

Задача №1. Пусть расстояние между городами равно l , тогда скорости велосипедистов:

$$v_1 = \frac{l}{3\tau} - \text{для первого велосипедиста,}$$

$$v_2 = \frac{l}{2\tau} - \text{для второго велосипедиста,}$$

$$v_3 = \frac{l}{\tau} - \text{для третьего велосипедиста.}$$

Тогда, в первый промежуток времени, от 0 до τ скорость автомобиля равна $\frac{v_1}{n}$.

При выезде второго велосипедиста скорость автомобиля меняется и в промежутке времени от τ до 2τ скорость автомобиля равна $\frac{v_2}{n}$. При выезде третьего велосипедиста скорость автомобиля снова меняется на новое значение - $\frac{v_3}{n}$. Зная, что с этим значением скорости машина двигалась так же τ секунд и в конечной точки движения достигла второго города, можно составить уравнение для нахождения n :

$$\frac{l}{3\tau n} \cdot \tau + \frac{l}{2\tau n} \cdot \tau + \frac{l}{\tau n} \cdot \tau = l.$$

Из него получим $n = \frac{11}{6}$.

Ответ: $n = \frac{11}{6}$.

Задача №2. Так как в месте контакта, граница раздела двух жидкостей не двигается, можно сделать вывод, что давление на высоте размещения горизонтальной перемычки одинаково в обеих средах. Зная высоту сосуда h и атмосферное давление p_0 найдем давление в ртути:

$$p = p_0 + \rho g \frac{h}{2},$$

где ρ – плотность ртути. Так как в жидкости на высоте $\frac{h}{2}$, такое же давление, что и во ртути получим значение давления в точке А:

$$p_A = p_0 + \rho g \frac{h}{2} - \frac{\rho}{5} g \frac{h}{2} = p_0 + \rho g \frac{2h}{5},$$

где $-\frac{\rho}{5} g \frac{h}{2}$ – давление столба жидкости от горизонтальной перемычки до точки А. Тогда давление в точке В:

$$p_B = p_0 + \rho g \frac{h}{2} + \frac{\rho}{5} g \frac{h}{2} = p_0 + \rho g \frac{3h}{5},$$

где $\frac{\rho}{5} g \frac{h}{2}$ – давление столба жидкости от горизонтальной перемычки до т. В.

$$\text{Тогда } \frac{p_A}{p_B} = \frac{p_0 + \rho g \frac{2h}{5}}{p_0 + \rho g \frac{3h}{5}} = \frac{101325 \text{Па} + 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 0.4 \cdot 0.5 \text{м}}{101325 \text{Па} + 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 0.6 \cdot 0.5 \text{м}} = \frac{101325 \text{Па} + 26656 \text{Па}}{101325 \text{Па} + 39984 \text{Па}} \approx 0.906.$$

$$\text{Ответ: } \frac{p_A}{p_B} \approx 0.906.$$

Задача №3. Из условия плавучести плота получим плотность вещества, из которого он сделан:

$$\rho_{\text{пл}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{4},$$

Где $\rho_{\text{в}}$ – плотность воды. Из второго условия плавучести плота с грузом сверху запишем уравнение баланса сил:

$$(m_{\text{гр}} + m_{\text{пл}})g = \rho_{\text{в}}gV_{\text{пог}},$$

где $m_{\text{гр}}$ – масса груза, $m_{\text{пл}}$ – масса плота, $V_{\text{пог}}$ – объем погруженной части плота. Зная, что $V_{\text{пог}} = \frac{3}{4}V_{\text{пл}} = \frac{3m_{\text{пл}}}{4\rho_{\text{пл}}}$ и подставляя это выражение в предыдущее уравнение, найдем массу груза:

$$m_{\text{гр}} = \rho_{\text{в}} \frac{3m_{\text{пл}}}{4\rho_{\text{пл}}} - m_{\text{пл}} = 2m_{\text{пл}}.$$

Теперь, из третьего условия плавучести плота с грузом снизу найдем плотность груза. Запишем уравнение баланса сил:

$$(m_{\text{гр}} + m_{\text{пл}})g = \rho_{\text{в}}g(V'_{\text{пог}} + V_{\text{гр}}),$$

