2. Критические плотности, соответствующие набору частот рефлектометра для О- волны.

где $\beta_T = v_{Te}/c$, θ — угол между волновым вектором и магнитным полем, $n_{1,2}$ — показатели преломления необыкновенной и обыкновенной волн, $k_{1,2}$ — волновые числа, а величина q , используемая в формулах (5.2) и (5.4), определяется как $q = \omega_p^2/\omega_c^2$. Так, для точки $R \approx 148.7$ см и частоты $f \approx 26$ ГГц (см. рис. 5.3) с параметрами $T_e = 1$ кэВ, $n = 3.5 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $B = 0.77B_0$, $R_0 = 85$ см, $\beta_T \approx 0.002$, $q \approx 1.68$, $k_1 \approx 0.25$, $k_2 \approx 1$ оптическая толщина для необыкновенной волны на второй гармонике равна

$$\Gamma_1(\omega \approx 2\omega_c, \theta \approx \pi/2) = \frac{\pi}{2} \frac{T_e}{mc^2} q k_1 R_0 \left(\frac{3 - q/2}{3 - q} \right)^2, \quad (5.2)$$

$$\Gamma_1(\omega \approx 2\omega_c, \theta \approx \pi/2) \sim 0.3, \quad (5.3)$$

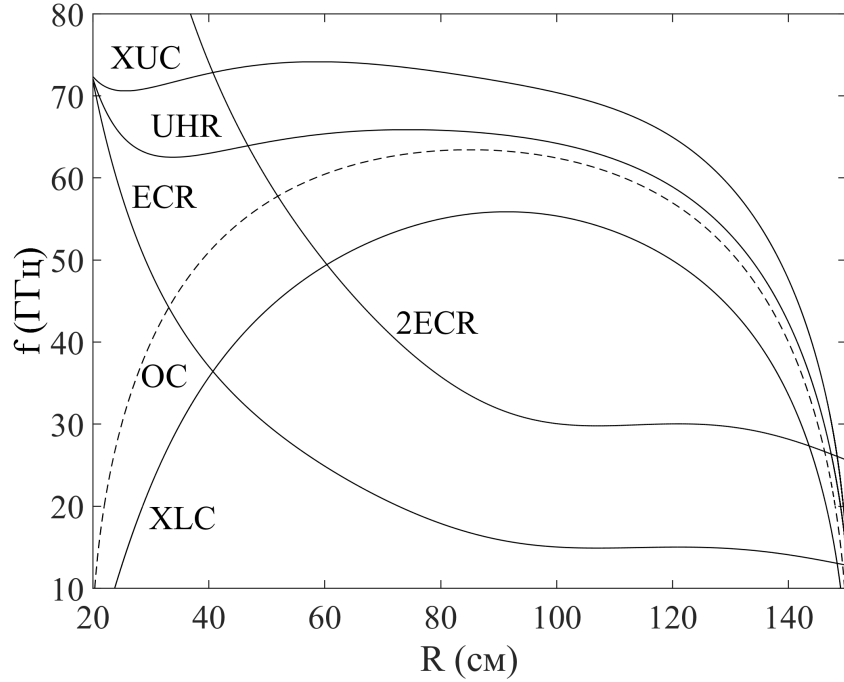


Рис. 5.3. Положение отсечек и резонансов вдоль большого радиуса тора для сферического токамака; OC – отсечка для обыкновенной волны; XLC и XUC – нижняя и верхняя отсечки для необыкновенной волны; UHR – верхний гибридный резонанс; ECR и 2ECR – электронно-циклотронный резонанс для 1-ой и 2-ой гармоник.

для обыкновенной волны на второй гармонике при $s = 2$

$$\Gamma_2(\omega \approx 2\omega_c, \theta \approx \pi/2) = \pi q k_2 R_0 \left(\frac{T_e}{mc^2} \right)^{2s} \frac{s^{2s-2}}{2^s} \left(1 - \frac{q}{s^2} \right)^{s-1}, \quad (5.4)$$

$$\Gamma_2(\omega \approx 2\omega_c, \theta \approx \pi/2) \sim 10^{-8}. \quad (5.5)$$

Исходя из результатов, полученных в формулах (5.3) и (5.5), можно сделать вывод о том, что ЭЦР на второй гармонике не оказывает существенного влияния на зондирующие сигналы.

Положение отражающего слоя может быть определено с помощью измерения производной набега фазы по частоте (см. подраздел 1.4). При

нормальном падении фазовый сдвиг в общем виде может быть определен как [28]

$$\varphi(\omega) = \frac{2\omega}{c} \int_0^{r_c(\omega)} N(x, \omega) dx - \frac{\pi}{2}. \quad (5.6)$$

При получении интегрального уравнения (5.6) использовано приближение геометрической оптики. Это стандартный подход для проблемы рефлектометрии плазмы. При таком подходе за рамками рассмотрения остается эффект конверсии О- волны в Х- волну за счет шира магнитного поля [166, 167]. Как показано в [167], эффект конверсии пропорционален параметру

$$\kappa = \frac{c}{2\omega} \frac{d\theta/dr}{\overline{N}_o - \overline{N}_x}, \quad (5.7)$$

где $\theta = \arctan(B_p/B_t)$. Для рассматриваемых в этой работе условий эксперимента параметр κ мал ($\sim 0.05 \div 0.02$). Это оправдывает использование геометрической оптики. Более того, на основании численных расчетов в работе [168] утверждается, что этот эффект можно не учитывать для установок с более сильным широм, таких как обращенные пинчи.

Численное исследование, проведенное в [169], показало, что двумерные турбулентные флуктуации плотности, локализованные вблизи точки отражения, приводят к отличию набега фазы О-волны от вычисленного по формуле (5.6). Это отличие значительно для флуктуаций с малой длиной волны в полоидальном направлении $\bar{k}_p = 2\pi/\lambda_p \sim 1 \text{ см}^{-1}$. Оно создает дополнительные трудности при восстановлении профиля плотности. Базируясь на результатах работы [170], в которой впервые измерена 2D картина турбулентности, можно оценить для установки MAST $k_p \sim 0.1 \text{ см}^{-1}$. Это значительно меньше, чем \bar{k}_p . Заметим также, что двумерная турбулентность не помешала успешному определению профиля

плотности плазмы в токамаках с использованием рефлектометрии. Это позволяет надеяться на успешное применение предложенного метода в сферических торах.

Как уже упоминалось ранее, в рефлектометрии плазмы экспериментально измеренной величиной является производная фазового сдвига по частоте $d\varphi(\omega)/d\omega$. Первым этапом в подтверждении возможности восстановления профиля полоидального магнитного поля с использованием X-волны является расчет производной фазового сдвига по частоте для двенадцати каналов рефлектометра с использованием модельного профиля плотности и магнитного поля. При расчетах величины $d\varphi(\omega)/d\omega$ использовались следующие параметры: тороидальное магнитное поле $B_0 = 6 \cdot 10^3$ Гс, большой радиус плазмы $R_0 = 85$ см, малый радиус плазмы $a = 65$ см, электронная плотность в центре $n_{e0} = 5 \cdot 10^{13}$ см $^{-3}$, плотность на границе $n_b = 5 \cdot 10^{11}$ см $^{-3}$, величина полоидального магнитного поля на границе плазмы $B_p(a)$ определяется током в плазме $I_p = 1$ МА. Формула для модельного профиля плотности имеет следующий вид

$$n(x) = \begin{cases} n_0 \frac{e^{\xi_1} - e^{A\xi_1\psi}}{e^{\xi_1} - 1}, & \psi \leq \psi_1, \\ n_p + (n_x - n_p)e^{(\psi_1 - \psi)/\Delta}, & \psi_2 \geq \psi > \psi_1, \\ n_b + (n_{02} - n_b) \frac{e^{\xi_2} - e^{\xi_2\psi^\gamma}}{e^{\xi_2} - 1}, & \psi > \psi_2, \end{cases} \quad (5.8)$$

где ψ — метка магнитной поверхности, n_0 — центральная плотность, n_b — граничная плотность, n_p — плотность на пьедестале, $\xi_1, \xi_2 \sim 5 \div 6$ — параметры, определяющие степень пикированности профиля, A, γ — коэффициенты сшивки, Δ — параметр, определяющий спад экспоненциальной функции, которая соединяет основной профиль и пьедестал, n_x — плотность при $\psi = \psi_1$, n_{02} — промежуточное значение плотности, которое определяется при сшивке функций в точке $\psi = \psi_2$. Моделирование профиля плотности с помощью формулы (5.8) позволяет отдельно

регулировать как параметры основной части, так и параметры пьедестала на границе плазмы. Такой профиль в большей степени соответствует типичным высокопроизводительным разрядам на токамаке MAST [171].

Значения производных фазовых сдвигов по частоте между известными дискретными точками ω_j (каналами) и в промежутке между точкой ω_1 и точкой ω_0 на границей плазмы определяются интерполяционным сплайном или методом наименьших квадратов. Эта процедура необходима для получения гладкой непрерывной кривой $\varphi'(\omega)$. Для сглаживания дискретных экспериментальных данных используется кубический сплайн, который имеет следующий вид

$$S(\omega) = a_j + b_j(\omega - \omega_j) + c_j \frac{(\omega - \omega_j)^2}{2} + d_j \frac{(\omega - \omega_j)^3}{6}, \quad (5.9)$$

где a_j, b_j, c_j, d_j — постоянные коэффициенты на интервале $[\omega_{j-1}, \omega_j]$. Затем кривая $\varphi'(\omega)$ разбивается на равные интервалы с шагом $\omega_i - \omega_{i-1} = h$ для последующего интегрирования, как было описано в третьем разделе диссертации. Отметим, что кубический сплайн является простым и оптимальным выбором интерполяционного метода для исследованных модельных функций. Не исключено, что для более сложных профилей могут понадобиться полиномы более высоких степеней или другие методы интерполяции, например метод наименьших квадратов. Для обработки данных с узкополосного рефлектометра в режиме свипирования частоты достаточно взять значения $d\varphi(\omega)/d\omega$ в точках f_k и $f_k \pm \Delta f$. Оптимизация значения частот между соседними каналами может быть произведена позже, для того чтобы достичь наилучшей точности восстановления профиля. При решении данной задачи плотность плазмы на границе считается известной, например, по данным зондовых измерений или Томсоновского рассеяния. Также при расчетах значений исходных

данных для О- и Х- волны добавлялся случайный шум с фиксированной максимальной амплитудой.

Финальным этапом является реконструкция профиля плотности плазмы по зашумленным данным для обыкновенной волны, а затем реконструкция профиля полоидального магнитного поля по зашумленным данным необыкновенной волны, опираясь на полученный профиль плотности и известное распределение тороидального магнитного поля $B_t(R) = B_0 R_0 / R$.

5.2. Результаты восстановления модельного профиля полоидального магнитного поля в сферическом токамаке

В этом подразделе представлены результаты реконструкции профиля плотности плазмы, профиля полоидального магнитного поля и сравнение их с исходными профилями. Расчитанные значения производной от фазового сдвига, в зависимости от частоты для О- волны с добавлением случайного шума (максимальная амплитуда 15%), представлены на рис. 5.4. На этом графике также отображена полиномиальная аппроксимационная кривая, которая сглаживает зашумленные значения $d\varphi(\omega)/d\omega$ и заполняет значения в промежутках между точками ω_j . Реконструированный профиль плотности по данным обыкновенной волны изображен на рис. 5.5. Среднеквадратичное отклонение исходных данных $d\varphi(\omega)/d\omega$ составляет 8%, а среднеквадратичное отклонение восстановленного профиля плотности составляет 11%. Такой результат обусловлен в первую очередь наличием пьедестала на границе плазмы, который не попадет в измеряемый диапазон плотностей.

Современные системы рефлектометрии обеспечивают измерения фазовых сигналов с очень высокой точностью. Ошибка восстановления профиля плотности для узкополосных систем рефлектометрии со свипи-

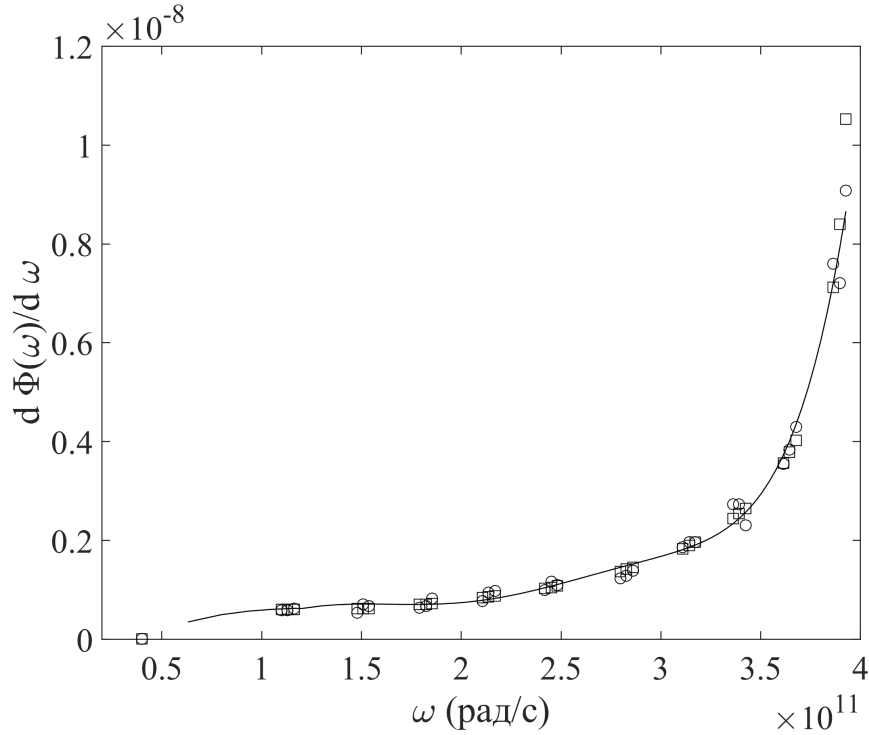


Рис. 5.4. Производная от набега фазы в зависимости от частоты для О-волны; квадраты — нулевой шум, круги — случайный шум с максимальной амплитудой 15%, сплошная линия — интерполяционная кривая.

рованием частоты может быть вызвана, главным образом, из-за флуктуаций плотности плазмы или ввиду отсутствия достаточного количества измеренных данных. Альтернативным подходом по исключению ошибок в исходных данных является использование усредненного профиля. Такой профиль может быть получен путем усреднения данных с использованием одной кривой $d\varphi(\omega)/d\omega$, так и через усреднение по нескольким кривым $d\varphi(\omega)/d\omega$. Типичные значения возмущения плотности плазмы составляют $\tilde{n}/n_e \leq 1\%$ [158]. Поэтому в дальнейших расчетах максимальная амплитуда случайного шума, которая будет добавляться к фазовым сдвигам О- и Х- волн, не будет превышать 1%.

Восстановленный профиль полоидального магнитного поля для сферического токамака с использованием необыкновенной волны представлен на рис. 5.6. Доверительный интервал, изображенный на рис. 5.6,

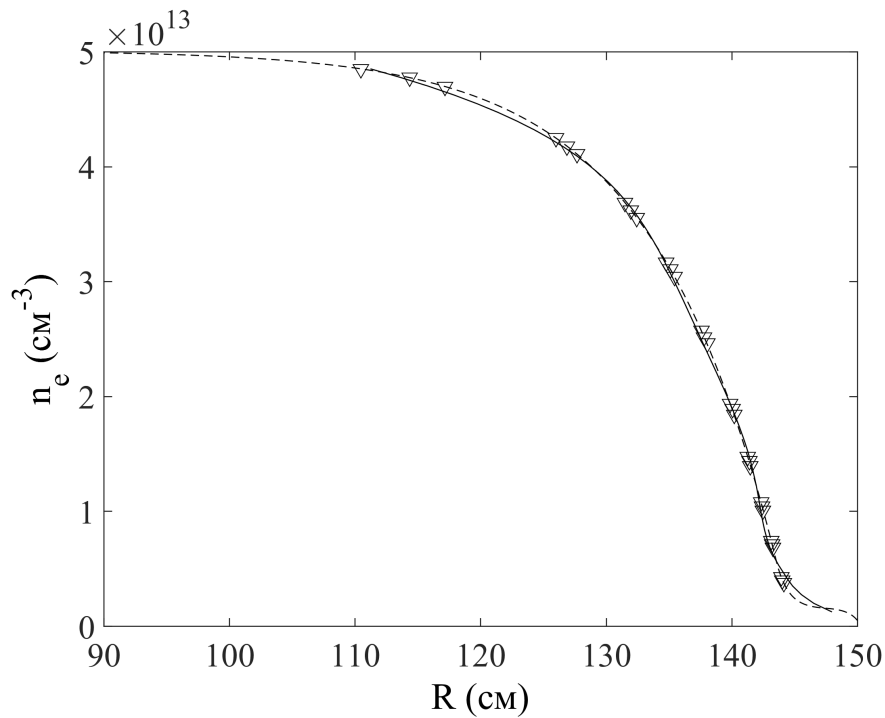


Рис. 5.5. Исходный (пунктирная линия) и восстановленный (сплошная линия) профиль плотности соответствующий зашумленным данным для О- волны; треугольниками отмечены положения отсечек.