где $V'_{\text{пог}}$ – объем погруженной части плота в третьем случае, $V_{\text{гр}}$ – объем груза. Зная, что $V'_{\text{пог}} = \frac{1}{2}V_{\text{пл}} = \frac{2m_{\text{пл}}}{\rho_{\text{в}}}$, $V_{\text{гр}} = \frac{m_{\text{гр}}}{\rho_{\text{гр}}} = \frac{2m_{\text{пл}}}{\rho_{\text{гр}}}$ и подставляя в предыдущее уравнение найдем плотность груза:

$$\rho_{\text{гр}} = 2\rho_{\text{в}}.$$

$$\text{Ответ: } m_{\text{гр}} = 2m_{\text{пл}} = 1 \text{кг}, \rho_{\text{гр}} = 2\rho_{\text{в}} = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Задача №4. Рассмотрим 1-ый этап работы данной камер, а именно найдем время выполнения первого этапа t_1 . Из определения КПД получим следующее уравнение:

$$\eta = \frac{\lambda m_1}{P_1 t_1},$$

где m_1 – масса растопленного льда на первом этапе, P_1 – мощность камеры на первом этапе работы. Из условия задачи понимаем, что $m_1 = \frac{m}{2}$ и $P_1 = P$

поэтому подставляя это в предыдущее уравнение найдем время выполнения первого этапа:

$$t_1 = \frac{\lambda m}{2\eta P}.$$

Рассчитаем время выполнения второго этапа. Из определения КПД получим выражение для этого времени:

$$t_2 = \frac{\lambda m_2}{2\eta P_2},$$

где $m_2 = \frac{m}{4}$, а $P_2 = \frac{P}{2}$, подставим это в выражение и получим, что

$$t_2 = t_1 = \frac{\lambda m}{2\eta P}.$$

То есть время выполнения первого и второго этапа одинаково. Более того, внимательно присмотримся к выражению, которое дает время выполнения n -го этапа, а именно:

$$t_n = \frac{\lambda m_n}{\eta P_n}.$$

Можно отметить, что единственные параметры, которые меняются от этапа к этапу, а именно масса растапливаемого льда и мощность камеры, дают одинаковое отношение, так как изменяются одинаково. А из этого следует, что время выполнения каждого этапа одинаково. А тогда время выполнения n этапов плавления льда в камере равно:

$$t = \frac{\lambda mn}{2\eta P}.$$

Ответ: $t = \frac{\lambda mn}{2\eta P}.$

Задача №5. Очевидно, что в первом случае к более массивному плечу подвешивают менее массивный груз, в противном случае уравновесить равноплечие весы не выйдет. Тогда запишем систему уравнений на условия равновесия весов в обоих случаях:

$$\begin{cases} \left(\frac{m_1}{2} + M\right) l_0 g = \left(\frac{m_2}{2} + m\right) l_0 g \\ \left(\frac{m_1}{2} + m\right) l_1 g = \left(\frac{m_2}{2} + M\right) l_2 g \end{cases}$$

где m_1 и m_2 – массы плечей, m и M – массы грузов, причем пусть $m_1 < m_2$ и $m < M$, l_0 – начальная длина плечей, l_1 и l_2 – длины плечей после изменения температуры. Используем следующие условия $m_2 = 1.0003m_1$,

$M = 1.0002m$ для преобразования системы:

$$\begin{cases} 0.5m_1 + 1.0002m = 0.50015m_1 + m \\ ((0.5m_1 + m)l_1 = (0.50015m_1 + 1.0002m)l_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3m_1 = 4m \\ ((0.5m_1 + m)l_1 = (0.50015m_1 + 1.0002m)l_2 \end{cases}$$

Выражаем из первого уравнения m и подставляем во второе. Получим уравнение, которое связывает новые длины плечей:

$$1.25l_1 = 1.2503l_2.$$

Причем так как в задаче не указано какой коэффициент линейного расширения соответствует какому плечу, а соответственно, возможно два случая: если $l_1 = l_0(1 + \alpha_1\Delta T)$, либо если $l_1 = l_0(1 + \alpha_2\Delta T)$. С учетом этого перепишем предыдущее уравнение в двух вариантах:

$$\begin{cases} 1.25(1 + \alpha_1\Delta T) = 1.2503(1 + \alpha_2\Delta T) \\ 1.25(1 + \alpha_2\Delta T) = 1.2503(1 + \alpha_1\Delta T) \end{cases}$$

Решим полученные уравнения относительно ΔT :

$$\begin{cases} \Delta T = \frac{0.0003}{1.25\alpha_1 - 1.2503\alpha_2} \\ \Delta T = \frac{0.0003}{1.25\alpha_2 - 1.2503\alpha_1} \end{cases}$$

Подставим числа и получаем, что изменения температуры равно либо $\Delta T = -9.6^\circ\text{C}$, либо $\Delta T = 9.6^\circ\text{C}$.

$$\text{Ответ: } \Delta T = \frac{0.0003}{1.25\alpha_1 - 1.2503\alpha_2} = -9.6^\circ\text{C}, \Delta T = \frac{0.0003}{1.25\alpha_2 - 1.2503\alpha_1} = 9.6^\circ\text{C}.$$