был вычислен на основе серии расчетов восстановленных профилей поперечного магнитного поля. При расчете случайная ошибка добавлялась в исходные данные как для О- волны, так и для Х- волны. Результирующая ошибка реконструкции, изображенная на рис. 5.6, является следствием наличия случайных ошибок в исходных данных, наличия пьедестала и использования ограниченного количества каналов рефлектометра (дискретность данных). Последнее является недостатком узкополосных многоканальных систем рефлектометрии.

Для подтверждения численной устойчивости предложенного метода была проведена серия расчетов по восстановлению профилей с различными значениями амплитуды случайных ошибок для производной от набегу фазы $d\varphi(\omega)/d\omega$. На рис. 5.7 изображена ошибка восстановления профиля плотности для О- волны как функция от значений ошибки ис-

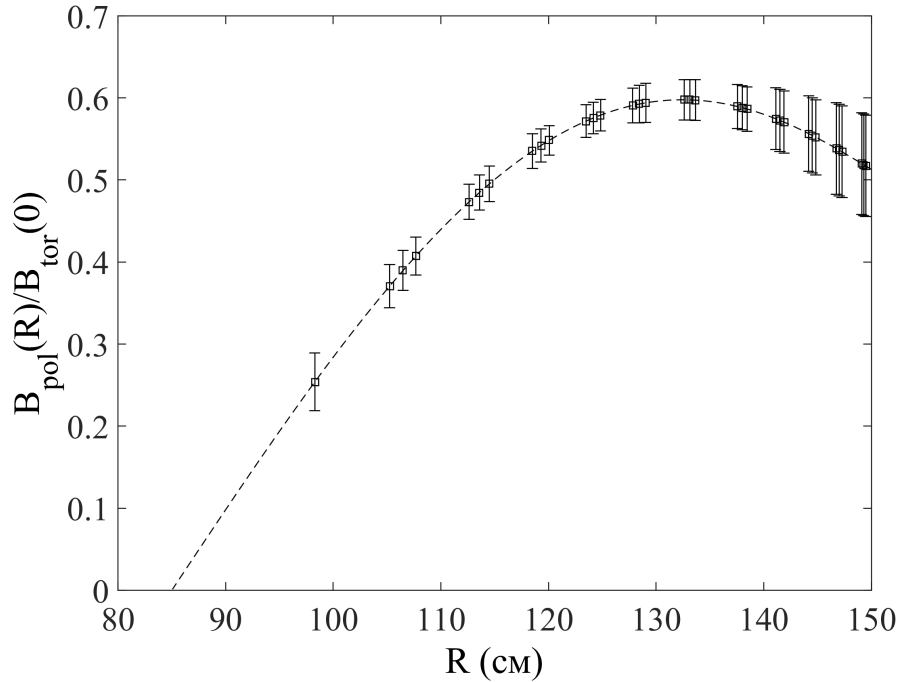


Рис. 5.6. Исходный профиль (пунктирная линия) полоидального магнитного поля и доверительный интервал для реконструированных профилей полоидального магнитного поля для зашумленных данных O- и X- волны с максимальной амплитудой шума 1%.

ходных данных для набега фазы. При вычислении значений производной от набега фазы в промежутках между известными точками ω_k использовался интерполяционный кубический сплайн и аппроксимационный полином. Результаты использования этих двух методов отображены на рис. 5.7 квадратами и кругами. Численное моделирование подтверждает стабильность итерационного алгоритма, а наблюдаемая зависимость полученной ошибки, по отношению к уровню входного шума, обусловлена специфической структурой численного метода, в котором при интегрировании, ошибки данных в последующих точках усредняются. Процедура интерполяции (аппроксимации) используется для сглаживания входных ошибок.

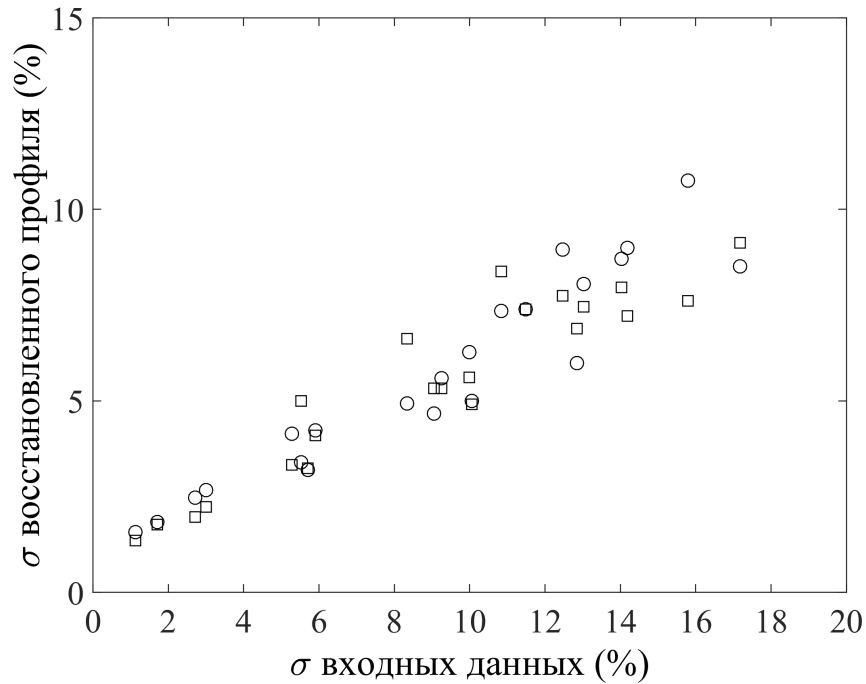


Рис. 5.7. Ошибка реконструкции профиля плотности в зависимости от зашумленности исходных данных для О- волны; квадраты — МНК, круги — кубический сплайн.

Материалы этого раздела опубликованы в работе [3] и докладывались на конференции [7].

5.3. Выводы

В данном разделе исследована и показана возможность применения двухполяризационной рефлектометрии, как нового метода определения профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках. Автором представлен и реализован численный метод, который обрабатывает данные о фазовых сдвигах обыкновенной и необыкновенной волн.

Расчеты проведены для многоканальной узкополосной системы со свипированием частоты, которая схожа с системой рефлектометрии, установленной на токамаке JET. Численный метод показал достаточно хорошую точность восстановления модельных профилей параметров

плазмы. Ошибки, полученные при реконструкции, могут быть отнесены в основном к флуктуациям плотности или отсутствию данных, полученных от системы рефлектометрии. Устойчивость итерационного алгоритма была также протестирована для различных уровней шума входных данных.

ВЫВОДЫ

В диссертации исследованы особенности распределения высокочастотных электромагнитных полей в неоднородной тороидальной плазме в области ионных циклотронных частот, а также исследованы новые методы диагностики плазмы, основанные на двухполяризационной рефлектометрии, которые могут быть использованы как в стеллараторах, так и в сферических торах.

Основные **результаты и выводы**, которые получены в диссертационной работе, заключаются в следующем.

1. В ходе анализа высокочастотного нагрева плазмы в торсатроне «Ураган-3М», с использованием параметров экспериментов, расчетов магнитного поля и пространственных областей распространения БВ в трехмерной геометрии, установлено, что с увеличением центральной плотности плазмы, резонансные поверхности для доминирующих в тороидальном спектре гармоник смещаются к периферии, на внутреннюю сторону тора, и эффективность нагрева с помощью БВ снижается. Установлено, что трехполувитковая антенна возбуждает не только быструю, но и медленную волну, которая поглощается вблизи антенны на периферии плазменного шнура за счет затухания Ландау на электронах и нелинейных эффектов. Медленные волны, образовавшиеся в результате конверсии в зонах локальных альфвеновских резонансов, не распространяются по радиусу, а поглощаются в зонах конверсии за счет линейных механизмов затухания для достаточно плотной плазмы. Для плазмы с низкой плотностью, зоны конверсии прижаты к зоне циклотронного резонанса и перекрываются для разных тороидальных мод, что приводит к существенной роли нелинейных эффектов в поглощении волн. Также показано, что поглощение высокочастотной

энергии локализовано в тороидальном направлении в окрестности ТПВА. Пространственная близость альфвеновских и циклотронного резонансов приводит к изменению поляризации быстрой волны в окрестности циклотронного резонанса и к нагреву ионов, что подтверждено экспериментально. Для задач численного моделирования распространения ВЧ волн в плазме «У-3М» автором разработан и создан специальный лучевой код. В результате исследований распространения МВ в плазме торсатрона «У-3М», возбуждаемой с помощью РА, установлено, что медленная волна не проникает вглубь плазмы и распространяется только на периферии плазменного шнура. Проведенный анализ показал, что вся мощность, излучаемая рамочной антенной, поглощается вблизи самой антенны. Длина лучевых траекторий МВ в тороидальном направлении порядка длины рамочной антенны. Численные расчеты показали, что МВ поглощается в основном за счет затухания Ландау на электронах. Также было установлено, что в плазме с невысокой плотностью и низкой температурой (режим 1) важную роль в поглощении МВ играют парные столкновения. Исследовано влияние граничной температуры плазмы на поглощение медленной волны. Установлено, что МВ волна поглощается в области между последней замкнутой поверхностью и винтовыми проводниками, а с повышением граничной температуры область поглощения МВ смещается в сторону уменьшения плотности.

2. Разработаны специальные итерационные алгоритмы численного решения как линейных, так и нелинейных интегральных уравнений, которые возникают в задачах восстановления параметров плазмы по данным рефлектометрии. Итерационные алгоритмы позволяют использовать новые методы диагностики плазмы, основанные на использовании дисперсионных свойств необыкновенной

волны. Показано, что численные методы являются устойчивыми по отношению к зашумленным входным данным и могут эффективно использоваться для восстановления параметров плазмы.

3. Исследована и показана возможность эффективного применения двухполяризационной рефлектометрии для определения профиля плотности на примере многоканального СВЧ рефлектометра с фиксированным набором частот в торсатроне «Ураган-2М». Также установлено, что использование в рефлектометре обыкновенной и необыкновенной волн существенно, в 2 раза, расширяет диапазон измеряемых плотностей. Тестирование разработанных алгоритмов восстановления профиля плотности плазмы по данным набега фазы O- и X- волна показало их эффективную работу и устойчивость к случайным и систематическим ошибкам измерений.
4. Теоретически исследовано и показано, что двухполяризационная рефлектометрия с использованием как обыкновенной, так и необыкновенной волны, может использоваться как новый и эффективный метод определения профиля полоидального магнитного поля в сферических токамаках. Данный метод предполагает использование уже существующих систем рефлектометрии и обеспечивает возможность получения новых данных при наименьших затратах.

В заключение автор выражает глубокую благодарность научному руководителю, доктору физико-математических наук Грекову Дмитрию Леонидовичу за помощь, ценные советы и постоянное внимание в ходе выполнения работы и написания диссертации.

Автор искренне благодарит сотрудников Института физики плазмы ННЦ ХФТИ, в частности доктора физ.-мат. наук Чечкина Виктора Васильевича, доктора физ.-мат. наук Немова Виктора Вадимовича, кандидата физ.-мат. наук Павличенко Ростислава Олеговича, кандидата физ.-мат. наук Павлова Сергея Семеновича, аспирантов Касилова Андрея Андреевича и Филиппова Валентина Валерьевича за помощь, плодотворные дискуссии и обсуждение результатов.

Автор также благодарит экспериментальные группы установок «Ураган-2М» и «Ураган-3М» за предоставленные результаты экспериментов и содействие при выполнении работы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Characteristics of the Three-Half-Turn-Antenna-Driven RF discharge in the Uragan-3M torsatron / L. I. Grigor'eva, V. V. Chechkin, V. E. Moiseenko [et al.] // Plasma Physics Reports. — 2015. — Vol. 41, no. 12. — P. 1002–1015.
2. Tretiak K. K. Iterative algorithms for processing experimental data / K. K. Tretiak // Plasma Physics Reports. — 2016. — Vol. 42, no. 10. — P. 947–955.
3. Grekov D. L. Investigation of dual polarization reflectometry for determination of plasma density and magnetic field in a spherical tokamak / D. L. Grekov, K. K. Tretiak // Journal of Fusion Energy. — 2016. — November. — P. 1–8. — doi: 10.1007/s10894-016-0114-x.
4. Греков Д. Л. Разработка комплекса двухполяризационной рефлектометрии торсатрона Ураган-2М / Д. Л. Греков, К. К. Третьяк, В. В. Филиппов // ЖТФ. — 2016. — Т. 86, № 12. — С. 60–68.
5. Tretiak K. K. Ray tracing analysis of slow wave heating in the ion cyclotron range of frequencies in Uragan-3M torsatron / K. K. Tretiak, D. L. Grekov // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Plasma Phys. — 2016. — Vol. 106, no. 6. — P. 84–87.
6. Греков Д. Л. Некоторые особенности высокочастотного нагрева плазмы в торсатроне Ураган-3М / Д. Л. Греков, В. В. Немов, К. К. Третьяк // Украинская конференция по физике плазмы и УТС - 2013 (Киев, 2013). Программа, сборник аннотаций, список участников. — Киев : ИЯИ НАНУ, 2013. — С. 27.
7. Grekov D. L. Microwave dual-polarization diagnostics in toroidal plasma / D. L. Grekov, K. K. Tretiak, V. V. Filippov // Plasma Physics and Technology. — 2014. — Vol. 1, no. 2. — P. 108. — ISSN: 2336-2626.

8. Grekov D. L. Dual-polarization microwave reflectometry in Uragan-2M: Theoretical maintenance / D. L. Grekov, K. K. Tretiak, V. V. Filippov // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkov, 2014). Book of Abstracts. — 2014. — P. 29.
9. Третьяк К. К. Комплекс двухполяризационной рефлектометрии торсатрона У-2М с использованием фиксированного набора частот / К. К. Третьяк, Д. Л. Греков, В. В. Филиппов // Украинская конференция по физике плазмы и УТС - 2015 (Киев, 2015). Программа, сборник аннотаций, список участников. — Киев : ИЯИ НАНУ, 2015. — С. 26.
10. Tretiak K. K. Theoretical studies of slow wave plasma heating in Uragan-3M torsatron / K. K. Tretiak, D. L. Grekov // 13th Kudowa Summer School "Towards Fusion Energy" (Kudowa-Zdrój, 2016). Programme & Contributions. — Warsaw : IFPILM, 2016. — P. 107.
11. Tretiak K. K. Theoretical studies of slow wave plasma heating in Uragan-3M torsatron / K. K. Tretiak, D. L. Grekov // International Conference and School on Plasma Physics and Controlled Fusion (Kharkov, 2016). Book of Abstracts. — 2016. — P. 75.
12. Днестровский Ю. Н. Математическое моделирование плазмы / Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров. — М. : Физматлит, 1993.
13. Лонгинов А. В. Высокочастотный нагрев плазмы в токамаках в области ионных циклотронных частот / А. В. Лонгинов, К. Н. Степанов // Высокочастотный нагрев плазмы / Под ред. А. Г. Литвака. — Горький : ИПФ АН СССР, 1983. — С. 105–210.
14. Лонгинов А. В. О высокочастотном нагреве неоднородной плазмы I / А. В. Лонгинов, К. Н. Степанов. — Харьков : ННЦ ХФТИ, 1972. — 32 с. — (Препринт / АН УССР, Нац. науч. центр "Харьк. физ.-техн. ин-т"; ХФТИ 72-1).

15. Лонгинов А. В. О высокочастотном нагреве неоднородной плазмы II / А. В. Лонгинов, К. Н. Степанов. — Харьков : ННЦ ХФТИ, 1972. — 38 с. — (Препринт / АН УССР, Нац. науч. центр "Харьк. физ.-техн. ин-т"; ХФТИ 72-2).
16. Голант В. Е. Высокочастотные методы нагрева плазмы в тороидальных термоядерных установках / В. Е. Голант, В. И. Федоров. — М. : Энергоатомиздат, 1986.
17. Wave heating and current drive in plasmas / Ed. by V. L. Granatstein, P. L. Colestock. — New York : Gordon and Breach Science Publishers, 1985.
18. Adam J. Review of Tokamak plasma heating by wave damping in the ion cyclotron range of frequency / J Adam // Plasma Phys. Control. Fusion. — 1987. — Vol. 29, no. 4. — P. 443.
19. Степанов К. Н. Нелинейные явления при ионном циклотронном резонансе в плазме / К. Н. Степанов // Физика плазмы. — 1983. — Т. 9, № 1. — С. 45.
20. Гершман Б. Н. Кинетическая теория магнитогидродинамических волн / Б. Н. Гершман // ЖЭТФ. — 1953. — Т. 24, № 4. — С. 453.
21. Stix Т. Н. Generation and thermalization of plasma waves / Т. Н. Stix // Phys. Fluids. — 1958. — Vol. 1, no. 4. — P. 308.
22. Stix Т. Н. Oscillations of a cylindrical plasma / Т. Н. Stix // Phys. Rev. — 1957. — Vol. 106, no. 6. — P. 1146.
23. Долгополов В. В. О черенковском поглощении альфвеновской и быстрой магнитозвуковой волн в неоднородной плазме / В. В. Долгополов, К. Н. Степанов // Ядерный Синтез. — 1965. — Т. 5. — С. 276.
24. Долгополов В. В. Резонансное поглощение энергии низкочастотных колебаний холодной неоднородной плазмы / В. В. Долгополов, К. Н. Степанов // ЖТФ. — 1966. — Т. 36, № 6. — С. 1003–1009.

25. Gajewski R. Alfvén waves in inhomogeneous magnetic fields / R. Gajewski, F. Winterberg // Ann. of Phys. — 1965. — Vol. 32. — P. 348–361.
26. Pridmore-Brown D. C. Alfvén Waves in a Stratified Incompressible Fluid / D. C. Pridmore-Brown // Phys. Fluids. — 1966. — Vol. 9, no. 7. — P. 1290–1292.
27. Тимофеев А. В. К теории альфвеновских колебаний неоднородной плазмы / А. В. Тимофеев // В кн. Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. — М. : Атомиздат, 1979. — Т. 9. — С. 205–232.
28. Ginzburg V. L. Propagation of Electromagnetic Waves in Plasma / V. L. Ginzburg ; Ed. by W. L. Sadowski, D. M. Gallik. — New York : Gordon and Breach Inc., 1961.
29. Stix T. H. The theory of plasma waves / T. H. Stix. — New York : McGraw-Hill, 1962.
30. Коллективные колебания в плазме / А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин [и др.]. — М. : Атомиздат, 1964. — С. 164.
31. Электродинамика плазмы / А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин [и др.] ; Под ред. А. И. Ахиезера. — М. : Наука, 1974. — С. 720.
32. Степанов К. Н. О циклотронном поглощении электромагнитных волн в плазме / К. Н. Степанов // ЖЭТФ. — 1960. — Т. 38, № 1. — С. 265.
33. Шафранов В. Д. Вопросы теории плазмы / В. Д. Шафранов ; Под ред. М. А. Леонтовича. Вып. 3. — М. : Госатомиздат, 1963.
34. Черенковское поглощение «свистов» в неоднородном плазменном цилиндре / В. В. Долгополов, А. И. Ермаков, Н. И. Назаров [и др.] // Ядерный Синтез. — 1963. — Т. 3. — С. 251.

35. Долгополов В. В. О поглощении энергии высокочастотного поля плазмой в условиях кратного ионного гирорезонанса / В. В. Долгополов, К. Н. Степанов // ЖТФ. — 1963. — Т. 33, № 10. — С. 1196.
36. О поглощении высокочастотной энергии плазмой вблизи ионного циклотронного резонанса / М. П. Васильев, Л. И. Григорьева, В. В. Долгополов [и др.] // ЖТФ. — 1964. — Т. 34, № 6. — С. 974.
37. Weynants R. R. Ion heating at twice the ion-cyclotron frequency in reactor-oriented machines / R. R. Weynants // Phys. Rev. Lett. — 1974. — Vol. 33, no. 2. — P. 78.
38. Лонгинов А. В. Способ нагрева дейтериевой или дейтерийтритиевой плазмы / А. В. Лонгинов // А.с. №342560 СССР. — 1975. — Бюл. №5.
39. Klima R. High-frequency heating of plasma with two ion species / R. Klima, A. V. Longinov, K. N. Stepanov // Nucl. Fusion. — 1975. — Vol. 15, no. 6. — P. 1157.
40. Grekov D. L. Modelling of ICRF heating and current drive in tokamak plasma with two ion species / D. L. Grekov, S. V. Kasilov, K. K. Tretiak // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Plasma Phys. — 2013. — Vol. 83, no. 1. — P. 54–56.
41. Perkins F. W. Heating tokamaks via the ion-cyclotron and ion-ion hybrid resonances / F. W. Perkins // Nucl. Fusion. — 1977. — Vol. 17, no. 6. — P. 1197.
42. Swanson D. G. Mode conversion and tunneling at the two-ion hybrid resonance / D. G. Swanson // Phys. Rev. Lett. — 1976. — Vol. 36, no. 6. — P. 316–319.
43. Jacquinet J. Mode conversion of the fast magnetosonic wave in a deuterium-hydrogen tokamak plasma / J. Jacquinet, B. D. McVey, J. E. Scharer // Phys. Rev. Lett. — 1977. — Vol. 39, no. 2. — P. 88–91.

44. Ion cyclotron heating in the model C stellarator / M. A. Rothman, R. M. Sinclair, I. G. Brown, J. C. Hosea // *Phys. Fluids.* — 1969. — Vol. 12, no. 10. — P. 2211.
45. RF plasma heating in the Uragan stellarator I. Wave launching and plasma heating / A. G. Dikij, S. S. Kalinichenko, A. A. Kalmykov [et al.] // *Plasma Phys.* — 1976. — Vol. 18, no. 8. — P. 577.
46. Equipe TFR. Magnetosonic wave generation and damping in the TFR tokamak near the ion cyclotron frequencies / TFR Equipe // *Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 6th Intern. Conf., Berchtesgaden, 1976).* — Vol. 3. — Vienna : IAEA, 1977. — P. 39.
47. ICRF antenna and heating studies in high density TRF plasmas : Rep. : EUR-CEA-FC-1046 / CEA ; Executor: Equipe TFR. — Fontenay-aux-Rose : 1980.
48. Group TFR. ICRF heating experiments in TFR using a low-field-side antenna / TFR Group // *Nucl. Fusion.* — 1985. — Vol. 25, no. 12. — P. 1719.
49. Fast-wave ion cyclotron heating in the princeton large torus / J. Hosea, D. Boyd, N. Bretz [et al.] // *Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 8th Intern. Conf., Brussels, 1980).* — Vol. 2. — Vienna : IAEA, 1981. — P. 95.
50. Colestock P. L. Modeling of ICRF heating in PLT / P. L. Colestock, D.Q. Hwang Davis, S.L. J.C. Hosea, H.R. Thompson // *Proc. of the 2nd Joint Grenoble–Varenna Intern. Symp. on Heating in Toroidal Plasmas (Como, 1980).* — Vol. 1. — Oxford : Pergamon Press, 1980. — P. 471–486.
51. High power ICRF heating on PLT and extrapolation to future devices / J. Hosea, N. Bretz, P. Colestock [et al.] // *Proc. of the 3rd Joint Grenoble–Varenna Intern. Symp. on Heating in Toroidal Plasmas*

- (Grenoble, 1982). — Vol. 1. — Oxford : Pergamon Press, 1982. — P. 213–223.
52. Ion cyclotron heating experiments in PLT / E. Mazzucato, R. Bell, M. Bitter [et al.] // Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 10th Intern. Conf., London, 1984). — Vol. 1. — Vienna : IAEA, 1985. — P. 433–443.
53. RF experiments on PLT / J. Hosea, J. R. Wilson, W. Hooke [et al.] // Plasma Phys. Control. Fusion. — 1986. — Vol. 28, no. 9A. — P. 1241.
54. Analysis of ICRF plasma production in large scale tokamaks / A. I. Lysojvan, V. E. Moiseenko, O. M. Shvets, K. N. Stepanov // Nucl. Fusion. — 1992. — Vol. 32, no. 8. — P. 1361–1372.
55. RF system plasma production and heating in the U-2M device / A. V. Longinov, D. V. Berezov, A. A. Chmyga [et al.] // IAEA Tech. Committee Meeting, Proc. 8th Int. Workshop on Stellarators (Kharkov, 1991). — Vienna : IAEA, 1991. — P. 219.
56. Лонгинов А. В. Возбуждение электромагнитных волн в плазме с помощью продольных электрических полей / А. В. Лонгинов // ЖТФ. — 1972. — Т. 42, № 8. — С. 1591–1605.
57. Longinov A. V. The effect of the peripheral plasma inhomogeneity, density and temperature on the excitation of slow ICRF waves / A. V. Longinov, V. A. Lukinov, S. S. Pavlov // Controlled fusion and plasma physics. Proc. 16th Eur. Conf. (Venice, 1989). — Vol. 13(B). — Mulhouse : EPS, 1989. — P. 1105–1108.
58. Longinov A. V. Controlled fusion and plasma physics. Proc. 15th Eur. Conf. (Dubrovnik, 1988) / A. V. Longinov, V. A. Lukinov. — Mulhouse : EPS, 1988. — Vol. 12(B). — P. 742.
59. Высокочастотный нагрев плазмы в тороидальной ловушке / А. Ю. Волошко, В. С. Войценя, А. В. Лонгинов [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 1972. — Т. 16, № 2. — С. 80–83.

60. Высокочастотный нагрев плазмы в стеллараторе / П. Я. Бурченко, Е. Д. Волков, Е. Д. Крамской [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 1972. — Т. 15, № 5. — С. 250–253.
61. ВЧ-нагрев плазмы в условиях ион-ионного гибридного резонанса / В. Ф. Тарасенко, С. С. Овчинников, С. С. Калиниченко [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 1972. — Т. 16, № 3. — С. 165–167.
62. Effects of high-power ion Bernstein waves on a tokamak plasma / M. Ono, P. Beiersdorfer, R. Bell [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1988. — Vol. 60, no. 4. — P. 294.
63. ICRF heating of currentless plasma in Heliotron E / T. Mutoh, O. Motojima, M. Sato [et al.] // Proc. 11th Intern. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Research (Kyoto, 1986). — Vol. 2. — Vienna : IAEA, 1987. — P. 473.
64. ICRF heating of currentless plasma in Heliotron E / T. Mutoh, O. Motojima, M. Sato [et al.] // Nucl. Fusion. — 1984. — Vol. 24, no. 8. — P. 1003–1012.
65. Nishimura K. Experiment on RF plasma production in CHS / K. Nishimura, T. Shoji, CHS Group // Stellarator Physics, Proc. 7th Int. Workshop on Stellarators (Tennessee, 1989), IAEA-TECDOC-558. — Vienna : IAEA, 1990. — P. 265.
66. A slow-wave heating experiment on RFC-XX using an array of phased antennas / T. Watari, K. Adati, T. Aoki [et al.] // Nucl. Fusion. — 1982. — Vol. 22, no. 10. — P. 1359–1368.
67. RF production and heating of plasma in Uragan-3 torsatron / O. M. Shvets, A. G. Dikii, S. S. Kalinichenko [et al.] // Proc. 4th International Symp. on Heating in Toroidal Plasmas (Rome, 1984). — Vol. 1. — Varenna : ENEA, 1984. — P. 513.
68. Возбуждение ионных циклотронных волн в плазме в тороидальной магнитной ловушке / С. С. Овчинников, С. С. Калиниченко,

- О. М. Шве́ц [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 1970. — Т. 12, № 6. — С. 277–280.
69. Исследование высокочастотного нагрева плотной плазмы в тороидальном магнитном поле / С. С. Овчинников, С. С. Калиниченко, О. М. Шве́ц, В. Т. Толок. — Харьков : ННЦ ХФТИ, 1971. — 37 с. — (Препринт / АН УССР, Нац. науч. центр "Харьк. физ.-техн. ин-т"; ХФТИ 71-6).
70. High frequency heating and equilibrium plasmas in the Uragan-2 stellarator / A. G. Dikij, S. S. Kalinichenko, Yu. K. Kuznetsov [et al.] // Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 6th Intern. Conf., Berchtesgaden, 1976). — Vol. 2. — Vienna : IAEA, 1977. — P. 129–143.
71. Plasma heating by anomalous absorption of large amplitude Alfvén (Ion cyclotron) waves / A. G. Dikij, S. S. Kalinichenko, A. I. Lysojvan [et al.] // Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 9th Intern. Conf., Baltimore, 1982). — Vol. 2. — Vienna : IAEA, 1983. — P. 581–594.
72. Absorption of Alfvén waves and plasma production in the OMEGA and URAGAN-3 toroidal devices / O. M. Shvets, A. G. Dikii, S. S. Kalinichenko [et al.] // Nucl. Fusion. — 1986. — Vol. 26, no. 1. — P. 23.
73. A study of Three-Half-Turn and Frame antennae for ion-cyclotron range of frequency plasma heating in the Uragan-3M torsatron / A. I. Lysojvan, V. E. Moiseenko, V. V. Plyusnin [et al.] // Fusion Engineering and Design. — 1995. — Vol. 26. — P. 185–190.
74. RF plasma production and heating below ion-cyclotron frequencies in Uragan torsatrons / V. E. Moiseenko, V. L. Berezhnyj, V. N. Bondarenko [et al.] // Nucl. Fusion. — 2011. — Vol. 51. — P. 083036.

75. Brambilla M. Kinetic theory of plasma waves : homogeneous plasmas / M. Brambilla. — Oxford : Clarendon Press, 1998. — P. 656.
76. Экспериментальное исследование возбуждения ионных циклотронных волн антенной щелевого типа / О. М. Шве́ц, С. С. Калиниченко, А. И. Лысойван [и др.] // Физика плазмы. — 1981. — Т. 7, № 3. — С. 485–493.
77. Нагрев трехкомпонентной бестоковой плазмы альфвеновскими волнами в стеллараторе Ураган-2 / О. М. Шве́ц, С. С. Калиниченко, К. Н. Степанов [и др.] // Письма в ЖЭТФ. — 1981. — Т. 34, № 10. — С. 533–536.
78. The RF method for currentless plasma production and heating / S. S. Kalinichenko, P. J. Kurilko, A. I. Lysojvan [et al.] // Proc. 9th European Conf. on Controlled Fusion and Plasma Physics (Oxford, 1979). — Vol. 1. — Geneva : EPS, 1979. — P. 19.
79. Очистка поверхностей установки "Ураган-3" плазмой / Н. И. Назаров, В. В. Плюснин, Т. Ю. Ранюк [и др.] // Физика плазмы. — 1987. — Т. 13, № 12. — С. 1511.
80. Peripheral plasma characteristics in the Uragan-3M torsatron / A. A. Kasilov, L. I. Grigor'eva, V. V. Chechkin [et al.] // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Plasma Phys. — 2015. — Vol. 21. — P. 24–27.
81. Characteristic properties of the frame antenna produced RF discharge evolution in the Uragan-3M torsatron / V. V. Chechkin, L. I. Grigor'eva, R. O. Pavlichenko [et al.] // Plasma Physics Reports. — 2014. — Vol. 40, no. 8. — P. 601–610.
82. On the particle and energy balance in Uragan-3M torsatron / N. T. Besedin, S. V. Kasilov, I. M. Pankratov [et al.] // IAEA Tech. Committee Meeting, Proc. 8th Int. Workshop on Stellarators (Kharkov, 1991). — Vienna : IAEA, 1991. — P. 53.

83. Moiseenko V. E. Alfvén heating in toroidal plasmas by using three-halfturn antenna / V. E. Moiseenko // IAEA Tech. Committee Meeting, Proc. 8th Int. Workshop on Stellarators (Kharkov, 1991). — Vienna : IAEA, 1991. — P. 207.
84. Performance of Three-Half-Turn and Frame antennas for ICRF plasma heating in Uragan-3M torsatron / S. V. Kasilov, A. I. Lysojvan, V. E. Moiseenko, V. V. Plyusnin // A collection of papers presented at the IAEA Technical Committee Meeting on Stellarators and Other Helical Confinement Systems (Garching, 1993). — Vienna : IAEA, 1993. — P. 447.
85. Келсо Дж. М. Траектории лучей в ионосфере / Дж. М. Келсо // Сб. Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн / Под ред. М. П. Кияновского. — М. : Наука, 1971. — С. 9–35.
86. Хазельгров Дж. Лучевая теория и новый метод расчета траекторий / Дж. Хазельгров // Сб. Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн / Под ред. М. П. Кияновского. — М. : Наука, 1971. — С. 36–49.
87. Мюлали Р. Ф. Траектории лучей в неоднородной анизотропной среде / Р. Ф. Мюлали // Сб. Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн / Под ред. М. П. Кияновского. — М. : Наука, 1971. — С. 50–62.
88. Ohkubo K. Wave propagation to lower hybrid resonance in a magnetic field with shear / K. Ohkubo, K. Ohasa, K. Matsuura // J. Phys. Soc. Jpn. — 1977. — Vol. 43, no. 2. — P. 642–647.
89. Propagation characteristics of cold lower hybrid waves in linear tokamak plasmas / S. Tanaka, S. Nishitani, M. Fukushima, Y. Terumichi // Phys. Lett. A. — 1976. — Vol. 59, no. 4. — P. 290–292.

90. Ott E. Wave reflection from the lower hybrid surface: A toroidal effect / E. Ott, J. M. Wersinger, P. T. Bonoli // *Phys. Fluids*. — 1979. — Vol. 22, no. 1. — P. 192–193.
91. McVey B.D. A ray-tracing analysis of fast-wave heating of tokamaks / B.D. McVey // *Nucl. Fusion*. — 1979. — Vol. 19, no. 4. — P. 461–468.
92. Brambilla M. Eikonal description of HF waves in toroidal plasmas / M. Brambilla, A. Cardinali // *Plasma Phys.* — 1982. — Vol. 24, no. 10. — P. 1187–1218.
93. Ray Tracing and Beyond: Phase Space Methods in Plasma Wave Theory / E. R. Tracy, A. J. Brizard, A. S. Richardson, A. N. Kaufman. — Cambridge : Cambridge University Press, 2014. — P. 522.
94. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы / В. Е. Голант. — М. : Наука, 1968. — 328 с.
95. Методика исследования пространственного распределения электронов в плазме / А. И. Анисимов, Н. И. Виноградов, В. Е. Голант, В.П. Константинов // *ЖТФ*. — 1960. — Т. 30, № 9. — С. 1009–1018.
96. van Milligen B. Ph. Application of function parametrization to the analysis of polarimetry and interferometry data in TEXTOR / B. Ph. van Milligen, H. Soltwisch, N. J. Lopes-Cardozo // *Nucl. Fusion*. — 1991. — Vol. 31, no. 2. — P. 309–318.
97. Сизоненко В. Л. Определение плотности и температуры плазмы по рефракции и затуханию луча / В. Л. Сизоненко, К. Н. Степанов // Сб. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза. Сер. Высокочастотные свойства плазмы / Под ред. К. Д. Си-нельникова. — Киев : «Наукова думка», 1965. — С. 109–117.
98. Душин Л. А. Исследование пространственного распределения плотности плазмы по рефракции микроволнового луча с несколь-

- кими частотными составляющими / Л. А. Душин, В. И. Кононенко, А. И. Скибенко // ЖТФ. — 1966. — Т. 36, № 10. — С. 1842–1849.
99. Simonet F. Measurement of electron density profile by microwave reflectometry on tokamaks / F. Simonet // Rev. Sci. Instrum. — 1985. — Vol. 56, no. 5. — P. 664–669.
100. Reflectometry experiment on the tokamak TORE-SUPRA / M. Paume, J. M. Chareau, F. Clairet, X. L. Zou // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting “Microwave reflectometry for Fusion Plasma Diagnostics”. — Vienna : IAEA, 1992. — P. 21–30.
101. Manso M. E. Localised density measurements on ASDEX using microwave reflectometry / M. E. Manso, F. Serra, A. Silva // Controlled fusion and plasma heating. Proc. 17th Eur. Conf. (Amsterdam, 1990). — Vol. 14B. — Geneva : European Physical Society, 1990. — P. 1560.
102. Fast sweep multiple broadband reflectometers on ASDEX and ASDEX-Upgrade / M. E. Manso, A. Silva, F. Serra [et al.] // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting “Microwave reflectometry for Fusion Plasma Diagnostics”. — Vienna : IAEA, 1992. — P. 1–10.
103. Determination of the electron density profile and its fluctuations by broad-band microwave reflectometry in the TJ-1 tokamak / E. Anabitarte, M. A. G. Calderon, J. Senties, E. G. Bustamante // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1988. — Vol. 21. — P. 1384–1390.
104. First results in reflectometric plasma density measurements on RFX / M. Moresco, R. Cavazzana, A. Sardella, E. Spada // Rev. Sci. Instrum. — 1995. — Vol. 66. — P. 406.
105. Pavlichenko O. S. X-mode 37 GHz reflectometry on the Uragan-3M torsatron / O. S. Pavlichenko, R. O. Pavlichenko, A. I. Skibenko // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting “Microwave reflectometry for Fusion Plasma” (Abingdon, 1992). — Vienna : IAEA, 1992. — P. 31–37.

106. The JET multichannel reflectometer / R. Prentice, A. E. Costley, J. A. Fessey, A. E. Hubbard // Proc. Course and Workshop "Basic and advanced diagnostic techniques for fusion plasmas"(Varenna, 1986). — Brussels : CEC, 1986. — P. 451–460.
107. A reflectometer for fluctuation and correlation studies on the Joint European Torus tokamak / G. D. Conway, G. Vayakis, J. A. Fessey, D. V. Bartlett // Rev. Sci. Instrum. — 1999. — Т. 70, № 10. — С. 3921–3929.
108. The implementation of the diagnostic systems on ITER / L. de Kock, T. Ando, P. Edmond [et al.] // Plasma Physics Reports. — 1998. — Vol. 24, no. 2. — P. 97–106.
109. Grekov D. L. Ordinary wave refraction: A new way to measure the poloidal field distribution in tokamaks / D. L. Grekov, O. S. Pavlichenko // Proc. IAEA Tech. Com. Meeting "Time Resolved Two- and Three-Dimensional Plasma Diagnostics" (Nagoya, 1990). — Vienna : IAEA, 1991. — P. 449.
110. Душин Л. А. Диагностика плазмы с применением необыкновенной поперечной волны / Л. А. Душин, В. И. Привезенцев, А. И. Скибенко // Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза. — 1965. — Т. 4. — С. 512–519.
111. Bottollier-Curtet H. Microwave reflectometry with the extraordinary mode on tokamaks: Determination of the electron density profile of Petula-B / H. Bottollier-Curtet, G. Ichtchenko // Rev. Sci. Instrum. — 1987. — Vol. 58, no. 4. — P. 539–546.
112. X-mode broadband reflectometric density profile measurements on DIII-D / E. J. Doyle, T. Lehecka, N. C. Jr. Luhmann, W. A. Peebles // Rev. Sci. Instrum. — 1990. — Vol. 61. — P. 2896.

113. Density fluctuation measurements using X-mode fast sweep reflectometry on Tore Supra / L. Vermare, S. Heuraux, F. Clairet [et al.] // Nucl. Fusion. — 2006. — Vol. 46. — P. S743–S759.
114. Computational study of ultra-short-pulse reflectometry / B. I. Cohen, B. B. Afeyan, A. E. Chou, N. C. Luhmann // Plasma Phys. Control. Fusion. — 1995. — Vol. 37. — P. 329–344.
115. Cohen B. I. One- and two-dimensional simulations of ultra-short-pulse reflectometry / B. I. Cohen, T. B. Kaiser, J. C. Garrison // Rev. Sci. Instrum. — 1997. — Vol. 68. — P. 1238–1243.
116. Измерение профиля плотности плазмы и ее флуктуаций на тороидальном сатроне «Ураган-3М» с помощью двухполяризационной рефлектометрии / А. И. Скибенко, О. С. Павличенко, Р. О. Павличенко, И. П. Фомин // Физика плазмы. — 1994. — Т. 20, № 1. — С. 13.
117. Прокопенко А. В. Определение положения отражающего слоя необыкновенной волны в плазме стелларатора / А. В. Прокопенко, А. И. Скибенко, И. Б. Пинос // Вестник Харьковского национального университета. Серия: физическая “Ядра, частицы, поля”. — 2008. — Т. 794, № 1(37). — С. 95–99.
118. Peng Y-K. M. Features of spherical torus plasmas / Y-K. M. Peng, D. J. Strickler // Nucl. Fusion. — 1986. — Vol. 26. — P. 769–777.
119. Sykes A. Progress on spherical tokamaks / A. Sykes // Plasma Phys. Control. Fusion. — 1994. — Vol. 36, no. 12B. — P. B93–B106.
120. First results from the START experiment / A. Sykes, E. Del Bosco, R. J. Colchin [et al.] // Nucl. Fusion. — 1992. — Vol. 32, no. 4. — P. 694–699.
121. First results from MAST / A. Sykes, R. J. Akers, L. C. Appel [et al.] // Nucl. Fusion. — 2001. — Vol. 41, no. 10. — P. 1423–1433.

122. MAST and the impact of low aspect ratio on tokamak physics / B. Lloyd, J-W. Ahn, R. J. Akers [et al.] // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2004. — Vol. 46. — P. 477–494.
123. Exploration of spherical torus physics in the NSTX device / M. Ono, S. M. Kaye, Y.-K. M. Peng [et al.] // Nucl. Fusion. — 2000. — Vol. 40, no. 3Y. — P. 557–561.
124. Overview of the physics and engineering design of NSTX upgrade / J. E. Menard, S. Gerhardt, M. Bell [et al.] // Nucl. Fusion. — 2012. — Vol. 52. — P. 083015.
125. Globus-M spherical tokamak / V. K. Gusev, V. E. Golant, E. Z. Gusakov [et al.] // Technical Physics. — 1999. — Vol. 44, no. 9. — P. 1054–1057.
126. Plasma formation and first OH experiments in the Globus-M tokamak / V. K. Gusev, T. A. Burtseva, A.V. Dech [et al.] // Nucl. Fusion. — 2001. — Vol. 41, no. 7. — P. 919–925.
127. Etievant C. A proposal for measuring the poloidal field in a toroidal magnetic configuration / C. Etievant, I. Fidone // Plasma Phys. — 1970. — Vol. 12, no. 12. — P. 985–986.
128. Ma C. H. A modulated submillimeter-laser polarimeter for the measurement of the Faraday rotation by a plasma / C. H. Ma, D. P. Hutchinson, K. L. Vander Sluis // Appl. Phys. Lett. — 1979. — Vol. 34, no. 3. — P. 218–220.
129. Problems and methods of self-consistent reconstruction of tokamak equilibrium profiles from magnetic and polarimetric measurements / J. Blum, E. Lazzaro, J. O'Rourke [et al.] // Nucl. Fusion. — 1990. — Vol. 30, no. 8. — P. 1475–1490.
130. Progress toward a practical magnetic field diagnostic for low-field fusion plasmas based on dual mode correlation reflectometry / M. Gilmore,

- W. A. Peebles, S. Kubota [et al.] // *Rev. Sci. Instrum.* — 2003. — Vol. 74, no. 3. — P. 1469–1472.
131. Бэдсел Ч. Физика плазмы и численное моделирование: Пер. с англ. / Ч. Бэдсел, А. Ленгдон. — М. : Энергоатомиздат, 1989.
132. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. — Киев : «Наукова думка», 1986.
133. Пирс У. Д. В сб.: Получение и исследование высокотемпературной плазмы. Пер. с англ. / У. Д. Пирс ; Под ред. В. А. Фабриканта. — М. : Зд-во иностр. лит., 1962. — С. 221–229.
134. Nestor O. H. Numerical methods for reducing line and surface probe data / O. H. Nestor, H.N. Olsen // *SIAM Rev.* — 1960. — Vol. 2, no. 3. — P. 200–207.
135. Sato M. Inversion of the Abel integral equation by use of simple interpolation formulas / M. Sato // *Contrib. Plasma Phys.* — 1985. — Vol. 25, no. 6. — P. 573–577.
136. Косарев Е. Л. О численном решении интегрального уравнения Абеля / Е. Л. Косарев // *ЖВМ и МФ.* — 1973. — Т. 13. — С. 1591–1596.
137. Машинная обработка в задачах интерферометрии и рентгеновской диагностики высокотемпературной плазмы / В. В. Александров, В. Д. Вихарев, Е. В. Сачков, В. Я. Царфин. — М. : Препринт ИАЭ-4260/7, 1986.
138. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации / А. Н. Тихонов // *ДАН СССР.* — 1963. — Т. 151, № 3. — С. 501–504.
139. Тихонов А. Н. О регуляризации некорректно поставленных задач / А. Н. Тихонов // *ДАН СССР.* — 1963. — Т. 153, № 1. — С. 49–52.

140. Тихонов А. Н. О решении нелинейных интегральных уравнений первого рода / А. Н. Тихонов // ДАН СССР. — 1964. — Т. 156, № 6. — С. 1296–1299.
141. Тихонов А. Н. О нелинейных уравнения первого рода / А. Н. Тихонов // ДАН СССР. — 1965. — Т. 161, № 5. — С. 1023–1026.
142. Михайловский А. Б. Теория плазменных неустойчивостей / А. Б. Михайловский. — М. : Атомиздат, 1971. — Т. 1.
143. Силин В. П. Параметрический резонанс в плазме / В. П. Силин // ЖЭТФ. — 1965. — Vol. 48, no. 6. — P. 1679.
144. Research on high frequency heating of a plasma / L. I. Grigor'eva, A. V. Longinov, A. I. Pyatak [et al.] // Plasma Physics And Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 4th Intern. Conf., Madison, 1971). — Vol. 3. — Vienna : IAEA, 1971. — P. 573.
145. Dreval M. B. U-3M ion energy distribution measurements during frame antenna plasma production and heating in the ICRF range / M. B. Dreval, A. S. Slavnyj // Plasma Phys. Control. Fusion. — 2011. — Vol. 53, no. 6. — P. 065014.
146. Measurements of plasma density in Uragan-3M torsatron using dual-polarization interferometry / D. L. Grekov, K. K. Tretiak, V. L. Berezchnyj, V. V. Filippov // Problems of Atomic Science and Technology, Ser. Plasma Phys. — 2012. — Vol. 82, no. 6. — P. 249–251.
147. Кравцов Ю. А. Геометрическая оптика неоднородных сред / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов. — М. : Наука, 1980. — С. 304.
148. Александров А. Ф. Основы электродинамики плазмы / А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе ; Под ред. А. А. Рухадзе. — 2-е изд. — М. : Высшая школа, 1988. — 424 с.
149. Гинзбург В. Л. Волны в магнитоактивной плазме / В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе. — 2-е изд. — М. : Наука, 1975. — 256 с.

150. Брагинский С. И. Вопросы теории плазмы / С. И. Брагинский ; Под ред. М. А. Леонтовича. Вып. 1. — М. : Госатомиздат, 1963.
151. Манжиров А. В. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения / А. В. Манжиров, А. Д. Полянин. — М. : Изд-во «Факториал Пресс», 2000.
152. Привалов И. И. Интегральные уравнения. Учебник для ун-тов. / И. И. Привалов. — М.-Л. : ОНТИ, 1935.
153. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. — М. : Наука, 1979.
154. Прудников А. П. Интегралы и ряды / А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев. — М. : Наука, 1981.
155. Самарский А. А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М. : Наука, 1989.
156. Михлин С. Г. Сингулярные интегральные уравнения / С. Г. Михлин // УМН. — 1948. — Т. 3, № 3. — С. 29–112.
157. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения / Н. И. Мухелишвили. — М. : Наука, 1968.
158. MHD stability, operational limits and disruptions / T. C. Hender, J. C. Wesley, J. Bialek [et al.] // Nucl. Fusion. — 2007. — Vol. 47. — P. 128–202.
159. Integral suppression of Pfirsch-Schluter current in the inward shifted stellarator plasma in Heliotron E / S. Besshou, V. D. Pustovitov, N. Fujita [et al.] // J. Plasma Fusion Res. SERIES. — 1998. — Vol. 1. — P. 452–455.
160. Hugenholtz C. A. J. Microwave interferometer and reflectometer techniques for thermonuclear plasmas / C. A. J. Hugenholtz. — Eindhoven : Technische Universiteit Eindhoven, 1990.

161. Recent developments in microwave reflectometry at JET / A. E. Costley, P. Cripwell, R. Prentice, A. C. C. Sips // *Rev. Sci. Instrum.* — 1990. — Vol. 61, no. 10. — P. 2823–2828.
162. Степанов К. Н. О циклотронном резонансе в плазме / К. Н. Степанов // *Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза.* — Вып. 1. Киев : АН УССР, 1962. — С. 45–52.
163. Степанов К. Н. О влиянии теплового движения электронов и ионов на квазипоперечное распространение радиоволн в плазме / К. Н. Степанов // *Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза.* — Вып. 1. Киев : АН УССР, 1962. — С. 52–62.
164. Суворов Е. В. О циклотронном поглощении на первой гармонике при квазипоперечном распространении / Е. В. Суворов, А. А. Фрайман // *Известия вузов. Радиофизика.* — 1977. — Т. XX, № 1. — С. 67–71.
165. Электронно-циклотронный нагрев плазмы в тороидальных системах / В. В. Аликаев, А. Г. Литвак, Е. В. Суворов, А. А. Фрайман // *Высокочастотный нагрев плазмы / Под ред. А. Г. Литвака.* — Горький : ИПФ АН СССР, 1983. — С. 6–104.
166. Heald M. A. Microwave propagation in a plasma with a sheared magnetic field / M. A. Heald // *Journal of Nuclear Energy. Part C, Plasma Physics, Accelerators, Thermonuclear Research.* — 1964. — Vol. 6, no. 6. — P. 617.
167. Fidone I. Propagation of electromagnetic waves in a plasma with a sheared magnetic field / I. Fidone, G. Granata // *Nucl. Fusion.* — 1971. — Vol. 11, no. 2. — P. 133.
168. Brambilla M. The influence of mode mixing on reflectometry density measurements in a reversed field pinch / M. Brambilla, M. Moresco // *Plasma Phys. Control. Fusion.* — 1987. — Vol. 29, no. 3. — P. 381.

169. Mazzucato E. Numerical study of microwave reflectometry in plasmas with two-dimensional turbulent fluctuations / E. Mazzucato // Rev. Sci. Instrum. — 1998. — Vol. 69, no. 4. — P. 1691.
170. Synthetic aperture microwave imaging with active probing for fusion plasma diagnostics / V. F. Shevchenko, R. G. L. Vann, S. J. Freethy, B. K. Huang // Journal of Instrumentation. — 2012. — Vol. 7. — P. P10016.
171. L-H transition and pedestal studies on MAST / H. Meyer, M. F. M. De Bock, N. J. Conway [et al.] // Nucl. Fusion. — 2011. — Vol. 51. — P. 113011.